

Příklady - zápočet SM2E

1. Řešte počáteční úlohy

(a) $y''' = \sin 2t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$, $y''(0) = \frac{1}{2}$;

(b) $y' = \operatorname{tg} x$, $y(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$,

(c) $ty' + y = t^2$, $y(1) = \frac{1}{3}$,

(d) $y' - y + 2e^{-t} = 0$, $y(0) = 1$,

(e) $y'' = -4y$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$,

(f) $y'' + 9y = t^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$,

(g) $y'' + y = \cos t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

2. Převed'te diferenciální rovnici 2. řádu $u'' + u' = t \cos^4 t$, na soustavu DR 1. řádu.

3. Převed'te soustavu diferenciálních rovnic 1. řádu na diferenciální rovnici 2. řádu

$$\begin{aligned}x' &= -t^4 + 7x - 9y, \\y' &= 7x - 5y + e^t.\end{aligned}$$

4. Řešte soustavu diferenciálních rovnic pro neznámé funkce $x(t), y(t)$

$$\begin{aligned}x' &= 3x + 6y, \\y' &= -x - 2y.\end{aligned}$$

5. Řešte soustavu diferenciálních rovnic pro neznámé funkce $x(t), y(t)$

$$\begin{aligned}x' &= -x - 5y, \\y' &= x + y.\end{aligned}$$

6. Uved'te příklad posloupnosti reálných čísel a_n takové, která splňuje rovnost $a_4 - a_3 = -3$ a zároveň vyhovuje podmínce $\min a_n = -\frac{19}{2}$.

7. Je dána posloupnost $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots\right)$. Napište předpis pro n -tý člen posloupnosti a vypočtete limitu této posloupnosti.

8. Vypočtete limitu posloupnosti $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{n^2 + 3n + 2}{8 - 2n^2} \right|$.

9. Uvažujme nekonečnou číselnou řadu $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, kde $a_n = \frac{2}{6^{n+1}}$.

a) Určete předpis pro n -tý člen posloupnosti částečných součtů $\{s_n\}$.

b) Vypočtete součet nekonečné číselné řady.

10. Je dána posloupnost funkcí $f_n(x) = \operatorname{arctg} \frac{x}{n}$

(a) Nakreslete první tři člen posloupnosti.

(b) Určete limitu posloupnosti.

11. Najděte obor konvergence řady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$.