

Václav ČADA

GEODETICKÉ ZÁKLADY STÁTNÍCH MAPOVÝCH DĚL 1. POLOVINY 19. STOLETÍ A LOKALIZACE DO S-JTSK

Úvod

Prvním projektem státního mapového díla na našem území s atributy, které v dnešním pojetí takovéto dílo charakterizují, bylo vojenské mapování (Josefské), které bylo v Čechách prováděno v letech 1764 – 1767 (273 mapové listy), na Moravě v letech 1764 – 1768 (126 mapových listů) a ve Slezsku v letech 1763 – 1764 (40 mapových listů) v jednotné měřítkové řadě 1: 28 800. Špatné zkušenosti s polohovými deformacemi a nesoulady zákresů objektů na jednotlivých mapových listech tohoto I. vojenského mapování způsobily, že byl při vytváření odvozených topografických map menších měřítek vznesen požadavek na vybudování vojenské triangulace pro celé území habsburské monarchie jako referenčního geodetického systému připravovaného projektu II. vojenského mapování.

Vojenská triangulace druhého vojenského mapování

Projekt takovéto sítě I. řádu v podobě řetězce Salcburg – Sucava a tří poledních řetězců, pražského (Wels – Praha), vídeňského (Varaždín – Kralický Sněžník) a tokajského, vypracoval generál A. Mayer z Heldensfeldu. Astronomicko-geodetické práce realizovala od roku 1806 triangulační kancelář se sídlem ve Vídni a v letech 1810 – 1811 byla dokončena souvislá trigonometrická síť na území monarchie až po budapeštský poledník.

Rozměr sítě byl odvozen od Liesganigovy základny z roku 1762 u Vídeňského Nového Města nově připojené na vídeňskou hvězdárnu. Dále byla v roce 1806 nově určena základna u Welsu a v roce 1810 základna u Raabu s trigonometrickým připojením na Liesganigovu základnu.

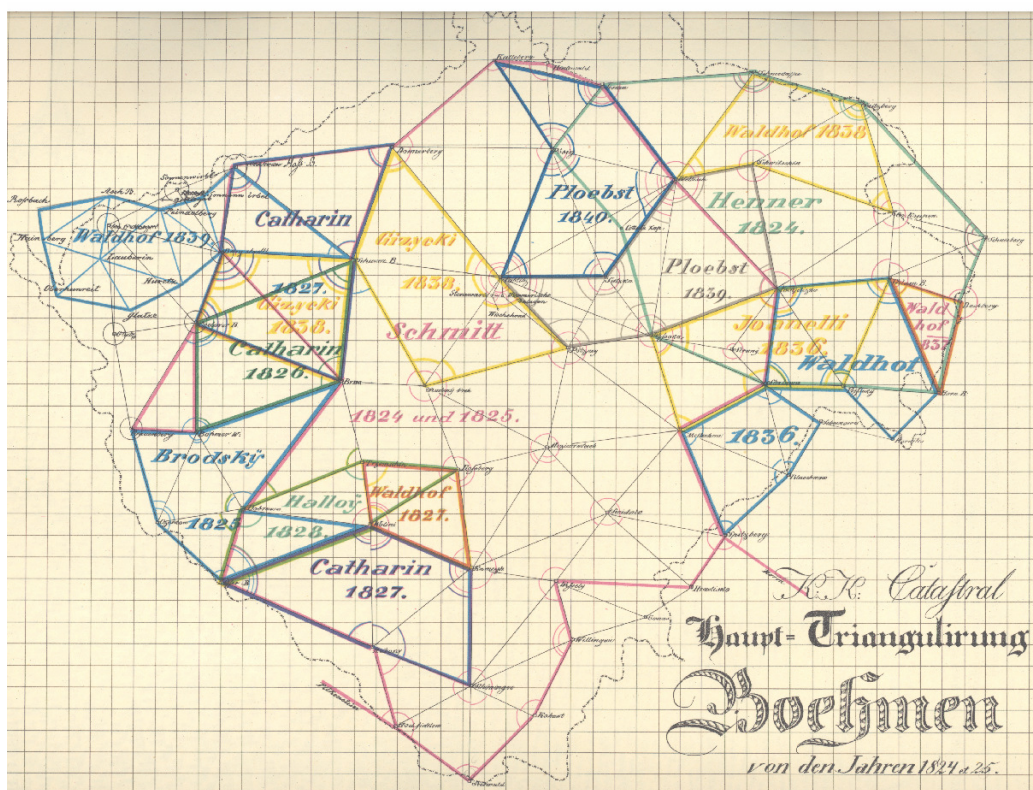
Úhlová měření byla prováděna teodolity repetiční metodou. Průměrné délky stran trigonometrické sítě byly 20 km, nejdelší strana Boubín – Kamýk měřila 44km.

Souřadnice všech trigonometrických bodů byly určeny v souřadnicovém systému svatoštěpánském a využity pravděpodobně při revizním topografickém mapování v Čechách v letech 1812 – 1819.

Geodetické základy stabilního katastru

Vazba prováděných prací vojenské triangulace a triangulace pro stabilní katastr, o kterém bylo rozhodnuto patentem Františka II. z 23. prosince 1817, je zřejmá nejen z hlediska personálního zajištění, ale především z následných prací triangulace pro stabilní katastr (délkové základny) a dále tím, že byla přebírána stabilizace některých bodů astronomické vojenské triangulace do číselné trigonometrické sítě stabilního katastru. Shodné byly i kartografické základy dané kartografickým zobrazením, volbou souřadnicových soustav a filozofií způsobu určení sekcí mapových listů a jejich označování.

Vybudováním trigonometrické sítě byla pověřena triangulační a početní kancelář c.k. generálního štábu. Práce spojené s jejím budováním se prováděly po jednotlivých zemích a řízení těchto prací bylo svěřeno triangulačním podředitelům. Vlastní triangulační práce prováděli většinou vojenští důstojníci s titulem „trigonometr“, kteří o své pracovní činnosti průběžně vedli deníky a po ukončení prací sepsali pro triangulační ředitelství závěrečnou zprávu. Působení některých trigonometrů na území Čech při budování sítě I. řádu je patrné na obr. 1.



