2 Interference vlnění

Zadání

Určete akustickou intenzitu výsledného vlnění, které vzniklo interferencí dvou rovinných harmonických vln se stejnými frekvencemi, přičemž obě vlnění postupují stejným směrem a druhé vlnění je oproti prvnímu posunuto ve fázi.

(Lze uložit za DCv)

Řešení

• Ve FYA1 byl proveden rozbor skládání harmonických kmitů stejné frekvence. Závěrem bylo, že opět vzniká harmonické kmitání se stejnou frekvencí, ale s jinou amplitudou a fází. To bude platit i pro harmonické vlnění, jelikož každý element prostředí kmitá jako harmonický oscilátor. Různé elementy mají pouze odlišné počáteční fáze. K řešení je tudíž nutné určit, jak závisí akustická intenzita na amplitudě vlny a určit amplitudu výsledné vlny.

• Pro akustickou intenzitu harmonické vlny platí (viz přednáška)

$$I_\mathrm{a} = Z_0 v_\mathrm{ef}^2 \quad \text{a} \quad v_\mathrm{ef} = \frac{v_\mathrm{m}}{\sqrt{2}} = \omega\,\frac{u_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}.$$

Odsud pak získáme pro akustickou intenzitu

$$\boxed{I_\mathrm{a} = \frac{Z_0\omega^2}{2}\,u_\mathrm{m}^2.} \tag{2.1}$$

Slovy: ***Akustická intenzita je úměrná kvadrátu amplitudy rovinné harmonické vlny.***

• Mějme dvě harmonické rovinné vlny šířící se ve směru osy x

$$u_1(x,t) = U_1 \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) \quad \text{a} \quad u_2(x,t) = U_2 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right]$$

(závislost na x a t bude dále vynechávána). Podle principu superpozice (viz přednáška) bude výsledné vlnění dáno rovností

$$u = u_1 + u_2 = U_1 \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + U_2 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right] =$$

$$= U_1 \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + U_2 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\cos\varphi + U_2 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\sin\varphi,$$

přičemž jsme využili ekvivalence $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$. Po přeuspořádání členů obdržíme

$$u = (U_1 + U_2\cos\varphi)\sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + U_2 \sin\varphi\cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right). \tag{2.2}$$

• Výsledné vlnění budeme dle úvodního rozboru předpokládat ve tvaru

$$u = U \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \psi\right] = U \cos\psi \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + U \sin\psi\cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right). \tag{2.3}$$

• Porovnáme-li stejnolehlé výrazy z (2.2) a (2.3), získáme soustavu dvou rovnic

$$U \sin\psi = U_2 \sin\varphi, \tag{2.4}$$
$$U \cos\psi = U_1 + U_2\cos\varphi. \tag{2.5}$$

• Podílem těchto rovnic ((2.4) / (2.5)) obdržíme výsledek pro fázi

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{U_2\sin\varphi}{U_1 + U_2\cos\varphi}. \tag{2.6}$$

• Nyní rovnice umocníme a sečteme ((2.4)^2 + (2.5)^2)

$$U^2(\sin^2\psi + \cos^2\psi) = (U_1 + U_2\cos\varphi)^2 + U_2^2\sin^2\varphi =$$

$$= U_1^2 + 2U_1U_2\cos\varphi + U_2^2\cos^2\varphi + U_2^2\sin^2\varphi = U_1^2 + 2U_1U_2\cos\varphi + U_2^2(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi).$$

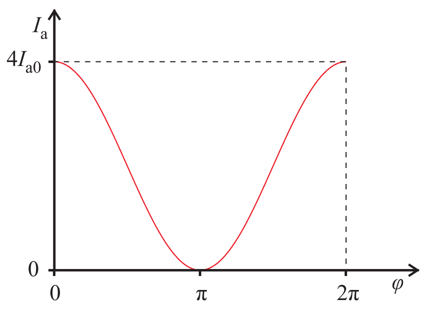
Využijeme-li identity $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, můžeme napsat výsledek pro kvadrát amplitudy výsledné vlny

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos\varphi. \tag{2.7}$$

• Akustickou intenzitu výsledné vlny získáme vynásobením konstantním výrazem $Z_0\omega^2/2$ (viz (2.1)) ve tvaru

$$\boxed{I_a = I_{a1} + I_{a2} + 2\sqrt{I_{a1}I_{a2}}\cos\varphi.} \tag{2.8}$$

• Pro $I_{a1} = I_{a2} = I_{a0}$ bude $I_a = 2I_{a0}(1 + \cos\varphi)$ s průběhem na obr. 2.1.



Obr. 2.1: Průběh akustické intenzity v závislosti na fázovém posunu φ druhého vlnění v případě, že $I_{a1} = I_{a2} = I_{a0}$.