

ZME1 - PŘÍKLADY NA PROCVIČENÍ 11

11.1 Definice derivace. Přímo z definice derivace určete derivace funkcí

- (a) $f(x) = 2x + 1$,
- (b) $f(x) = x^2 - x$,
- (c) $f(x) = e^{2x}$,
- (d) $f(x) = \sin(x)$.
- (e) celou řadu příkladů i s řešením najdete dále na **Trial 6.1.5**.

11.2 Výpočet první derivace. Pro následující funkce vypočtěte derivace v bodech $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$. Načrtněte si obrázek.

- (a) $f(x) = 2x - 6$,
- (b) $f(x) = x^2$,
- (c) $f(x) = x^3 - 3x + 1$,
- (d) $f(x) = \frac{1}{x}$,
- (e) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

11.3 Výpočet první derivace - techniky derivování. Vypočítejte $f'(x)$, pokud

- (a) $f(x) = 3x^4 + 5x^2 - 2x$,
- (b) $f(x) = \sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[4]{x}$,
- (c) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$,
- (d) $f(x) = e^x - 4 \cdot 2^x + 3 \cdot 4^x$,
- (e) $f(x) = \ln(x) + \log(x) + \log_5(x)$,
- (f) $f(x) = \sin(x) - \cos(x)$,
- (g) $f(x) = 5\operatorname{tg}(x) - 5\operatorname{cotg}(x)$,
- (h) $f(x) = x \sin(x)$,
- (i) $f(x) = 5^x \sqrt[3]{x}$,
- (j) $f(x) = \ln(x) \cdot \cos(x)$,
- (k) $f(x) = x^2 \cdot e^x \cdot \operatorname{tg}(x)$,
- (l) $f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 3}{4x + 1}$,
- (m) $f(x) = \frac{2 \cos(x)}{\log_4(x)}$,
- (n) $f(x) = \frac{\operatorname{tg}(x)}{3^x}$,
- (o) $f(x) = \frac{3 \cdot 7^x + 2^x}{\sqrt[4]{x}}$,
- (p) $f(x) = \sqrt{2x + 1} + \sqrt{3x + 1} + \sqrt{4x + 1}$,
- (q) $f(x) = \sqrt[4]{x^4 - 5x + 1}$,
- (r) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3 + 4x + 5}}$,
- (s) $f(x) = \sin x^2 + \sin x^3 + \sin x^4$,
- (t) $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$,
- (u) $f(x) = e^{2x} + e^{3x} + e^{4x}$,

- (v) $f(x) = e^{\sqrt{3x^4 - x^2}},$
- (w) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x}}{x \cdot \sin(4x)},$
- (x) $f(x) = \sqrt{1 + 2\sqrt{3 + 4\sqrt{5x + 6}}},$
- (y) $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}},$
- (z) $f(x) = \ln \ln \ln(x).$

celou řadu příkladů i s řešením najdete dále na **Trial 6.1.2**

11.4 Existence derivace. Načrtněte si následující funkce. Vypočítejte jejich derivace.

- (a) $|x|, |x + 1|, |x - 5|,$
- (b) $|x^2 - 1|, |x^2 + 5x + 6|,$
- (c) $|x^3|,$
- (d) $|\sin(x)|.$
- (e) celou řadu příkladů i s řešením najdete dále na **Trial 6.1.1**

11.5 Funkce daných vlastností. Načrtněte funkci, která

- (a) je spojitá na $D(f) = \mathbb{R}$ a nemá derivaci v bodě 5,
- (b) má kladnou derivaci pro $x < 5$ a zápornou derivaci pro $x > 5$.