Obr. 1 Číselná triangulace stabilního katastru I.řádu na území Čech

Číselná triangulace

Triangulační práce na vybudování sítě I. řádu (Gross Netz) byly prováděny na Moravě v letech 1821-1826, v Čechách 1824-1825 a 1827-1840. Sítě II. a III. řádu (Kleine Netze) se budovaly podle potřeb a postupu mapovacích prací na Moravě v letech 1822 - 1829, v Čechách 1825 - 1840.

Body I. řádu byly vždy voleny s možností centrického postavení stroje, body s trvalou signalizací (např. věže kostelů) byly použity v síti III. řádu. Úkolem číselné triangulace bylo vybudovat souvislou trigonometrickou síť tak, aby na území vymezeném jednou rakouskou čtvereční mílí (Quadrant-Meile) byly určeny tři body tak, aby alespoň jeden z bodů bylo možné použít jako stanovisko měřického stolu a z tohoto bodu byla zaručena viditelnost alespoň jedné orientace na zbývající dva body v tomto prostoru. Pouze v horských lokalitách bylo možné číselně určit v prostoru rakouské čtvereční míle (FL) dvojici bodů se vzájemnou orientací.

Triangulační práce byly organizovány po pracovních úsecích a řízeny vždy jedním odpovědným triangulátorem, který odpovídal nejen za vlastní měřické a výpočetní práce, ale i dílčí kompletaci operátu a předávaných výsledků. Na území Čech, Moravy a Slezska byla většina prací provedena těmito triangulátory: nadporučík Brodský, nadporučík Catharin, nadporučík Elgger, poručík Henner, Kohout, nadporučík Schmitt, Ploebst, Waldhof a Werner. Definitivní kompletace triangulační dokumentace byla uzavřena a uspořádána podle tehdejších správních krajů v letech 1845 až 1852.

K úhlovému měření bylo užito Reichenbachových repetičních teodolitů. Vodorovné úhly v síti I. řádu byly měřeny až dvanáctinásobnou repeticí, zenitové úhly byly měřeny třikrát, pro vyloučení indexové chyby vždy v základní a přeložené poloze dalekohledu. Vrcholové vodorovné úhly v síti I. řádu se zaměřovaly na stanovisku všechny, v sítích nižších řádů postupně úhly příslušející jednomu zhušťovacímu trojúhelníku.

Všechna délková měření byla prováděna v sáhové míře, zavedené patentem Marie Terezie 30. července 1764. Rozměr sítě byl odvozen ze čtyř přímo měřených základů:

- a) u Vídeňského Nového Města v Dolním Rakousku ($6410,903^\circ$)
- b) u Welsu v Horním Rakousku ($7903,812^\circ$)
- c) u Radouce v Bukovině ($5199,60^\circ$)
- d) u Hall v Tyrolsku ($2990,384^\circ$).

Vyrovnění sítě I. řádu bylo provedeno pravděpodobně po menších celcích tvořených jednotlivými mnohoúhelníky, většinou se středovým trigonometrickým bodem.

Protože vzdálenost bodů I. řádu byla průměrně 40 km (maximální délka Králický Sněžník - Ruprechtický Špičák měřila 65 km), byl uvažován sféroidický exces a opravovány výsledné naměřené vrcholové úhly určujících trojúhelníků sítě I. řádu. Jednotlivé části sítě již nebyly korektně vyrovnány vzájemně mezi sebou, a tak mají jednotlivé oblasti (přibližně v hranicích tehdejších správních krajů) jisté nepravidelnosti, zejména jiné stočení.

Trigonometrická síť II. řádu byla tvořena jednotlivými trojúhelníky, uloženými mezi trigonometrické body I. řádu s délkou stran 9 - 15 km, a vyrovnána jako síť rovinná.

Trigonometrická síť bodů III. řádu byla vložena opět jako síť samostatných trojúhelníků o délce stran 4 - 9 km s další podmínkou, aby byly v prostoru triangulačního listu číselně určeny nejméně tři trigonometrické body.

Katastrální triangulace obsahovala na území Čech (51 953 km²) 2623 bodů I.-III. řádu. Trvalá stabilizace těchto trigonometrických bodů byla však provedena až v letech 1845 - 1850, kdy bylo nalezeno a stabilizováno pouze 2 234 bodů. Na území Moravy o rozloze 27 375 km² bylo číselně určeno 1069 bodů a v letech 1850 - 1852 stabilizováno 833 bodů. Trigonometrické body I. a III. řádu byly stabilizovány mezníky s označením na boku písmeny "K.V." (Katastral - Vermessung). Některé body číselné triangulace je možné dosud v terénu nalézt.

Ověření přesnosti číselné triangulace stabilního katastru

Číselná triangulace byla na našem území budována etapovitě v letech 1824 až 1840, různými triangulátory při průběžné modernizaci přístrojové techniky i měřických metod. Je zřejmé, že i výsledky polních měřických prací, zkompletované ve 33 knihách uložených v archivu Zeměměřického úřadu (ZU) v Praze, se liší typem formuláře, způsobem zápisu i výpočtem výsledných hodnot.

Zápisníky měření v síti I.řádu jsou upraveny tak, že ve třech následných formulářích jsou měřené úhly na stanoviscích vrcholů určujícího trojúhelníka. Každá strana zápisníku je tak věnována výsledkům měření a výpočtu redukci jednoho vrcholového úhlu. Výsledná hodnota úhlu měřeného repetičním teodolitem byla brána z největšího počtu opakování, a proto je úhel ω po n-násobné repetici dán vztahem

$$\omega = (\omega_a - \omega_o) / n ,$$

kde ω_a ...průměr čtení na čtyřech vernierech po n-násobné repetici,

ω_o ...průměr počátečních čtení vodorovného kruhu na čtyřech vernierech,

n ... počet repetic (pro měření v síti I.řádu bylo voleno n = 2, 4 a 6).

