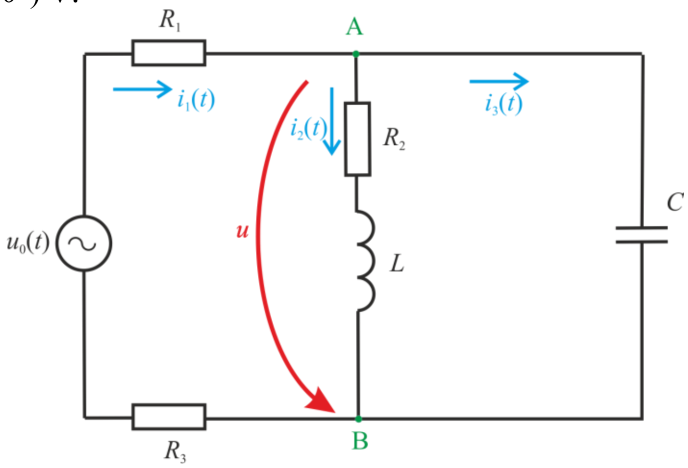
Metoda smyčkových proudů a **metoda uzlových napětí** slouží k celkové analýze elektrického obvodu, podobně jako metoda přímé aplikace Kirchhoffových zákonů.

Příklad:
Určete proudy i_1, i_2, i_3 v obvodu na obr., je-li dáno:
$R_1 = 40\ \Omega$; $R_2 = 30\ \Omega$; $R_3 = 10\ \Omega$; $L = 0{,}1$ mH; $C = 200\ \mu$F; $f = 50$ Hz; $\omega = 2\pi f$;
$u_0(t) = 10 \sin(\omega t + 30°)$ V.



Řešení:

Využijeme symbolicko-komplexní zobrazení harmonických veličin. Fázory jsou v následujícím textu označeny podtrženou kurzívou.

Časovému průběhu $u_0(t) = 10 \sin(\omega t + 30°)$ V odpovídá fázor maximální hodnoty napětí $\underline{U}_{0m} = 10\ e^{\,j\,30°}$ V neboli zjednodušeně zapsáno $\underline{U}_{0m} = 10\ \underline{|30°}$ V.

- Stanovení větvových proudů i_1, i_2, i_3 pomocí **metody uzlových napětí**

Uzel **B** zvolíme jako referenční, uzel **A** je nezávislý. Mezi nezávislým uzlem a referenčním uzlem zavedeme uzlové napětí u.

Pro nezávislý uzel zapíšeme 1. Kirchhoffův zákon, přičemž proudy ve větvích vyjádříme pomocí uzlového napětí u, resp. jeho fázoru maximální hodnoty $\underline{U}_m$.

1. Kirchhoffův zákon pro **uzel A**: $\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0$

Fázory maximálních hodnot proudů ve větvích vyjádřené pomocí fázoru maximální hodnoty uzlového napětí $\underline{U}_m$

$$\frac{\underline{U}_{0m} - \underline{U}_m}{R_1 + R_3} - \frac{\underline{U}_m}{R_2 + \mathrm{j}\omega L} - \frac{\underline{U}_m}{-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}} = 0$$

Řešíme rovnici o 1 neznámé. Rovnice po úpravě:

$$\frac{\underline{U}_m}{R_1 + R_3} + \frac{\underline{U}_m}{R_2 + \mathrm{j}\omega L} + \frac{\underline{U}_m}{-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{\underline{U}_{0m}}{R_1 + R_3}$$

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

po dosazení

$$\frac{\underline{U}_m}{40+10}+\frac{\underline{U}_m}{30+\mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi\cdot 50\cdot 0{,}1\cdot 10^{-3}}+\frac{\underline{U}_m}{-\mathrm{j}\dfrac{1}{2\cdot\pi\cdot 50\cdot 200\cdot 10^{-6}}}=\frac{10\underline{|30^\circ}}{40+10}$$

