**Akustika – řešené příklady a cvičení**

**Příklad 1.** Do propasti pustíme kámen a za dobu  uslyšíme zvuk signalizující dopad kamene na dno propasti. Rychlost zvuku je . Tíhové zrychlení je *g* = 10 m/s2. Určete hloubku propasti 

**Řešení.** Celkovou dobu, která uplyne od puštění kamene do zvuku udávající dopad kamene, si rozdělíme na dobu , po kterou kámen padal do propasti a dobu , po kterou se pohyboval zvuk nárazu z dna propasti na povrch. Zjevně platí vztah 

Pohyb kamene je vzhledem ke konstantnímu tíhovému zrychlení rovnoměrně zrychlený s nulovou počáteční rychlostí, díky čemuž můžeme pro hloubku propasti psát  Zvuk se pohybuje rovnoměrně, z čehož získáme pro hloubku propasti vzorec $h=v\_{z}∙t\_{2}.$ Srovnáním obou vztahů a dosazením získáme kvadratickou rovnici pro neznámou 



Řešením této rovnice (bereme jen kladné řešení) již snadno zjistíme dobu pádu do propasti a následným dosazením za  do vztahu  i hledanou hloubku propasti.

**Příklad 2.** Hladina intenzity zvuku je ve vzdálenosti *r* = 150 m od sirény *L* = 70 dB. Jaký je výkon sirény za předpokladu, že zvuk se z ní šíří všemi směry rovnoměrně a není ve vzduchu nijak pohlcován.

**Řešení.** V prvním kroku musíme zjistit, jaká je v zadané vzdálenosti od zdroje intenzita zvuku *I* (tj. převést decibely na W/m2). K tomu nám slouží vztah mezi intenzitou a hladinou intenzity *L v*e tvaru



kde  je intenzita odpovídající tzv. **prahu slyšení**. V našem případě potřebujeme zjistit hodnotu *I*, což znamená, že musíme využít definici dekadického logaritmu a provést převod na expocenciálu se základem 10. Dostáváme:

$$L=10∙log\frac{I}{I\_{0}}\rightarrow \frac{L}{10}=log\frac{I}{I\_{0}}\rightarrow \frac{I}{I\_{0}}=10^{\frac{L}{10}}\rightarrow I=I\_{0}∙10^{\frac{L}{10}}=10^{-12}∙10^{7}=10^{-5} W∙m^{-2}.$$

 K ekvivalentnímu výsledku je možné s ohledem na hezky zadaná čísla dojít i užitím tabulky dostupné v materiálu k intenzitě zvuku. V druhém kole je třeba z intenzity zvuku v dané vzdálenosti od zdroje stanovit akustický výkon zdroje. K tomu nám poslouží přímo definice intenzity zvuku. Představíme si kulovou plochu se středem v místě sirény a poloměrem *r* (uvažujeme, že koule jde i dovnitř do země). Stanovíme obsah této plochy pomocí známého vzorce pro povrch koule $S=4∙π∙r^{2}.$ Akustický výkon sirény pak dostaneme jako intenzitu zvuku násobenou povrchem kulové plochy. Získáváme tak:

$P=I∙S=I∙4∙π∙r^{2}=10^{-5}∙4∙3,14∙150^{2}=3,14 W$.

Siréna má výkon 3,14 W.

**Příklad 3.** V daném bodě se setkávají tři zvukové vlny s hladinami intenzity po řadě *L1* = 80 dB, *L2* = 85 dB a *L3* = 90 dB. Jaká je výsledná hladina intenzity zvuku v tomto bodě?

**Řešení.** Bylo by velkou chybou rovnou sečíst trojici zadaných čísel, tím bychom totiž získali 255 dB, což by bylo nesmyslně vysoké číslo. Není možné sčítat hladiny intenzity zvuku (tj. decibely), ale je možné sčítat přímo intenzity zvuku, protože to je vlastně výkon vztažený na plochu, který je aditivní. Je tudíž třeba převést hladiny intenzity přímo na intenzity. Stejným postupem jako v minulém příkladu postupně dostáváme:

$$I\_{1}=I\_{0}∙10^{\frac{L\_{1}}{10}}=10^{-12}∙10^{8}=10^{-4} W∙m^{-2}, $$

$$I\_{2}=I\_{0}∙10^{\frac{L\_{2}}{10}}=10^{-12}∙10^{8,5}=10^{-3,5} W∙m^{-2},$$

$$I\_{3}=I\_{0}∙10^{\frac{L\_{3}}{10}}=10^{-12}∙10^{9}=10^{-3} W∙m^{-2}.$$

Nyní můžeme přistoupit k sečtení dílčích intenzit a získání výsledné intenzity v daném bodě. Ta je:

$$I=I\_{1}+I\_{2}+I\_{3}=0,0001+0,0003+0,001=0,0014 W∙m^{-2}.$$

Nyní je potřeba převést intenzitu zpět na hladinu intenzity. Dostáváme:

$$L=10∙log\frac{I}{I\_{0}}=10∙log\frac{0,0014}{10^{-12}}=10∙9,15=91,5 dB.$$

Výsledná hladina intenzity zvuku v daném bodě je 91,5 dB (a tedy jen o málo více než největší z dílčích intenzit).