Výsledná hodnota úhlu byla po šestinásobné repetici opravena o vliv excentrického stanoviska a o třetinu sférického excusu

$$\varepsilon = \rho'' P / R^2$$

kde P ...plošný obsah trojúhelníka,

R ...poloměr náhradní referenční kulové plochy.

Zápisníky měření v síti II. a III. řádu jsou upraveny jako společná dvojstrana pro určující trojúhelník, který je v levé horní části formuláře schematicky načrtnut a popsán. Ve třech samostatných oddílech zbývající dvojstrany formuláře jsou uvedena měřená data a předtíštěný postup výpočtu redukci. Stejný typ formulářů byl použit i při doměření úhlů sítě I.řádu v oblasti bývalého Loketského kraje trigonometrem Waldhofem v roce 1839.

Rozbor přesnosti úhlového měření v síti I.řádu

Z triangulační dokumentace byl proveden rozbor přesnosti úhlového měření v síti I.řádu po jednotlivých časových etapách, resp. pro jednotlivé triangulátory. Přesnost měření byla hodnocena pomocí střední chyby úhlu podle Ferronova vzorce

$$m_\omega = (\sum U / 3n)^{0.5}$$

kde U ...uzávěr vodorovných úhlů v trojúhelnících sítě I. řádu,

n ...počet trojúhelníků.

Výsledky rozboru jsou zpracovány v tabulce 1, která dále obsahuje extrémní hodnoty trojúhelníkových uzávěrů a hodnoty staničních uzávěrů (součet vrcholových úhlů dílčích trojúhelníků vyplňujících celý horizont na stanovisku)

Tab. 1 Parametry přesnosti měřených úhlů v síti I. řádu

Triangulátor měřeno v letech	Počet trojúhelníků	Průměrná hodnota excesu	Střední chyba směru	Hodnoty odchylek trojúhelníkových uzávěrů			Počet vnitřních bodů sítě	Hodnoty odchylek staničních uzávěrů		
				- max	střední h.	+ max		- max	střední h.	+ max
Schmitt 1824-1825	38	3,33"	1,36"	-8,1"	-2,3"	2,4"	20	-10,9"	-2,5"	4,4"
Henner 1824	10	3,12"	2,65"	-10,7"	-5,2"	1,4"	5	-11,9"	-5,8"	-2,4"
Brodský 1825	4	2,78"	0,99"	-4,0"	-0,5"	2,4"	4	-1,4"	-0,7"	0,0"
Catharin 1826-1827	6	4,25"	1,91"	-9,2"	-3,6"	0,3"	-	-	-	-
Waldhof 1836	4	2,88"	2,32"	-8,7"	-4,9"	-0,9"	-	-	-	-
Waldhof 1839	10	1,09"	2,75"	10,9"	1,1"	12,9"	1	-	-	11"

Průměrná odchylka úhlových uzávěrů opravených o sférický exces trojúhelníků sítě I.řádu na území Čech byla zjištěna -2,6", maximální odchylka 12,9". Z uvedených charakteristik je patrné, že takto zaměřená trigonometrická síť byla jednou z nejlepších plošných sítí v této době.

Rozbor přesnosti vyrovnaných hodnot

Pro trigonometrické body je možné v dokumentaci archivu ZU (např. Prager Meridian) dohledat souřadnice těchto bodů v souřadnicových systémech stabilního katastru (S-SK). Na tyto souřadnice bylo provedeno vyrovnání úhlově měřené sítě I. řádu metodou nejmenších čtverců oprav (MNC) v systému GNU Gama (www.gnu.org/software/gama/gama.html) jako vložené sítě. Testováním odlehklých pozorování v opakovaných cyklech vyrovnání byly odhaleny chyby v souřadnicích výchozích bodů způsobené ručním přepisem z původních výpočetních protokolů (body DABLITZ a HASSBERG), nebo dané přímo chybným výpočtem.

Obdobným způsobem byly odhaleny i hrubé chyby v zápisu výsledných úhlů v zápisnicích (stanovisko MELLECHAU a KALTE_BERG) nebo přímo chybně měřené čtyři směry v zápisnicích. Jedná se nejspíše o směry v terénu měřené, ale nepoužité v původním vyrovnání. Chyba pravděpodobně vznikla záměnou cílového signálu, nebo chybně provedené redukce z excentrického stanoviska nebo cíle. V celkovém množství vstupních dat se však jedná o nepatrné procento chyb. I z tohoto je patrné, jak pečlivě bylo provedeno zpracování výsledné dokumentace.

Nekorektní vyrovnání sítě I. řádu pouze po dílčích etapách způsobilo, že aposteriorní testy vyrovnání vykazovaly pro měřené hodnoty větší střední chyby směrů, než jsou prokazatelné rozložením původního měření. Proto byla trojnásobně zvětšena hodnota střední chyby měřeného směru ($m_w = 9''$) a maximální oprava vyrovnaného směru BÖMERWALD - CZEBOŇ činila 22".

Vyrovnaním sítě I. řádu byly dále prokázány systematicky větší opravy pro měřené oblasti triangulované trigonometrem Brodským v roce 1825 (jihozápadní Čechy) a trigonometrem Hennerem v roce 1824 (severovýchodní Čechy).

Největší hodnoty oprav však vykazovala oblast původního Loketského kraje, ve kterém byla triangulace prováděna trigonometrem Waldhofem v roce 1839 s odstupem dvanácti let než v sousední oblasti. Z tohoto důvodu byla tato oblast triangulace I.řádu vyrovnána samostatně s připojením na předchozí etapy triangulace a určeny nové vyrovnané souřadnice uvedené v tabulce 2.

