

1. Vzorová písemná práce z M3E

- (2 body) Určete a načrtněte definiční obor funkce $f(x, y) = \frac{\sqrt{x-y^2}}{\ln(4-x^2-y^2)}$.
- (2 body) Určete v jakém směru je derivace funkce $f(x, y) = x^3y + \frac{x}{y^2+2y}$ v bodě $A = [1, 1]$ maximální a vypočítejte hodnotu této derivace.
- (2 body) Je dána funkce $f(x, y, z) = \frac{x^2+y^2}{z}$, body $P_0 = [0, 1, 1]$, $P_1 = [1, 1, 1]$ a vektor $\mathbf{s} = (3, 1, 1)$. Určete
 - derivaci funkce f v bodě P_0 ve směru vektoru \mathbf{s} ,
 - zda je funkce f v bodě P_1 ve směru vektoru \mathbf{s} rostoucí.
- (4 body) Stanovte lokální extrémy funkce $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$.
- (5 bodů) Je dán dvojný integrál $\iint_M 1 \, dx \, dy$, kde oblast M je určena křivkami $y = 2x - x^2$, $y = -x$.
 - Načrtněte oblast M ,
 - určete oba typy mezí,
 - dvojný integrál vypočtěte.
- (5 bodů) Spočtěte $\iint_M \sqrt{1-x^2-y^2} \, dx \, dy$, kde oblast M je určená nerovnicemi $x \leq 0$, $y \leq 0$ a $x^2 + y^2 \leq 1$. Oblast M načrtněte.