

2. písemná práce z MA1

A

Jméno, os. číslo:

11. prosince 2001

Příklad 1. [2 body] Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\ln^3(1+x)}.$$

Ověřte předpoklady l'Hospitalova pravidla.

Příklad 2. [2 body] Vypočtete první derivaci funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{x^3 \operatorname{arctg} e^x}{\sqrt[3]{1-x}}$$

a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru.

Příklad 3. [3 body] Vypočtete

$$\int \frac{1}{\cos x \sin^3 x} dx$$

a derivováním proveďte zkoušku.

Příklad 4. [5 bodů] Vypočtete

$$\int \frac{x^3 - 9x^2 + 5x + 39}{x^3 - 3x^2 + 3x + 7} dx.$$

Návod. Polynom ve jmenovateli má kořen $x_1 = -1$.

Příklad 5. [8 bodů] Je dána funkce $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$g(x) = x + \sin x.$$

Vyšetřete její průběh, tj.

- stanovte $D(g)$ a určete hromadné body $D(g)$, v nichž funkce g není definována, a určete nulové body funkce,
- vyšetřete body (intervaly) spojitosti a body nespojitosti,
- stanovte případné speciální vlastnosti: sudost, lichost, periodičnost (zdůvodněte),
- stanovte limity v nevlastních bodech $D(g)$,
- určete intervaly monotonie (růst, pokles),
- určete lokální a globální extrémů funkce,
- rozhodněte o omezenosti a najděte obor hodnot $H(g)$,
- určete intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce,
- určete inflexní body,
- určete rovnice tečen ve všech inflexních bodech,
- určete asymptoty grafu funkce,
- načrtněte graf funkce.

2. písemná práce z MA1

B

Jméno, os. číslo:

11. prosince 2001

Příklad 1. [2 body] Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{\operatorname{tg}^2 x}.$$

Ověřte předpoklady l'Hospitalova pravidla.

Příklad 2. [2 body] Vypočtěte první derivaci funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{(x^2 - 1) \arcsin(x + 1)}{\sqrt{x - 2}}$$

a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru.

Příklad 3. [3 body] Vypočtěte

$$\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$$

a derivováním proveďte zkoušku.

Příklad 4. [5 bodů] Vypočtěte

$$\int \frac{2x^3 - 3x^2 - 9x - 30}{x^3 - 5x^2 + 6x - 8} dx.$$

Návod. Polynom ve jmenovateli má kořen $x_1 = 4$.

Příklad 5. [8 bodů] Je dána funkce $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$g(x) = e^{2x-x^2}.$$

Vyšetřete její průběh, tj.

- stanovte $D(g)$ a určete hromadné body $D(g)$, v nichž funkce g není definována, a určete nulové body funkce,
- vyšetřete body (intervaly) spojitosti a body nespojitosti,
- stanovte případné speciální vlastnosti: sudost, lichost, periodičnost (zdůvodněte),
- stanovte limity v nevlastních bodech $D(g)$,
- určete intervaly monotonie (růst, pokles),
- určete lokální a globální extrémů funkce,
- rozhodněte o omezenosti a najděte obor hodnot $H(g)$,
- určete intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce,
- určete inflexní body,
- určete rovnice tečen ve všech inflexních bodech,
- určete asymptoty grafu funkce,
- načrtněte graf funkce.

2. písemná práce z MA1

C

Jméno, os. číslo:

11. prosince 2001

Příklad 1. [2 body] Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctg x}{x^3}.$$

Ověřte předpoklady l'Hospitalova pravidla.

Příklad 2. [2 body] Vypočtěte první derivaci funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{x^2 \cos e^{2x}}{\sqrt[3]{x^2 + 2}}$$

a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru.

Příklad 3. [3 body] Vypočtěte

$$\int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$$

a derivováním proveďte zkoušku.

Příklad 4. [5 bodů] Vypočtěte

$$\int \frac{-2x^3 - 2x^2 + 16x + 15}{2x^3 + 16x^2 + 43x + 38} dx.$$

Návod. Polynom ve jmenovateli má kořen $x_1 = -2$.

Příklad 5. [8 bodů] Je dána funkce $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$g(x) = \frac{x}{1 + x^2}.$$

Vyšetřete její průběh, tj.

- stanovte $D(g)$ a určete hromadné body $D(g)$, v nichž funkce g není definována, a určete nulové body funkce,
- vyšetřete body (intervaly) spojitosti a body nespojitosti,
- stanovte případné speciální vlastnosti: sudost, lichost, periodičnost (zdůvodněte),
- stanovte limity v nevlastních bodech $D(g)$,
- určete intervaly monotonie (růst, pokles),
- určete lokální a globální extrémů funkce,
- rozhodněte o omezenosti a najděte obor hodnot $H(g)$,
- určete intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce,
- určete inflexní body,
- určete rovnice tečen ve všech inflexních bodech,
- určete asymptoty grafu funkce,
- načrtněte graf funkce.

