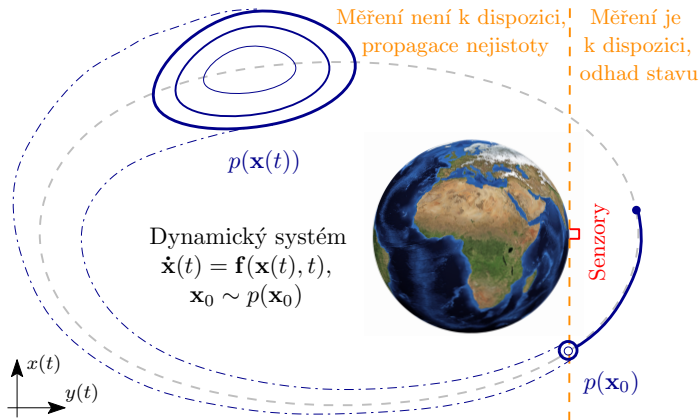


Propagace nejistoty v úloze sledování polohy pohybujících se objektů

Jan Krejčí

vedoucí práce: doc. Ing. Ondřej Straka, Ph. D.

Motivace



- Cíl = najít pravděpodobnostní popis stavu $\mathbf{x}(t)$, určit oblast ve které bude stav v daném čase realizován s danou pravděpodobností

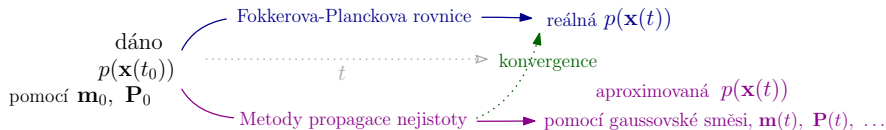
Formalizace problému

- ▶ dynamické systémy ve tvaru

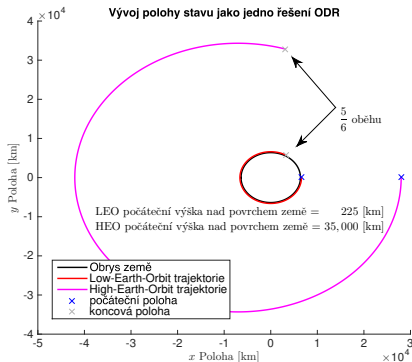
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t), \quad \mathbf{x}_0 \sim p(\mathbf{x}_0)$$

nelineární \mathbf{f} , např. popis pohybu objektů

- ▶ měření není k dispozici v dlouhých časových intervalech
- ▶ nejistota v počáteční podmínce ... chyba posledního měření
- ▶ hledání ppstního popisu stavu $\mathbf{x}(t)$... propagace \mathbf{x}_0



Simulační modely



High-Earth-Orbit:
pouze pod vlivem gravitace

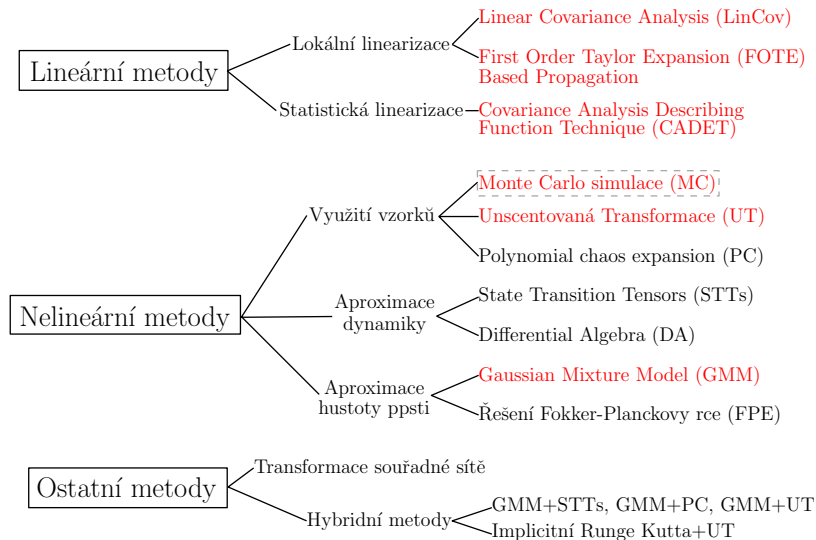
$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}, \quad \dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}$$

