

Přehled transformací:

Fourierovy řady – FŘ

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(a_n \cos n \frac{2\pi}{T} t + b_n \sin n \frac{2\pi}{T} t \right), \quad T = \text{perioda}$$

$$\omega_n = n \frac{2\pi}{T} \quad a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad a_n, b_n - \text{spektrum je diskrétní (nespojité)}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n \frac{2\pi}{T} t dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n \frac{2\pi}{T} t dt \quad \text{pro } n = 1, 2, \dots$$

FŘ v komplexním zápisu:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn \frac{2\pi}{T} t} dt \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn \frac{2\pi}{T} t}$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{-- amplitudové spektrum,} \quad |c_n| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad c_n = \frac{a_n}{2} - j \frac{b_n}{2}$$

$$a_n = 2 \operatorname{Re}(c_n), \quad b_n = -2 \operatorname{Im}(c_n), \quad \varphi_n = \operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n}$$

Fourierova transformace: $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$, $F(j\omega)$ = spektrum - je spojité

$$\text{zpětná FT} \quad f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} dj\omega, \quad \text{omezení } x(t): \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$$

Souvislost mezi FT a FŘ

$$c_n = \frac{1}{T} F\left(\frac{n \cdot 2\pi}{T}\right), \quad \text{v bodech } \frac{n \cdot 2\pi}{T} \text{ se u FT hodnota } F(t) \text{ podělí periodou } T$$

Diskrétní FT : $F_k = \sum_{i=0}^{n-1} f_i e^{-ji \frac{2\pi}{n} k}$ $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$ $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$

$$\text{zpětná} : f_i = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} F_k e^{jk \frac{2\pi}{n} i}, \quad \text{ve SPURTU se musí výsledek FFT dělit } n \text{ (počet vzorků)}$$

Laplaceova transformace: $F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$, omezení : $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-ct} f(t) < M$

$$\text{zpětná: } f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p) e^{pt} dp, \quad p = c + j\omega, \quad \operatorname{Re}(a) > c, \quad c = \text{hranice konvergence}$$