

# Základní vlastnosti a limita funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

---

**Příklad 1.** Určete, zda funkce  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$f(x) = \sin x + \sin \sqrt{12}x$$

je periodická na  $\mathbb{R}$ , nebo není. V případě, že ano, určete základní periodu.

**Příklad 2.** Vypočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{1 + \sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \dots} \right)^{\frac{1}{\arcsin^2 2x}}.$$

**Příklad 3.** Vypočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 8x^2 + 16}.$$

**Příklad 4.** Vypočtěte limitu funkce

$$f(x) = \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$$

pro  $x \rightarrow 0$ .

**Příklad 5.** Vypočtěte limitu posloupnosti

$$\left\{ \arctg \frac{5 + 9 + 13 + \dots + (4n + 5)}{2n^2 - 3n + 1} \right\}_{n=1}^{\infty}.$$

**Příklad 6.** Je dána funkce  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \arccos 2x.$$

- Určete definiční obor  $D$  a obor hodnot  $H$  funkce  $f$ .
- Je funkce  $f$  lichá, sudá, monotónní? Zdůvodněte!
- Stanovte  $\sup_D f(x)$ ,  $\inf_D f(x)$ ,  $\max_D f(x)$ ,  $\min_D f(x)$  (pokud existují).
- Stanovte  $f^{-1}$  a pečlivě nakreslete graf  $f$ ,  $f^{-1}$ .