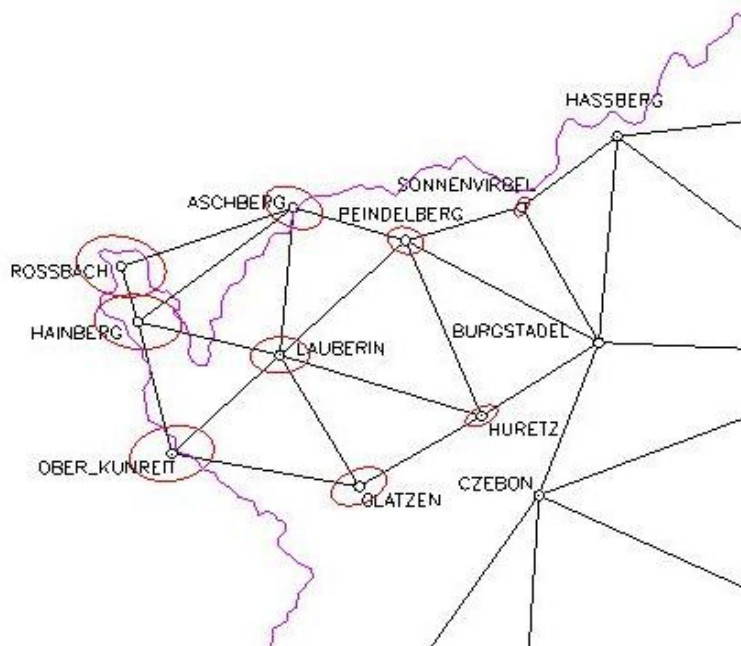
Tab. 2 Hodnoty diferencí souřadnic bodů I. řádu v Loketském kraji

Název bodu	Původní souřadnice		Vyrovnané souřadnice		Diference	
	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	dy [m]	dx [m]
ASCHBERG	61194.53	-138497.56	61189,91	-138497,04	4,62	0,52
GLATZEN	56258.08	-116865.40	56256,61	-116869,30	1,47	-3,90
HAINBERG	72951.48	-129637.64	72944,43	-129641,93	7,05	-4,29
HURETZ	47011.45	-122328.73	47010,78	-122330,19	0,67	-1,46
LAUBERIN	62236.58	-127048.21	62232,81	-127050,80	3,77	-2,59
OBER_KUNREIT	70386.67	-119413.03	70382,02	-119419,49	4,65	-6,46
PEINDELBERG	52740.19	-135943.56	52737,98	-135943,01	2,21	0,55
ROSSBACH	74210.40	-133932.38	74202,76	-133935,59	7,64	-3,21
SONNENWIRBEL	43981.94	-138568.13	43980,87	-138567,98	1,07	0,15

Z konfigurace sítě je zřejmé, že body I. řádu byly v této oblasti voleny poměrně hustěji než v jiných oblastech Čech, avšak připojení na stávající síť především v jižní části Loketského kraje je naprosto nedostatečné. Připojení této oblasti pouze na body HASSBERG a BURGSTADEL, vzdálené pouhých 30,4 km, způsobilo hromadění chyb, které se projevilo značným nárůstem polohových chyb se vzrůstající vzdáleností od této základny. Hodnoty parametrů chybových elips jsou uvedeny v tabulce 3 a graficky znázorněny na obrázku č. 2.

Tab. 3 Parametry přesnosti bodů I. řádu v Loketském kraji

Název bodu	Střední polohová chyba [m]	Střední souřadnicová chyba [m]	Parametry elips chyb		
			a [m]	b [mm]	alfa [g]
ASCHBERG	2,7	1,9	2,3	1,5	128,0
GLATZEN	2,6	1,9	2,2	1,3	73,5
HAINBERG	3,9	2,8	3,3	2,1	107,0
HURETZ	1,5	1,1	1,3	0,7	70,4
LAUBERIN	2,7	1,9	2,3	1,5	97,4
OBER_KUNREIT	3,9	2,7	3,2	2,1	87,3
PEINDELBERG	1,7	1,2	1,4	1,0	121,2
ROSSBACH	4,1	2,9	3,4	2,3	115,4
SONNENWIRBEL	0,9	0,6	0,8	0,4	29,1



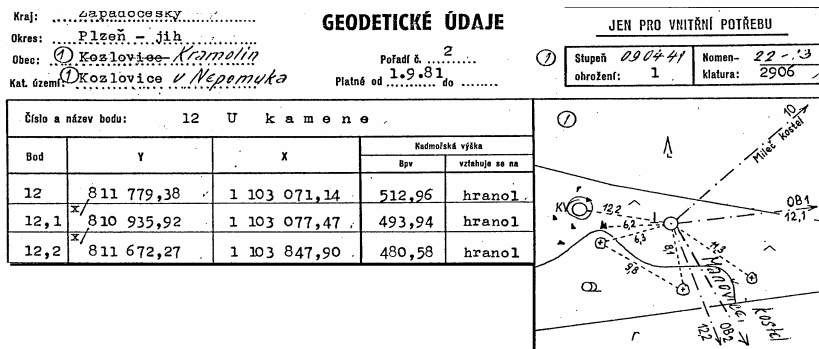
Obr. 2 Síť I.řádu v Loketském kraji s vyznačením chybových elips z vyrovnání

Vazba československé Jednotné trigonometrické sítě katastrální a trigonometrické sítě pro stabilní katastr

Československá Jednotná trigonometrická síť katastrální (JTSK), vybudovaná v letech 1920-1957 jako jednotný geometrický základ geodetických prací, byla programově vázána na systém stabilního katastru přes existující nalezené body dřívějších geodetických základů tak, že bylo povinností zaměřit dosud existující body a určit jejich souřadnice v S-JTSK. Zaměření těchto bodů probíhalo současně s postupem prací při budování JTSK. Většinou byly tyto body zaměřeny rajonem z nově stabilizovaného bodu JTSK (viz obr. 3). Směr na stabilizovaný bod SK je součástí osnovy a je uveden v zápisníku měřených směrů včetně vodorovné délky.

Skutečnost, že se jedná o bod katastrální triangulace, je uvedena v zápisníku poznámkou „bod KV“ (Katastral Vermessung). Tak bylo možné identifikovat množinu bodů, u kterých známe (můžeme dohledat) souřadnice v obou souřadnicových systémech (S-JTSK i S-SK), i když v současné době již v terénu nemusí existovat. Nezpochybnitelná je identita trvale signalizovaných bodů (věže kostelů, kaplí a další stavební objekty), u některých může být původnost polohy bodu ovlivněna pozdější přestabilizací (1845-1850), ale takové případy bodů je možné analyzovat.

Další skupinu tvoří body do číselné triangulace SK zahrnuté, u nichž zůstala stabilizace bodů dodnes zachována, ale nebyly zahrnuty do sítě JTSK. U těchto bodů je možné dodatečně určit souřadnice v S-JTSK.



Obr 3. Ukázka bodu JTSK s novou stabilizací v blízkosti původního bodu triangulace stabilního katastru

Model globálního transformačního klíče převodu S-SK do S-JTSK a zpět

Vzájemný vztah souřadnicových S-SK a S-JTSK není řešitelný aplikací kartografických zobrazovacích rovnic, jedná se o problematiku transformace soustav nehomogenních souřadnic (rozdílné parametry referenčních ploch, změna poměru měřítek Křovákova a Cassini-Soldnerova zobrazení, rozdílné geodetické základy ovlivněné způsobem měření i odlišným vyrovnáním). Podrobně je tato problematika popsána v práci (Čada 2003).

Pro převod nově určených geodetických základů do S-SK byla v minulosti zvolena transformace pomocí identických bodů určených v obou systémech (v dobové literatuře je používán pojem přetvoření nebo přeměna). Jedná se o známou podmínku „lineární konformní transformace s vyrovnáním koeficientů“ zvanou Helmertova. Tento postup je naprosto korektní, ale předpokládá možnost přiřazení transformovaných bodů k příslušnému transformačnímu klíči (rozhodnutí o příslušnosti polohy transformovaného bodu k právě danému transformačnímu obrazci) tak, aby nedocházelo k extrapolaci mimo prostor klíče. Postup však neřešil opačnou úlohu, tzn. transformaci S-SK do S-JTSK (kam můžeme zařadit úlohy typu zákres kladu mapových listů 1: 2 880 do S-JTSK, převod polohopisu pozemkových map 1: 2 880 do mapových sekcí v S-JTSK apod.).




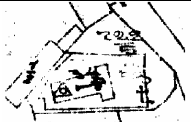



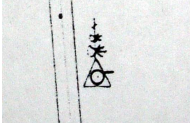
Protože pro polohové bodové pole stabilního katastru neexistovaly vhodné komplexní a aktualizované přehledky bodů v jednotném měřítku, přistoupilo se v roce 1935 k sestavení transformačních klíčů, kde byly jako identické body zvoleny rohy fundamentálních listů (FL) 4000° x 4000° sáhů, které mají v S-SK jednoduše odvoditelné souřadnice a v S-JTSK byly tyto souřadnice získány transformací (v dobové literatuře jsou tyto transformační klíče nazývány *obecné transformační klíče*) po částech pro celé území Čech a Moravy. V Čechách bylo zvoleno 140 transformačních klíčů převážně trojúhelníkového tvaru, jejichž vrcholy jsou body trigonometrické sítě o známých souřadnicích v obou systémech. Body

transformačních klíčů byly vybrány z číselné triangulace I. až III. řádu - (velké sítě).

Mezi takto získanými souřadnicemi rohů FL byly lineárně interpolovány souřadnice rohů mapových listů 1: 2 880. Tyto souřadnice byly sestaveny do formulářů podle jednotlivých FL nesoucích jejich označení, a tím byl tak vytvořen elaborát označovaný názvem **mílové tabulky**. Rozborem přesnosti odchylek na bodech číselné triangulace nezahrnutých do obecných transformačních klíčů bylo zjištěno, že lokalizace pomocí mílových tabulek nemůžeme očekávat lepší než 5 m v závislosti na poloze podle daného transformačního klíče.

Protože tato přesnost je především pro úlohy velkoměřítkového mapování (tvorba digitální katastrální mapy a její vedení) nedostatečná, byl navržen postup jednoznačného převodu mezi S-SK a S-JTSK včetně opačné transformace, definovaný množinou identických bodů číselné triangulace, u kterých známe souřadnice v obou systémech, a dále typem použité nereziduální transformace. Takto vytvořený **globální transformační klíč** (GTK) má dále jednoznačně charakterizovanou přesnost lokalizace S-SK vůči S-JTSK vztaženou k bodům základního polohového bodového pole JTSK.

Tab. 3 Body trigonometrické sítě rozlišené podle typu

Druh bodu	počty bodů		označení bodu	
	Čechy	Morava	na přehledce	v mapě SK
Obvyklé signalizační konstrukce, pyramidy	1669	784		
Kostelní věže	587	120		
Zámky, zříceniny, kaple, stavby rozmanitých druhů, zděné a dřevěné kříže a pod.	47	27		
Stromy nebo tyče signálů	299	102		

Použitím globálního transformačního klíče

- je dodržena zásada postupu „z velkého do malého“,
- odpadají veškerá subjektivní rozhodování o identitě podrobných bodů, na které se má provést „transformace po blocích“ (jakých, jak velkých, volba identických linií současného změněného průběhu cest, vodních toků apod.)

- není nutné provádět v přepracovávaném prostoru jakékoli geodetické práce, šetření, vyhledávání a dodatečné určování podrobných bodů polohopisu,
- odpadá diskuse a uvádí se na pravou míru tvrzení, že neexistuje jednoznačný exaktní vztah mezi S-SK a S-JTSK.

Jako identické body byly voleny body číselné triangulace většinou na trvalých objektech, kterými jsou převážně body III. řádu. Výhodou tohoto řešení je skutečnost, že taková síť je poměrně hustá a nejvíce ovlivnila kvalitu vlastního podrobného měření polohopisu map stabilního katastru. Také průkaznost identity bodů na trvalých objektech, které jsou součástí zobrazeného polohopisu, je poměrně spolehlivá (viz tab. 3).