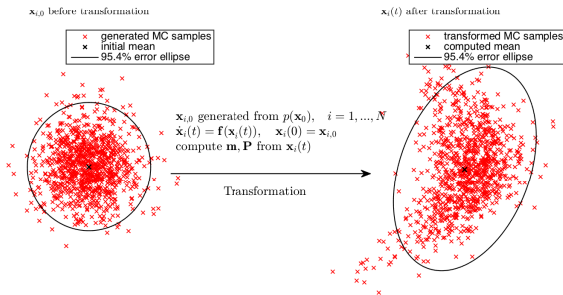
Low-Earth-Orbit:
vliv gravitace a odporu vzduchu

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}, \quad \dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} - \frac{1}{2} \rho(h) \beta v_{\text{rel}} \mathbf{v}_{\text{rel}}$$

► Stav $\mathbf{x}(t) = [x(t), y(t), v_x(t), v_y(t)]^T = [\mathbf{r}^T(t), \mathbf{v}^T(t)]^T$

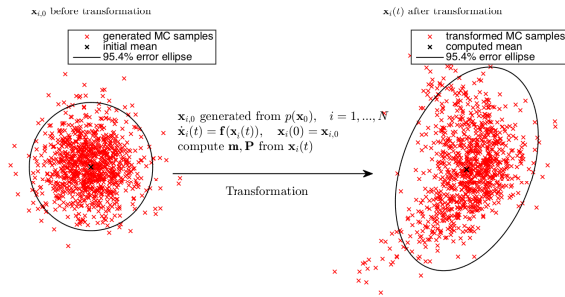
Vybrané metody





Monte Carlo simulace

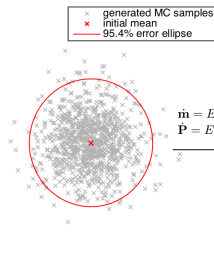
- popis: množina vzorků
- transformace náhodně vygenerovaných vzorků
- nelineární
- "přesná"



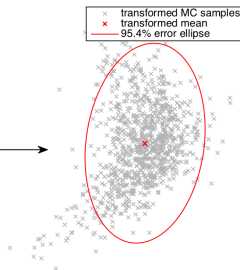
Monte Carlo simulace

- popis: množina vzorků
- transformace náhodně vygenerovaných vzorků
- nelineární
- "přesná"

Statistical properties before transformation



Statistical properties after transformation



CADET

- popis: $\mathbf{m}(t)$, $\mathbf{P}(t)$
- statistická linearizace

$$\mathbf{x} = \mathbf{m} + \mathbf{r}$$

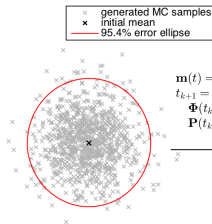
$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{N}_m \mathbf{m} + \mathbf{N}_r \mathbf{r}$$

\mathbf{r} ... náhodná složka stavu

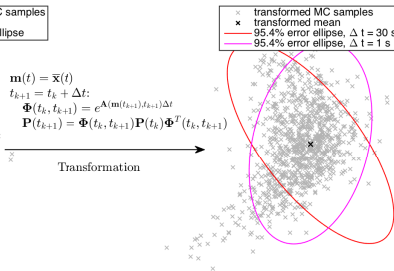
- nízké požadavky na \mathbf{f}

LinCov

Statistical properties before transformation



Statistical properties after transformation



$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}(t) &= \bar{\mathbf{x}}(t) \\
 t_{k+1} &= t_k + \Delta t: \\
 \Phi(t_k, t_{k+1}) &= e^{\mathbf{A}(\mathbf{m}(t_{k+1}), t_{k+1}) \Delta t} \\
 \mathbf{P}(t_{k+1}) &= \Phi(t_k, t_{k+1}) \mathbf{P}(t_k) \Phi^T(t_k, t_{k+1})
 \end{aligned}$$

Transformation

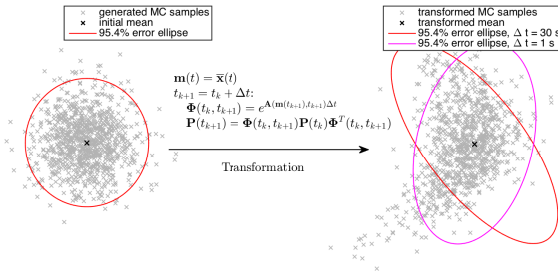
- popis: $\mathbf{m}(t_k)$, $\mathbf{P}(t_k)$
- lokální linearizace
- propagace v diskrétních časových okamžicích (Δt)

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t) = \nabla \otimes \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t)$$

LinCov

Statistical properties before transformation

Statistical properties after transformation

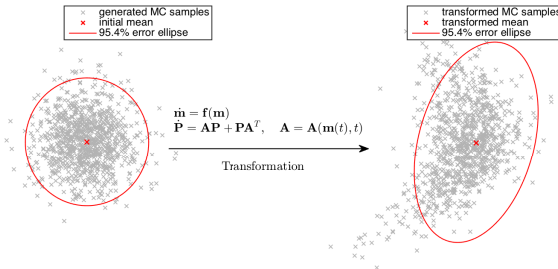


- popis: $\mathbf{m}(t_k)$, $\mathbf{P}(t_k)$
- lokální linearizace
- propagace v diskrétních časových okamžicích (Δt)

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t) = \nabla \otimes \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t)$$

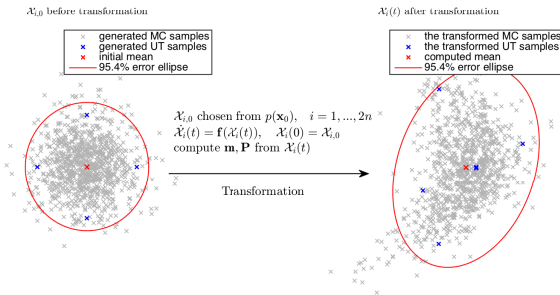
Statistical properties before transformation

Statistical properties after transformation



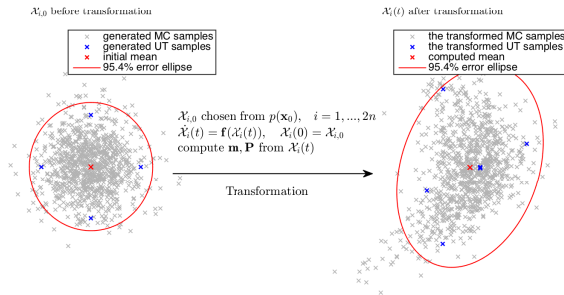
FOTE based propagation

- popis: $\mathbf{m}(t)$, $\mathbf{P}(t)$
- lokální linearizace
- propagace ve spojitých časových okamžicích



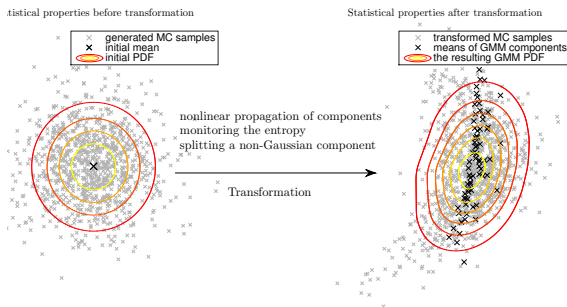
Unscentovaná transformace

- popis: $\mathbf{m}(t)$, $\mathbf{P}(t)$
- transformace několika zvolených **vzorků**, z nich výpočet $\mathbf{m}(t)$ a $\mathbf{P}(t)$
- nelineární



Unscenovaná transformace

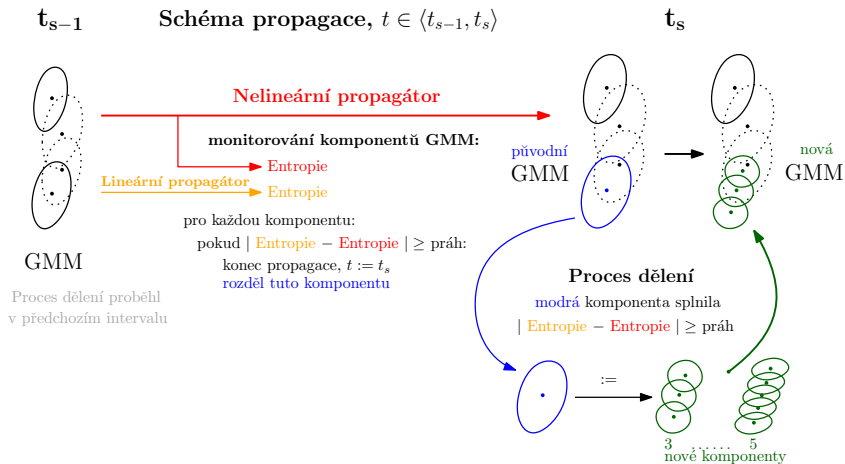
- popis: $\mathbf{m}(t)$, $\mathbf{P}(t)$
- transformace několika zvolených **vzorků**, z nich výpočet $\mathbf{m}(t)$ a $\mathbf{P}(t)$
- nelineární



