

Příklady k opakování před závěrečným zápočtovým testem

(4 příklady po 3 bodech na 60 minut)

Test by měl souhrnně ověřit znalosti zákl. pojmů a výpočtů, které se vyskytly během LS. Proto některé příklady mohou být analogií, resp. rozšířením příkladů z 1.testu.

Náhodné veličiny diskrétního a spojitého typu - více viz Ukázka 1.testu

Úvod do matematické statistiky - ukázka některých možných příkladů :

- a) Při přejímce zásilky velkého rozsahu z 200 náhodně vybraných výrobků bylo 13 vadných. Stanovte (oboustranný) 95%-ní interval spolehlivosti pro skutečné procento vadných výrobků v celé zásilce.
b) Při přejímce zásilky velkého rozsahu z 800 náhodně vybraných výrobků bylo 52 vadných. Stanovte (oboustranný) 95%-ní interval spolehlivosti pro skutečné procento vadných výrobků v celé zásilce.
- Náhodný výběr x_1, x_2, \dots, x_{16} (rozsahu $n = 16$) z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$ poskytl aritmetický průměr $\bar{x} = 41.22$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 0,77$. Stanovte (oboustranný) 95%-ní interval spolehlivosti pro skutečnou hodnotu μ .
- Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu, že $\mu = 75$, jestliže náhodný výběr rozsahu $n = 15$ poskytl hodnoty $\bar{x} = 77.6$ a $s = 5$.
- Průměrný výsledek závěrečného testu z elementární statistiky je 75 bodů. Na 5% hladině významnosti testujte hypotézu, že studijní skupina 20 studentů, která dosáhla následujících výsledků, je nadprůměrná :
79 79 78 74 82 89 74 75 78 73
74 84 82 66 84 82 82 71 72 83
- Na hladině významnosti 0.05, testujte hypotézu, že podíl p výrobků s určitým druhem (drobné) výrobní vady tvoří 0.3, jestliže ze 100 náhodně vybraných výrobků bylo 45 s touto vadou.
- Na prvních 800 desetinných místech Ludolfova čísla π se cifry vyskytují s četnostmi uvedenými v tabulce. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu, že uvedená data odpovídají diskrétnímu rovnoměrnému rozdělení, tj. ppst výskytu každé z cifer je $\frac{1}{10}$.

Cifra	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Četnost	74	92	83	79	80	73	77	75	76	91

7. Výrobce prodává výrobek ve čtyřech barevných provedeních. Dosud bylo prodáno 47 bílých, 36 černých, 29 zelených a 28 modrých výrobků. Použitím χ^2 -testu dobré shody testujte hypotézu H_0 : "Počet prodaných výrobků nezávisí na jeho barvě".
(Volte hladinu významnosti $\alpha = 0.05$.)
8. Každá z 500 kontrolovaných součástek byla podrobena třem nezávislým zkouškám. Počty n_i součástek, které neuspěly v $i = 0, 1, 2, 3$ zkouškách, jsou po řadě 306, 150, 32, 12. Použitím χ^2 -testu dobré shody testujte na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ hypotézu H_0 : "Pozorované četnosti se shodují s Poissonovým rozdělením $Po(\lambda)$ ".
[Pozn.: Při výpočtech položte $\lambda = \bar{x}$, kde $\bar{x} = \frac{1}{500} \sum_{i=0}^3 i \cdot n_i$]
9. Technologií A bylo vyrobeno 600 výrobků, z toho bylo 575 dobrých a 25 zmetků. Technologií B bylo vyrobeno 400 výrobků, z toho bylo 390 dobrých a 10 zmetků. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu H_0 : "Zmetkovitost výroby nezávisí na použité technologii".

Výsledky:

1. a) (0.03 ; 0.099), tj. 3.1% až 9.9% b) (0.048 ; 0.082), tj. 4.8% až 8.2%.
2. (40.81 ; 41.63) .
3. Hodnota testového kritéria: $t = 2.014$. Kritické hodnoty: -2.145 a 2.145 .
Nezamítáme $H_0 : \mu = 75$.
4. $n = 20$, $\bar{x} = 78.1$, $s = 5.6$. Hodnota testového kritéria: $t = 2.476$.
Kritická hodnota: 1.729. Zamítáme $H_0 : \mu \leq 75$.
(Výsledek testu ukazují na nadprůměrnou studijní skupinu.)
5. Hodnota testového kritéria: $u = 3.27$. Kritické hodnoty: -1.96 a 1.96 .
Zamítáme $H_0 : p = 0.3$.
6. Očekávané četnosti: $n_i^O = 80$ pro $i = 0, 1, \dots, 9$.
Hodnota testového kritéria: $\chi^2 = 5.125$. Počet stupňů volnosti: $\nu = 9$.
Kritická hodnota: 16.9. Kritický obor: $W = (16.9, +\infty)$.
Nezamítáme hypotézu H_0 : "Výskyt každé z cifer je stejně pravděpodobný."
7. Očekávané četnosti: $n_i^O = 35$ pro $i = 1, 2, 3, 4$.
Hodnota testového kritéria: $\chi^2 = 6.6$. Počet stupňů volnosti: $\nu = 3$.
Kritická hodnota: 7.81. Kritický obor: $W = (7.81, +\infty)$. Nezamítáme H_0 .
8. Očekávané četnosti: $n_0^O = 303.5$, $n_1^O = 151.5$, $n_2^O = 38$, $n_{\geq 3}^O = 7$.
Hodnota testového kritéria: $\chi^2 = 4.55$. Počet stupňů volnosti: $\nu = 4 - 1 - 1 = 2$.
Kritická hodnota: 5.99. Kritický obor: $W = (5.99, +\infty)$. Nezamítáme H_0 .
9. Očekávané četnosti pro A : 579 (d.), 21 (zm.), pro B : 386 (d.), 14 (zm.).
Hodnota testového kritéria: $\chi^2 = 1.97$. Počet stupňů volnosti: $\nu = (2 - 1) \cdot (2 - 1) = 1$.
Kritická hodnota: 3.84. Kritický obor: $W = (3.84, +\infty)$. Nezamítáme H_0 .

Z.K.