Při terénním šetření se např. podařilo identifikovat i některé body dřívější astronomické triangulace z roku 1808 (CRUDUM) nebo body společné pro trigonometrické sítě sousedních států (SPITZBERG – bod saské triangulace). Doměření některých bodů s ohledem na místo jejich umístění a jejich dlouhodobé nepoužívání nebylo často vůbec jednoduché. Naopak, u bodů současného polohového bodového pole (PBP), bylo-li nutné dodatečně určit např. pouze jinou věž, mohlo být využito např. stávajících zajišťovacích bodů (ZB) nebo existující podrobné polohové bodové pole (PBPP) a úloh protínání.

Významným zdrojem informací byla i archivní dokumentace ZÚ v Praze. Byly využity knihy výsledků triangulačních prací (KVTP), ve kterých byly vyhledány údaje o zaměřených bodech číselné triangulace (Katastral Vermessung). Příklad takového bodu s původní zachovalou stabilizací je uveden na obr. 3.

Dále byly využity manuály dřívějších geodetických bodů na objektech již zrušených (např. UNTER WULDAU – Dolní Vltavice, kostel v prostoru Lipenské vodní nádrže). Z tohoto zdroje byly získány též informace o trigonometrických bodech za hranicemi ČR, jako např. STERNWALD, VIEHBERG, HOCHFICHTL (Rakousko), RACHEL, ENTENBILL (Německo), PATSCHKAU, DITTERSDORF, TESCHEN, ZESLAR (Polsko) a ČEMERKA, ČZERWENÝ KAMEN nebo RAYCZA na území Slovenska.

Tvorba GTK a analýza přesnosti

Pro GTK na území Čech bylo šetřením v dokumentaci nalezeno 493 bodů. Místním šetřením byl nalezeno a doměřeno dalších 101 bodů. Z 594 bodů byl sestaven transformační klíč Helmertovy transformace a pro identické body v S-SK proveden výpočet transformovaných souřadnic y' , x' v S-JTSK.

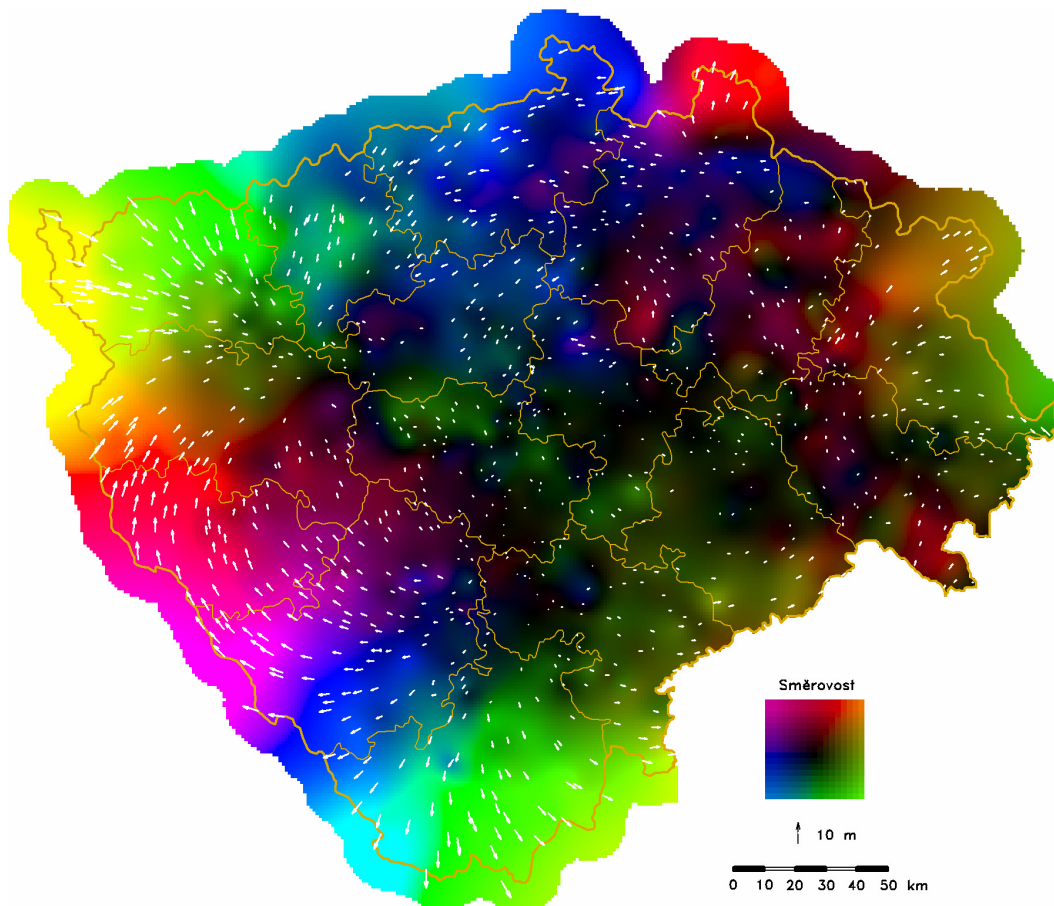
Byly určeny difference

$$d_y = y - y', \quad d_x = x - x',$$

kde jsou y', x' ... souřadnice identických bodů transformované do S-JTSK
 y, x ... souřadnice identických bodů určené v S-JTSK.

Výsledkem je dvojrozměrné chybové pole d_y , d_x zbytkových chyb v S-JTSK s vymezením prostorů shluků bodů stejné charakteristiky směrovosti diferencí.

Další body byly postupně přidávány do GTK tak, že byl testován gradient diferencí (poměr rozdílů diferencí a vzdáleností) k nejbližším již zařazeným identickým bodům. Touto analýzou bylo získáno v prostoru gusterbergského souřadnicového systému dalších 396 bodů. Celkový počet identických bodů použitých pro GTK Čech tak dosáhl 990.



Obr 4. Vizualizace reziduí na identických bodech a prostorů systematických chyb na území Čech

V grafickém znázornění výsledných diferencí je patrný nejen značný vliv systematických chyb, daný jednak etapovitostí postupu triangulace, způsobem připojení a vyrovnáním trigonometrické sítě v Čechách (např. oblast Karlovarska), ale i změnami měřítka sítě, vyplývajícími z hromadění systematických chyb (např. oblast jižních nebo jihozápadních Čech). Maximální hodnoty diferencí byly zjištěny např. u bodu VIEHBERG $d_y = 6.40$ m, $d_x = 10.80$ m (kraj Budějovický), nebo LANDWÜST $d_y = -12.52$ m, $d_x = 5.89$ m (kraj Loketský). Zjištěná prostorová závislost diferencí a jejich výrazný systematický charakter musí být globálním transformačním klíčem eliminován.

V prostoru souřadnicového systému svatoštěpánského se postupovalo obdobným, výše popsaným a ověřeným způsobem. Z mapových a písemných zdrojů, uložených v dokumentaci ZÚ, bylo vyhledáno 359 bodů pro přibližný

transformační klíč. Tímto klíčem byly získány přibližné souřadnice bodů číselné triangulace SK, vyhotoveny místopisy bodů číselné triangulace na trvalých objektech a předány jednotlivým katastrálním úřadům k terénnímu šetření a případnému doměření. Identita 8 bodů byla terénním šetřením zpochybněna a tyto body byly vyloučeny.

Naopak, bylo přidáno šest nově určených bodů. Celkový počet bodů pro sestavení GTK Moravy a Slezska se tak ustálil na 357. Identita bodů byla podrobena analýze směrových reziduí. Maximální hodnoty diferencí byly zjištěny u bodu PATSCHKAU (917030006) $d_y = 5.35$ m, $d_x = 2.39$ m (kraj Opavský, dnešní území Polska), RAYCZA (947160300) $d_y = 3.13$ m, $d_x = 8.03$ m (dnešní území Slovenska) nebo GROSS LOPENIK (957060496) $d_y = 2.87$ m, $d_x = -3.32$ m, BANOW (945100011) $d_y = 4.62$ m, $d_x = -3.45$ m (kraj Hradištský).

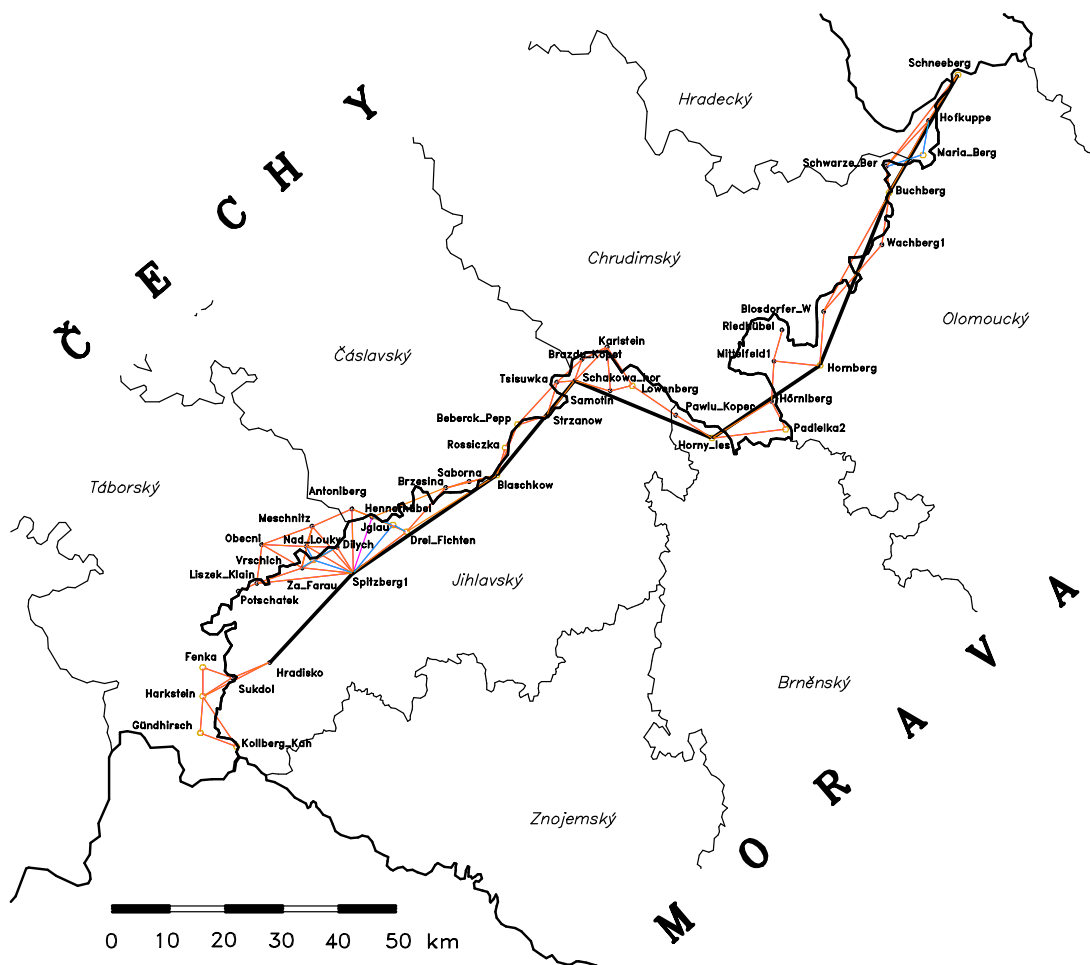
Z porovnání území zobrazeného v souřadnicovém systému gusterbergským a svatoštěpánském je na první pohled zřejmá odlišnost obou prostorů. Hustota bodů číselné triangulace, volených na trvalých objektech, je na území Moravy podstatně řidší, a to více než 2krát (2,3 krát - viz tab. 3). Dále celkový počet bodů GTK pro systém svatoštěpánský je 1.5 krát menší než pro Čechy (v Čechách 1 bod na 52 km², na Moravě a ve Slezsku 1 bod na 77 km²). Nepatrně ovlivňuje tuto skutečnost absence stabilní triangulace v prostoru Těšínska (387 km²). Naopak, číselná triangulace na území Moravy a Slezska je výrazně kompaktnější bez výrazných prostorů se systematickými chybami (výjimkou je jižní část Těšínského kraje). Také hodnoty absolutních odchylek po provedené Helmertově transformaci jsou výrazně nižší.

