

### 3. písemná práce z M2

## A

Jméno, os. číslo:

17. dubna 2002

---

**Příklad 1.** [3 body] Je dána funkce  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$f(x, y) = \cos \sqrt{x^2 - 2x - y}.$$

- Určete maximální definiční obor funkce  $f$  a znázorněte jej graficky.
- Vypočtěte všechny parciální derivace funkce  $f$  prvního řádu a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru.

**Příklad 2.** [6 bodů] Je dána funkce  $u: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$u(x, y, z) = (y^2 - z + 1) \operatorname{arctg}(x^2 + y),$$

bod  $M = [-1, 0, 2]$  a vektor  $\mathbf{v} = (3, 0, -4)$ .

- Vypočtěte totální diferenciál funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Vypočtěte derivaci funkce  $u$  v bodě  $M$  ve směru vektoru  $\mathbf{v}$ .
- Určete směr a rychlost největší změny funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Určete rovnici tečny k hladině (vrstevnici) funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Určete rovnici tečny ke grafu funkce  $u$  nad bodem  $M$ .

**Příklad 3.** [3 body] Je dána funkce  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 + 4xy - 4x + 3.$$

Nalezněte stacionární body funkce  $f$  a pro ně ověřte postačující podmínky lokálního minima/maxima.

### 3. písemná práce z M2

## B

Jméno, os. číslo:

17. dubna 2002

---

**Příklad 1.** [3 body] Je dána funkce  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$f(x, y) = \sin[\ln(y - x^2 + 1)].$$

- Určete maximální definiční obor funkce  $f$  a znázorněte jej graficky.
- Vypočtěte všechny parciální derivace funkce  $f$  prvního řádu a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru.

**Příklad 2.** [6 bodů] Je dána funkce  $u: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$u(x, y, z) = e^{x+z} \arccos(xy),$$

bod  $M = [0, -1, 1]$  a vektor  $\mathbf{v} = (-1, 2, -2)$ .

- Vypočtěte totální diferenciál funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Vypočtěte derivaci funkce  $u$  v bodě  $M$  ve směru vektoru  $\mathbf{v}$ .
- Určete směr a rychlost největší změny funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Určete rovnici tečny k hladině (vrstevnici) funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Určete rovnici tečny ke grafu funkce  $u$  nad bodem  $M$ .

**Příklad 3.** [3 body] Je dána funkce  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$f(x, y) = 3x^2 + y^2 + 4xy + 1.$$

Nalezněte stacionární body funkce  $f$  a pro ně ověřte postačující podmínky lokálního minima/maxima.

### 3. písemná práce z M2

## C

Jméno, os. číslo:

17. dubna 2002

---

**Příklad 1.** [3 body] Je dána funkce  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$f(x, y) = \arcsin \frac{x^2 + y^2 - 5}{4}.$$

- Určete maximální definiční obor funkce  $f$  a znázorněte jej graficky.
- Vypočtěte všechny parciální derivace funkce  $f$  prvního řádu a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru.

**Příklad 2.** [6 bodů] Je dána funkce  $u: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$u(x, y, z) = \frac{\ln(x^2 + 2z^2)}{\sqrt{yz}},$$

bod  $M = [0, -2, -1]$  a vektor  $\mathbf{v} = (2, -2, 1)$ .

- Vypočtěte totální diferenciál funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Vypočtěte derivaci funkce  $u$  v bodě  $M$  ve směru vektoru  $\mathbf{v}$ .
- Určete směr a rychlost největší změny funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Určete rovnici tečny k hladině (vrstevnici) funkce  $u$  v bodě  $M$ .
- Určete rovnici tečny ke grafu funkce  $u$  nad bodem  $M$ .

**Příklad 3.** [3 body] Je dána funkce  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$f(x, y) = -2x^2 - y^2 + 2xy - 2x + 3.$$

Nalezněte stacionární body funkce  $f$  a pro ně ověřte postačující podmínky lokálního minima/maxima.