Řešením této rovnice je fázor maximální hodnoty uzlového napětí $\underline{U}_m$:

$$\underline{U}_m = 2{,}2860 - 0{,}8167\mathrm{j}\ \mathrm{V} = 2{,}4275\underline{|-19{,}66^\circ}\ \mathrm{V}$$

Určení fázorů maximálních hodnot větvových proudů pomocí nalezeného uzlového napětí:

$$\underline{I}_{1m} = \frac{\underline{U}_{0m} - \underline{U}_m}{R_1 + R_3} = 0{,}1726\underline{|42{,}38^\circ}\ \mathrm{A} = 0{,}1275 + 0{,}1163\mathrm{j}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_{2m} = \frac{\underline{U}_m}{R_2 + \mathrm{j}\omega L} = 0{,}0809\underline{|-19{,}72^\circ}\ \mathrm{A} = 0{,}0762 - 0{,}0273\mathrm{j}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_{3m} = \frac{\underline{U}_m}{-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}} = 0{,}1525\underline{|70{,}34^\circ}\ \mathrm{A} = 0{,}0513 + 0{,}1436\mathrm{j}\ \mathrm{A}$$

Inverzním symbolicko-komplexním zobrazením nalezneme časové průběhy větvových proudů (výpočet byl proveden v maximálních hodnotách):

$i_1 = 0{,}1726 \sin(\omega t + 42{,}38^\circ)$ A

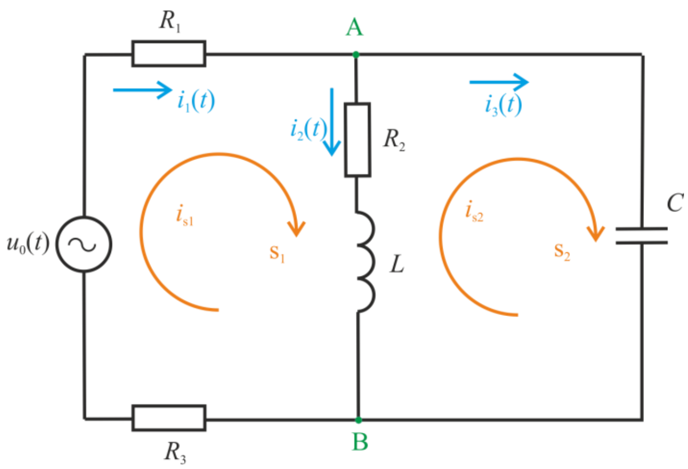
$i_2 = 0{,}0809 \sin(\omega t - 19{,}72^\circ)$ A

$i_3 = 0{,}1525 \sin(\omega t + 70{,}34^\circ)$ A

(Použití funkce sin je dáno typem zadané harmonické veličiny u zadaného časového průběhu napětí.)

Výsledky tohoto příkladu můžeme porovnat s řešením pomocí transfigurace na elementární obvod a také s řešením metodou přímé aplikace Kirchhoffových zákonů (viz příklad v příslušných souborech výše).

- Stanovení větvových proudů i_1, i_2, i_3 pomocí **metody smyčkových proudů**



Zavedeme systém nezávislých smyček s_1,s_2 a v nich smyčkové proudy i_{s1}, i_{s2}. Fázory maximálních hodnot smyčkových proudů označíme $\underline{I}_{s1m}$, $\underline{I}_{s2m}$.

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Pro nezávislé smyčky zapíšeme 2. Kirchhoffův zákon, přičemž napětí na pasivních prvcích vyjádříme pomocí fázorů maximálních hodnot smyčkových proudů.