Takto sestavené pole vektorů odchylek na identických bodech bylo aproximováno kvazikvadratickým modelem nad sítí vygenerovanou Delaunayovou triangularizací. Tento model byl zvolen proto, že vyhovuje požadavku na odstranění zbytkových diferencí a spojitě distribuci zbytkových chyb a s ohledem na maximální vliv nejbližších bodů. Vrcholy okrajových trojúhelníků prostoru za obálkou identických bodů byly doplněny hodnotami vektorů odchylek získanými váženým průměrem diferencí na bodech, které jsou vrcholy se známými hodnotami diferencí. Výhodou tohoto modelu je to, že dobře kopíruje trojúhelníkový model, nemá ostré nespojitě přechody na hranách trojúhelníků a omezuje vliv vzdálených bodů. Důsledkem je nižší výpočetní náročnost než při použití složitější plochy vyšších stupňů.

Takto určené aproximace pro GTK_gusterbergský a GTK_svatoštěpánský byly uloženy v dli knihovnách používaných v systému WKokeš 6.x.

Přesnost globálních transformačních klíčů byla zkoumána na společných bodech číselné triangulace SK. Podél hranice styku souřadnicových systémů SK byl měřen a separátně vyrovnán řetězec společných bodů. Poloha těchto bodů v obou souřadnicových systémech, jejich označení a určující záměry podle řádu číselné triangulace zobrazuje obr. 5. Tyto body nejsou součástí stávajícího polohového bodového pole se souřadnicemi určenými v S-JTSK, ale jsou známé jejich číselné souřadnice v systémech SK. Souřadnice byly globálními transformačními klíči převedeny do S-JTSK a porovnány difference v jednotlivých souřadnicích. Z těchto diferencí byly vypočítány střední chyby $m_y = 0,52$ m, $m_x = 0,41$ m a výsledná střední souřadnicová chyba $m_{xy} = 0,47$ m. Tyto parametry charakterizují přesnost sestavených globálních transformačních klíčů pro systém gusterbergský a svatoštěpánský, která je pod úrovní dosažitelné grafické přesnosti map stabilního katastru v měřítku 1 : 2 880. Přesnost výsledků je ovlivněna především kvalitou geodetických základů SK (přesnost měření a způsob vyrovnání trigonometrické sítě, stabilizace bodů s časovým odstupem od doby měření), ale i kvalitou JTSK a přesností určení souřadnic v S-JTSK původních trigonometrických bodů.

Takto vytvořené GTK byly použity také pro lokalizaci map II. vojenského mapování. Sekce mapových listů měřítka 1: 28 800 v gusterbergské a svatoštěpánském souřadnicovém systému (2 x 2 rakouské míle) byly převedeny do S-JTSK. Tímto způsobem vzniklé seznamy souřadnic rohů mapových listů byly použity v programovém produktu MATKART-HTM (Historická topografická mapování) prof. Veverky (ČVUT Praha).



obr 5. Společné body triangulace SK na styku souřadnicových systémů

Závěr

Studiem archivní dokumentace výsledků měření při založení prvních plošných trigonometrických sítí na našem území se prokázala vysoká úroveň tvůrců koncepce této myšlenky jak z hlediska organizačního zajištění, technické realizace, dokumentace výsledků, tak především mnohostranným využitím v realizačních výstupech. Byla potvrzena kontinuita a provázanost budovaných geodetických základů od začátku 19. stol. až po současnost. Při znalosti těchto vazeb může být studována nejen relativní, ale i absolutní přesnost mapových děl první poloviny 19. stol. na tyto geodetické základy připojené.

Využití geodetických základů umožnilo definovat jednoznačný vztah mezi souřadnicovými systémy stabilního katastru a současným geodetickým referenčním systémem JTSK – globální transformační klíče. Na celostátních projektech, jako je tvorba digitálních katastrálních map, lokalizace map II. vojenského mapování, které v současné době probíhají na území ČR byla prokázána vhodnost takového postupu.

Literatura

- ČADA, V. (2004). Koncepce základních bází geodat a historická analogie využitelnosti map stabilního katastru pro druhé vojenské mapování. *Sborník referátů 15. kartografické konference*.
- Koenigliche trigonometrische Katastral Vermessung unter der Leitung der Vermessungs Central Direction, Provinz Boehmen a Zweite Abteilung vom Jahre 18.. enthaltend die triangulirungs Protocolle und topograpische Beschreibungen. Složka A2/G4. Archiv ZU, Praha.
- Boehmen Transformation der Coordinaten auf den Pragen Meridian. Složka A2/a/G8. Archiv ZU Praha.
- ČADA, V. (2003). Robustní metody tvorby a vedení digitálních katastrálních map v lokalitách sáhových map. *Habilitační práce*. ZČU v Plzni.

Podpořeno grantem 205/04/0888 Georeferencování a kartografická analýza historických vojenských mapování Čech, Moravy a Slezska.

S u m m a r y

Horizontal Ground Control of State Map Series from First Half of 19th Century and Its Georeferencing into S-JTSK

Characterization and basic assets of second military survey on territory of the Czech Republic and its connections with the project of Stable cadastre. Method of establishing the horizontal ground control – first area triangulation networks, quality parameters and survey documentation. Accuracy analysis of measured data and of computed coordinates in the Gustergerg coordinate system.

Methods of reciprocal transformation of coordinate systems, idea and implementation of global transformation keys. Accuracy evaluation of transformations. Localization of map sheets of second military survey in the S-JTSK geodetic reference system.

Fig. 1 First order numerical triangulation of stable cadastre on the territory of Bohemia.

Fig. 2 First order network in the Locket region and representation of error ellipses after adjustment.

Fig. 3 Sample of a JTSK point equipped by new monumentation in the vicinity of former point of stable cadastre.

Fig. 4 Visualization of gradients of differences at identical points in Bohemia.

Fig. 5 Common triangulation points of stable cadastre in contact area of coordinate systems.