

Příklady - Stokesova věta

1. Užitím Stokesovy věty vypočtete integrály

(a) $\int_C 3z \, dx + dy + z \, dz$, kde C je kladně orientovaná kružnice $x^2 + y^2 = R^2$, $z = 0$; [0]

(b) $\int_C y \, dx + z \, dy + x \, dz$, kde C je kladně orientovaná kružnice $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x + y + z = 0$; $[-3\pi a^2]$

(c) $\int_C (y - z) \, dx + (z - x) \, dy + (x - y) \, dz$, kde C je kladně orientovaná kružnice $x^2 + z^2 = 4$, $y = 1$. $[-8\pi]$

2. Užitím Stokesovy věty vypočtete cirkulaci vektorového pole \vec{u} po dané uzavřené orientované křivce C :

(a) $\vec{u} = (y - x)\vec{i} + (2x - y)\vec{j} + z\vec{k}$, C je tvořena

i. obloukem kružnice $x^2 + y^2 = 9$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ a úsečkami na souřadnicových osách x , y ; $[\frac{9}{4}]$

ii. obvodem čtverce $ABCD$, kde $A = [0, 0, 0]$, $B = [3, 0, 0]$, $C = [3, 3, 0]$, $D = [0, 3, 0]$,

iii. obvodem obdélníka $ABCD$, kde $A = [0, 0, 0]$, $B = [3, 0, 0]$, $C = [3, 5, 0]$, $D = [0, 5, 0]$.

(b) $\vec{u} = y\vec{i} - x\vec{j} - z\vec{k}$, C je kladně orientovaná kružnice o rovnici $x^2 + y^2 = 4$ v rovině $z = 3$. $[-4\pi]$