2. Kirchhoffův zákon pro **smyčku s_1**: $R_1 \underline{I}_{s1m} + (R_2 + \mathrm{j}\omega L)(\underline{I}_{s1m} - \underline{I}_{s2m}) + R_3 \underline{I}_{s1m} - \underline{U}_{0m} = 0$

2. Kirchhoffův zákon pro **smyčku s_2**: $(R_2 + \mathrm{j}\omega L)(\underline{I}_{s2m} - \underline{I}_{s1m}) + (-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C})\underline{I}_{s2m} = 0$

Po úpravě:

smyčka s_1: $(R_1 + R_2 + \mathrm{j}\omega L + R_3)\underline{I}_{s1m} - (R_2 + \mathrm{j}\omega L)\underline{I}_{s2m} = \underline{U}_{0m}$

smyčka s_2: $-(R_2 + \mathrm{j}\omega L)\underline{I}_{s1m} + \left(R_2 + \mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}\right)\underline{I}_{s2m} = 0$

Řešíme soustavu 2 rovnic o 2 neznámých:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + \mathrm{j}\omega L + R_3 & -(R_2 + \mathrm{j}\omega L) \\ -(R_2 + \mathrm{j}\omega L) & \left(R_2 + \mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{s1m} \\ \underline{I}_{s2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{0m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

po dosazení

$$\begin{bmatrix} 40 + 30 + \mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi\cdot 50\cdot 0{,}1\cdot 10^{-3} + 10 & -(30 + \mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi\cdot 50\cdot 0{,}1\cdot 10^{-3}) \\ -(30 + \mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi\cdot 50\cdot 0{,}1\cdot 10^{-3}) & \left(30 + \mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi\cdot 50\cdot 0{,}1\cdot 10^{-3} - \mathrm{j}\dfrac{1}{2\cdot\pi\cdot 50\cdot 200\cdot 10^{-6}}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{s1m} \\ \underline{I}_{s2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\underline{|30^\circ} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Řešení této soustavy rovnic jsou fázory maximálních hodnot smyčkových proudů $\underline{I}_{s1m}$, $\underline{I}_{s2m}$:

$$\underline{I}_{s1m} = 0{,}1275 + 0{,}1163\mathrm{j}\ \mathrm{A} = 0{,}1726\underline{|42{,}38^\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_{s2m} = 0{,}0513 + 0{,}1436\mathrm{j}\ \mathrm{A} = 0{,}1525\underline{|70{,}34^\circ}\ \mathrm{A}$$

Fázory maximálních hodnot větvových proudů $\underline{I}_{1m}$, $\underline{I}_{2m}$ a $\underline{I}_{3m}$ jsou:

$$\underline{I}_{1m} = \underline{I}_{s1m} = 0{,}1275 + 0{,}1163\mathrm{j}\ \mathrm{A} = 0{,}1726\underline{|42{,}38^\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_{2m} = \underline{I}_{s1m} - \underline{I}_{s2m} = 0{,}1275 + 0{,}1163\mathrm{j} - (0{,}0513 + 0{,}1436\mathrm{j}) = 0{,}0762 - 0{,}0273\mathrm{j}\ \mathrm{A} = 0{,}0809\underline{|-19{,}72^\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_{3m} = \underline{I}_{s2m} = 0{,}0513 + 0{,}1436\mathrm{j}\ \mathrm{A} = 0{,}1525\underline{|70{,}34^\circ}\ \mathrm{A}$$

Inverzním symbolicko-komplexním zobrazením nalezneme časové průběhy větvových proudů:

$i_1 = 0{,}1726 \sin(\omega t + 42{,}38^\circ)$ A

$i_2 = 0{,}0809 \sin(\omega t - 19{,}72^\circ)$ A

$i_3 = 0{,}1525 \sin(\omega t + 70{,}34^\circ)$ A

(Použití funkce sin je dáno typem zadané harmonické veličiny u zadaného časového průběhu napětí.)

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Výsledky tohoto příkladu můžeme porovnat s řešením pomocí metody uzlových napětí výše a také s řešením pomocí transfigurace na elementární obvod a metodou přímé aplikace Kirchhoffových zákonů (viz příklad v příslušných souborech výše).

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz