

**10.1 Limity funkcí.** Vypočítejte následující limity:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0+} \log(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1} \log(x),$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x}{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x}{x-1},$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2+1}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2+1}},$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{2}}{x^2-1}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{2}}{x^2-1},$$

(e)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}},$$

(f)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2-x}{x^2-1} \right)^{10}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^2-x}{x^2-1} \right)^{10}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2-x}{x^2-1} \right)^{10}.$$

(g) celou řadu příkladů i s řešením najdete dále na **Trial 5.2**

**10.2 Body nespojitosti.** Pro dané funkce najděte body nespojitosti a určete jejich typ:

(a)

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 5x + 4},$$

(b)

$$f(x) = \frac{x-1}{x^3-x},$$

(c)

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{x} \right),$$

(d)

$$f(x) = e^{\left( \frac{x-2}{x-3} \right)},$$

(e)

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x+2},$$

(f)

$$f(x) = \frac{1}{1 - e^{-\frac{x}{x+1}}},$$

(g)

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{x}{x+1}}},$$

(h)

$$f(x) = \frac{x + \pi}{|x + \pi|} \cos(x),$$

(i)

$$f(x) = \frac{x + \pi}{|x + \pi|} \sin(x).$$

(j) celou řadu příkladů i s řešením najdete dále na **Trial 5.3**

**10.3 Funkce daných vlastností.** Načrtněte funkci, která

- (a) je spojitá na  $D(f) = \mathbb{R}$  a má obor hodnot  $H(f) = \langle 1, 5 \rangle$ ,
- (b) není spojitá na  $D(f) = \mathbb{R}$  a má obor hodnot  $H(f) = \langle 1, 5 \rangle$ ,
- (c) je spojitá na  $D(f) = \mathbb{R}$  a je ostře rostoucí,
- (d) není spojitá na  $D(f) = \mathbb{R}$  a je ostře rostoucí,
- (e) splňuje  $f(1+) = 2$ ,  $f(1-) = 0$ ,
- (f) má odstranitelnou nespojitost v bodě 0, nedostranitelnou nespojitost 1.druhu v bodě 1, nedostranitelnou nespojitost 2.druhu v bodě 2,
- (g) je lichá a platí  $f(0+) = 3$  a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -5$ ,
- (h) je sudá a má neodstranitelnou nespojitost 1.druhu v bodě  $x_0 = -5$ .