Domácí úkoly z předmětu M1S pro kombinované studium - 2018

Pro získání zápočtu je třeba tyto úkoly správně vyřešit a odevzdat nejméně týden před zkouškou.

1. Vyplňte tabulku pravdivostních hodnot pro následující výrok:

$$A \iff (\neg B \vee C) \Rightarrow \neg(C \wedge (\neg A \vee \neg B))$$

2. Dokažte matematickou indukcí následující tvrzení:

$$\forall n \in \mathbb{N} : 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$

3. Pro následující množiny určete jejich infimum, supremum, minimum a maximum (pokud existují)

   a) $(1, 7\rangle$,

   b) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$,

   c) $n < \frac{1}{2}, n \in \mathbb{R}$.

4. Pro následující posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ načrtněte graf, rozhodněte o monotonii a omezenosti, určete minimum, maximum, infimum a supremum a vypočítejte $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$

   a) $a_n = -n^2 + 7n - 10$,

   b) $a_n = 200n - 2^n$,

   c) $a_n = \frac{n}{n+1}$.

5. Vypočítejte $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, kde

   a) $a_n = \frac{2^{n+2}+3^{n+1}}{2^{n+1}+3^{n+2}}$,

   b) $a_n = \left(1 + \frac{2}{n^2}\right)^{n^3}$,

   c) $a_n = \sqrt{2n+1} + \sqrt{2n+5}$.

6. Vypočítejte součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{11 \cdot 2^{2n+5}}{5^{n-1}2^{n+2}}.$$

7. Zjistěte, zda je řada konvergentní nebo divergentní

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n+1)}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots (n+3)}$,

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{n^{2n-1}}$.