ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

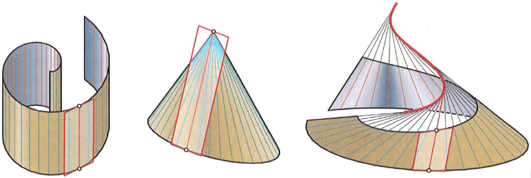
www.KMA.zcu.cz SINCE 1954

Rozvinutelné plochy

KMA/ITG – Informační technologie ve vyučování geometrie

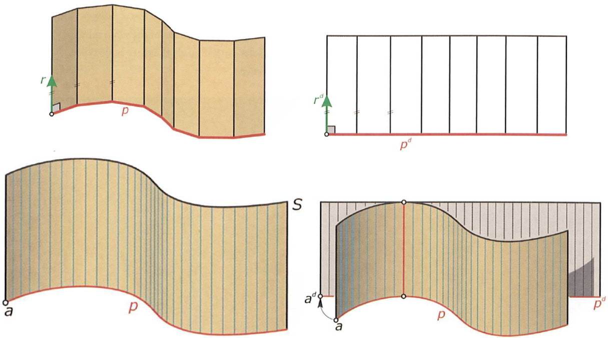
Rozvinutelné plochy

- rozvinutelné plochy jsou speciální třídou ploch, které se chovají „jako list papíru“, jinak řečeno je možné je izometricky zobrazit do roviny
- jelikož izometrická zobrazení zachovávají Gaussovu křivost, mají všechny rozvinutelné plochy Gaussovu křivost stejnou jako rovina (jaká je Gaussova křivost roviny?)
- každá rozvinutelné plocha obsahuje systém přímek – jedná se tedy o speciální podtřídu přímkových ploch
- navíc, každá površka rozvinutelné přímkové plochy musí být torzální, tj. plocha má podél celé površky společnou tečnou rovinu (uveďte příklad přímkové plochy, která nemá torzální površky)
- je možné ukázat, že existují pouze tři typu rozvinutelných ploch: válcové plochy, kuželové plochy a plochy tečen prostorových křivek



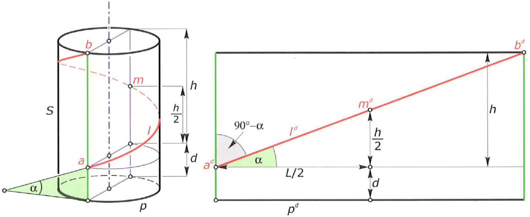
Válcové plochy

- válcová plocha je tvořena systémem rovnoběžných přímek, které se nazývají površky
- válcovou plochu je možné vytvořit vytažením profilové křivky p v určitém směru
- pokud křivka p leží v rovině kolmé na směr vytažení, je p normálovým řezem válcové plochy



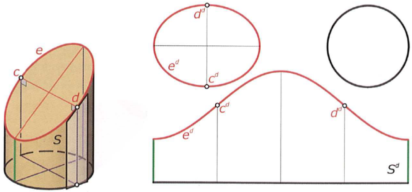
Rotační válcová plocha a šroubovice

- rotační válcovou plochu rozřízneme podél površky a rozvineme do roviny – dostáváme obdélník rozměru $2\pi R \times h$, kde h je výška válce a R je poloměr podstavy válce
- přímka l^d v tomto rozvinutí, která svírá s rozvinutou podstavou válce p^d úhel α, $\alpha \neq 0$, vytvoří na původní válcové ploše šroubovici
- šroubovice jsou křivky konstantního spádu, tj. tečny šroubovici svírají s rovinou podstavy válce, na kterém šroubovice leží, konstantní úhel
- nejkratší spojnice dvou bodů (geodetiky) na rotačním válci odpovídají nejkratší spojnici těchto bodů v rovině (po rozvinutí) – tedy geodetiky na rotačním válci jsou části šroubovice

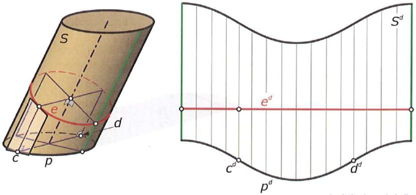


Kosý a šikmý válec

- rozvinutí kosého válce – potřebujeme vědět, jakým způsobem se rozvine elipsa na válci do roviny (výsledkem je sinusoida)

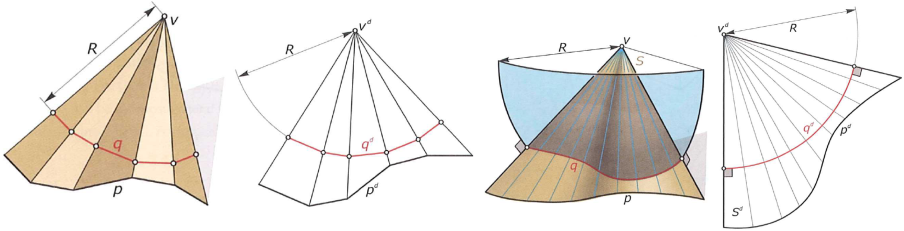


- šikmý válec (površky válce nejsou kolmé na rovinu podstavy válce) – kružnice, která je podstatou se nerozvine na úsečku, normálové řezy (elipsy) jsou rozvinuty na úsečky



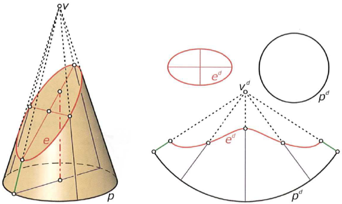
Kuželová plocha

- kuželová plocha je tvořena přímkami, které spojují daný bod (vrchol) a body na profilové přímce p
- pokud je profilovou křivkou lomená čára, dostáváme tzv. pyramidu – polygon q s body v konstantní vzdálenosti R od vrcholu se po rozvinutí zobrazí na body ležící na kružnici se středem v
- podobně pokud je p hladkou křivkou – q je průnikem sféry o poloměru R s kuželovou plochou, po rozvinutí je obraz q částí kružnice se středem v a poloměrem R

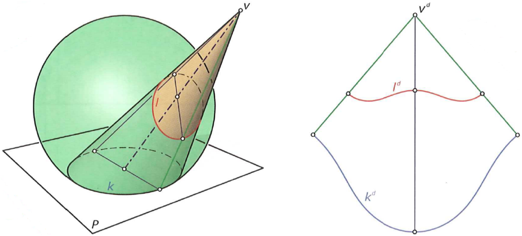


Kosý a šikmý kužel

- rozvinutí kosého kužele – potřebujeme vědět, jakým způsobem se rozvine elipse na kuželi do roviny



- šikmý kužel (površky kužele nejsou kolmé na rovinu podstavy válce)



Plocha tečen prostorové křivky

- vezmeme-li lomenou čáru $r_1, r_2, r_3, \ldots$, můžeme z ní získat diskrétní model rozvinutelné plochy – libovolné dva po sobě jdoucí body určují hrany tohoto modelu a libovolné tři po sobě jdoucí body určují stěny modelu
- vezmeme-li místo lomené čáry hladkou křivku r, musíme vzít místo hran $r_i r_{i+1}$ tečny této křivky a získáme tak plochu tečen prostorové křivky r