PŘÍKLADY NA ZÁPOČET

1. Určete a načrtněte definiční obor funkce $f(x,y)=\frac{\mathrm{e}^x+1}{\ln(-x^2-y^2+1)}$.

2. Určete a načrtněte definiční obor funkce $f(x,y)=\ln(x^2-y)+\sqrt{x-2y+4}$.

3. Nalezněte jednotkový vektor, který definuje směr maximálního přírůstku funkce $f(x,y,z)=x^2+2y^2+z^2$ v bodě $A=[a,a,a]$.

4. Určete derivaci funkce $f(x,y)=x^2+y^2$ ve směru vektoru $\mathbf{s}=(\cos\varphi,\sin\varphi)$, kde $\varphi\in\langle 0,2\pi\rangle$, v bodě $A=[a,b]$.

5. Určete lokální extrémy funkce $f(x,y)=y\sqrt{x}-y^2-x+6y$.

6. Spočtěte $\iint\limits_{\Omega} y\,dx\,dy$, kde oblast Ω je určena vztahy $x^2-y+2=0$ a $x+y-4=0$.

7. Spočtěte $\iint\limits_{\Omega} xy\,dx\,dy$, kde oblast Ω je určena vztahy $xy=1$, $2x+2y-5=0$.

8. Pro integrál $\int\limits_0^4\left(\int\limits_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)\,dy\right)dx$ načrtněte integrační oblast a zaměňte pořadí integrování.

9. Spočtěte $\iint\limits_{M} dx\,dy$, kde M je určena rovnostmi $y=5x$, $y=x$, $x+y=1$, $x+y=4$. Použijte rovnice: $x+y=u$ a $\frac{y}{x}=v$.

10. Spočtěte $\iint\limits_{\Omega} \mathrm{e}^{x^2+y^2}\,dx\,dy$, kde oblast Ω je určena nerovnostmi $x\geq 0$, $x^2+y^2\leq 1$.

11. Spočtěte $\iint\limits_{\Omega} y\,dx\,dy$, kde oblast Ω je určena nerovnostmi $x^2+y^2-2x\geq 0$, $x^2+y^2-4x\leq 0$, $y\geq\frac{\sqrt{3}}{3}x$, $y\leq x$.

12. Spočtěte $\iiint\limits_{\Omega}\frac{dx\,dy\,dz}{(1+3z)^3}$, kde oblast Ω je určená nerovnostmi $x\geq 0$, $y\geq 0$, $z\geq 0$, $x+2y+3z\leq 6$.

13. Spočtěte $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy\,dz$, kde Ω je určena nerovnostmi $\sqrt{x^2+y^2}\leq z\leq 6-x^2-y^2$.

14. Spočtěte $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy\,dz$, kde Ω je určena nerovnostmi $1\leq x^2+y^2+z^2\leq 9$, $y\geq 0$, $z\leq 0$.