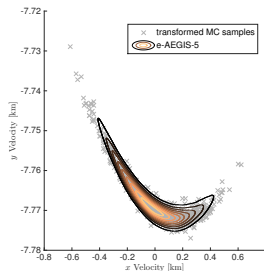
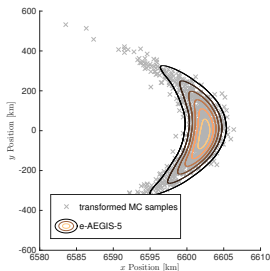
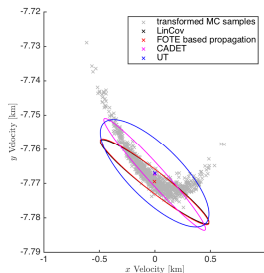
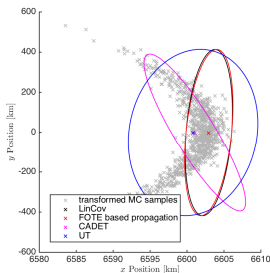
metoda AEGIS

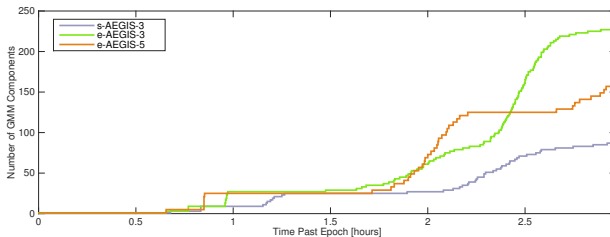
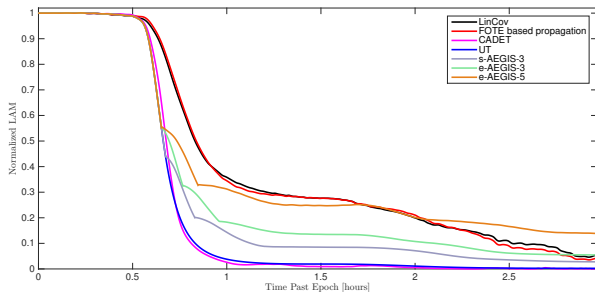
- popis: adaptující se **gaussovská směs**
- využívá UT
- nelineární
- pokročilá
- výpočetně náročná

Vnitřní fungování metody AEGIS, adaptace GMM



Výsledky simulací: Low Earth Orbit, 2 orbity





Porovnání přibližných časových výpočetních nároků

	HEO		LEO	
	1 orbit	2 orbits	1 orbit	2 orbits
MC	6.8	9.6	6.5	10.0
LinCov	8.9	17.9	0.8	1.6
FOTE	0.2	0.2	0.2	0.2
CADET	0.6	1.4	0.3	0.8
UT	0.1	0.2	0.1	0.1
s-AEGIS-3	185.6	1 682.9	81.7	497.6
e-AEGIS-3	296.2	2 668.4	109.3	1 050.6
e-AEGIS-5	-	-	112.4	889.9

Závěr

Rekapitulace: pro dynamické systémy ve tvaru

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t), \quad \mathbf{x}_0 \sim p(\mathbf{x}_0)$$

nelineární \mathbf{f} , např. popis pohybu objektů

- ▶ měření není k dispozici v dlouhých časových intervalech
- ▶ nejistota v počáteční podmínce ... chyba posledního měření
- ▶ hledání ppstního popisu stavu $\mathbf{x}(t)$... propagace \mathbf{x}_0

Přínos:

- ▶ analýza a implementace vybraných metod
- ▶ simulační porovnání těchto metod na dvou modelech
- ▶ úprava metody AEGIS

Využití při výběru vhodné metody v rámci:

- ▶ nelineární filtrace, predikce
- ▶ využití v Kalmanově filtru, odhadu stavu