2. písemná práce z MA1

A

Jméno, os. číslo:

10. prosince 2002

Příklad 1. [2 body] Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$$

Ověřte předpoklady l'Hospitalova pravidla.

Příklad 2. [2 body] Vypočtěte první derivaci funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{(e^{2x} + 1) \arcsin x^2}{\sqrt[4]{1 - x^4}}$$

a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru

Příklad 3. [3 body] Vypočtěte

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x - 1} dx$$

a derivováním proveďte zkoušku.

Příklad 4. [5 bodů] Vypočtěte

$$\int \frac{x^3 + 9x^2 + 13x - 10}{x^3 + 2x^2 - 16} dx.$$

Návod. Polynom ve jmenovateli má kořen $x = 2$.

Příklad 5. [8 bodů] Je dána funkce $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$g(x) = (1 + x^2)e^{-x^2}.$$

Vyšetřete její průběh, tj.

- stanovte $D(g)$ a určete hromadné body $D(g)$, v nichž funkce g není definována, a určete nulové body funkce,
- vyšetřete body (intervaly) spojitosti a body nespojitosti,
- stanovte případné speciální vlastnosti: sudost, lichost, periodičnost (zdůvodněte),
- stanovte limity v nevlastních bodech $D(g)$,
- určete intervaly monotonie (růst, pokles),
- určete lokální a globální extrémů funkce,
- rozhodněte o omezenosti a najděte obor hodnot $H(g)$,
- určete intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce,
- určete inflexní body,
- určete rovnice tečen ve všech inflexních bodech,
- určete asymptoty grafu funkce,
- načrtněte graf funkce.

2. písemná práce z MA1

B

Jméno, os. číslo:

10. prosince 2002

Příklad 1. [2 body] Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}.$$

Ověřte předpoklady l'Hospitalova pravidla.

Příklad 2. [2 body] Vypočtěte první derivaci funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4} \operatorname{arctg} 3x}{2 + \cos \frac{x}{2}}$$

a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru

Příklad 3. [3 body] Vypočtěte

$$\int \frac{\cos x (1 + \sin x)}{\sin x} dx$$

a derivováním proveďte zkoušku.

Příklad 4. [5 bodů] Vypočtěte

$$\int \frac{3x^3 - 3x^2 + 30x + 10}{x^3 - x^2 + 8x + 10} dx.$$

Návod. Polynom ve jmenovateli má kořen $x = -1$.

Příklad 5. [8 bodů] Je dána funkce $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$g(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}.$$

Vyšetřete její průběh, tj.

- stanovte $D(g)$ a určete hromadné body $D(g)$, v nichž funkce g není definována, a určete nulové body funkce,
- vyšetřete body (intervaly) spojitosti a body nespojitosti,
- stanovte případné speciální vlastnosti: sudost, lichost, periodičnost (zdůvodněte),
- stanovte limity v nevlastních bodech $D(g)$,
- určete intervaly monotonie (růst, pokles),
- určete lokální a globální extrémů funkce,
- rozhodněte o omezenosti a najděte obor hodnot $H(g)$,
- určete intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce,
- určete inflexní body,
- určete rovnice tečen ve všech inflexních bodech,
- určete asymptoty grafu funkce,
- načrtněte graf funkce.

2. písemná práce z MA1

C

Jméno, os. číslo:

10. prosince 2002

Příklad 1. [2 body] Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}.$$

Ověřte předpoklady l'Hospitalova pravidla.

Příklad 2. [2 body] Vypočtěte první derivaci funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{(1 - x^2) \ln \sin 2x}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

a výsledek upravte do co nejjednoduššího tvaru

Příklad 3. [3 body] Vypočtěte

$$\int \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \sin x} dx$$

a derivováním proveďte zkoušku.

Příklad 4. [5 bodů] Vypočtěte

$$\int \frac{2x^3 + 8x^2 + 21x + 21}{x^3 + 5x^2 + 9x + 9} dx.$$

Návod. Polynom ve jmenovateli má kořen $x = -3$.

Příklad 5. [8 bodů] Je dána funkce $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$g(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Vyšetřete její průběh, tj.

- stanovte $D(g)$ a určete hromadné body $D(g)$, v nichž funkce g není definována, a určete nulové body funkce,
- vyšetřete body (intervaly) spojitosti a body nespojitosti,
- stanovte případné speciální vlastnosti: sudost, lichost, periodičnost (zdůvodněte),
- stanovte limity v nevlastních bodech $D(g)$,
- určete intervaly monotonie (růst, pokles),
- určete lokální a globální extrémů funkce,
- rozhodněte o omezenosti a najděte obor hodnot $H(g)$,
- určete intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce,
- určete inflexní body,
- určete rovnice tečen ve všech inflexních bodech,
- určete asymptoty grafu funkce,
- načrtněte graf funkce.