**Příklad 4.** Jakou rychlostí a jakým směrem by musela jet sanitka, abychom její zvuk vnímali o kvartu níž, než skutečně vydává? Sami jsme v klidu, intervaly bereme dle Pythagorejského ladění.Zvuk se šíří rychlostí o velikosti *c* = 340 m/s .

**Řešení:** Pokud má být vnímaný tόn nižší, je třeba, aby byly vlnoplochy méně husté. To znamená, že sanitka se musí pohybovat směrem od nás. Dále musíme vědět, že kvarta v Pythagorejském ladění znamená, že poměr frekvencí je 4:3. Vnímaná frekvence je tedy rovna třem čtvrtinám základní frekvence, platí tedy, že $f\_{1}=\frac{3}{4}∙f. $ Pro případ, že auto jede od nás a my jsme v klidu, platí pro frekvenci vztah $f\_{1}=f∙\frac{c}{c+v}$ . Z něj již jednoduchými úpravami vyjádříme požadovanou rychlost *v*.

$$f\_{1}=f∙\frac{c}{c+v}\rightarrow \frac{f\_{1}}{f}=\frac{c}{c+v}\rightarrow \frac{3}{4}=\frac{c}{c+v}\rightarrow $$

$$\frac{3}{4}∙c+\frac{3}{4}∙v=c\rightarrow \frac{3}{4}∙v=\frac{1}{4}∙c\rightarrow v=\frac{1}{3}∙c=\frac{1}{3}∙340=113,3\frac{m}{s}. $$

Sanitka by musela jet od nás rychlostí 113,3 m/s (tj. přes 400 kilometrů za hodinu, není realistické).

**Příklad 5.** Zdroj zvuku vysílá tón o absolutní výšce *f* = 500 Hz a pohybuje se směrem k pozorovateli rychlostí o velikosti *v* = 5 m/s. Zvuk se šíří rychlostí o velikosti *c* = 340 m/s . Jak velkou rychlostí *w* a v jakém směru na spojnici zdroj-pozorovatel se pohybuje pozorovatel, který slyší tón o absolutní výšce 522 Hz?

**Řešení.** V prvním kroku musíme zjistit, zda se pozorovatel ke zdroji přibližuje či se od něj vzdaluje. Budeme proto uvažovat situaci, že by se pozorovatel nehýbal a zjistíme vnímanou frekvenci $f\_{k}$ jen v důsledku přibližování se zdroje. Dle vztahů pro Dopplerův jev by v tom případě pro ni platilo $f\_{k}=f\_{0}∙\frac{c}{c-v}=500∙\frac{340}{340-5}=507 Hz$. Vidíme, že vnímaná frekvence (522 Hz) je vyšší, než by odpovídalo klidovému stavu pozorovatele. To znamená, že pozorovatel se musí ke zdroji přibližovat (přibližování odpovídá hustším vlnoplochám a tudíž vyšší frekvenci). K určení velikosti rychlosti přibližování *w* užijeme opět stejný vztah, ovšem s tím, že relativní rychlost vystupující ve jmenovateli bude dána součtem rychlosti zdroje *v* a rychlosti pozorovatele *w*. Bude tudíž platit:

$$f\_{1}=f∙\frac{c}{c-\left(v+w\right)}\rightarrow \frac{f\_{1}}{f}=\frac{c}{c-v-w}\rightarrow c-v-w=\frac{c∙f}{f\_{1}}\rightarrow $$

$$w=c-v-\frac{c∙f}{f\_{1}}=340-5-\frac{340∙500}{522}=9,3\frac{m}{s}. $$

Pozorovatel se přibližuje rychlostí 9,3 m/s směrem ke zdroji zvuku.

**Cvičení 1. Chlapec hodil do propasti v ČR hluboké 200 metrů kámen počáteční rychlostí 20 m/s. Za jak dlouho po hození kamene uslyší jeho dopad na zem? Uvažujte, že rychlost zvuku je 340 m/s a tíhové zrychlení 10 m/s2.**

**Cvičení 2. Máme tři sirény o výkonech 100 W, 200 W a 300 W, jež jsou umístěny ve vrcholech rovnostranného trojúhelníka o délce strany 50 m. Jaká bude hladina intenzity zvuku v těžišti trojúhelníka, jsou-li všechny tři sirény puštěny zároveň? Uvažujte, že zvuk se ze sirén šíří všemi směry rovnoměrně a to včetně směru dolů do země (tam je zvuková energie pohlcována zemí, ve vzduchu je pohlcování zvuku zanedbatelné).**

**Cvičení 3. Jakou rychlostí se musíme blížit k hudebníkovi v klidu hrajícímu tόn c1, abychom tento tόn vnímali jako g1 (tj. o kvintu výš)?**