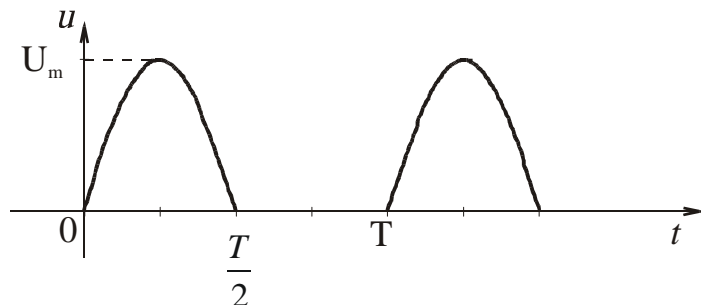


Příklad:

Stanovte střední a efektivní hodnotu napětí, jehož časový průběh je na obrázku, když $U_m = 50 \text{ V}$.

**Řešení:**

Průběh vyjádříme v rozsahu jedné periody:

$$t = \left\langle 0; \frac{T}{2} \right\rangle \quad \dots \quad u = U_m \sin \omega t$$

Integraci provedeme v jednotlivých intervalech.

$$t = \left\langle \frac{T}{2}; T \right\rangle \quad \dots \quad u = 0$$

Výpočet střední hodnoty

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0 dt \right) = \frac{1}{T} \left(U_m \left[\frac{1}{\omega} (-\cos \omega t) \right]_0^{\frac{T}{2}} + 0 \right) = \\ &= \frac{U_m}{T} \frac{T}{2\pi} \left[-\cos\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{2}\right) - \left(-\cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 0\right)\right) \right] = \frac{U_m}{2\pi} [-\cos \pi - (-\cos 0)] = \\ &= \frac{U_m}{2\pi} [-(-1) - (-1)] = \frac{U_m}{2\pi} \cdot 2 = \frac{U_m}{\pi} = \underline{\underline{\frac{50}{\pi} \text{ V}}} \end{aligned}$$

Výpočet efektivní hodnoty

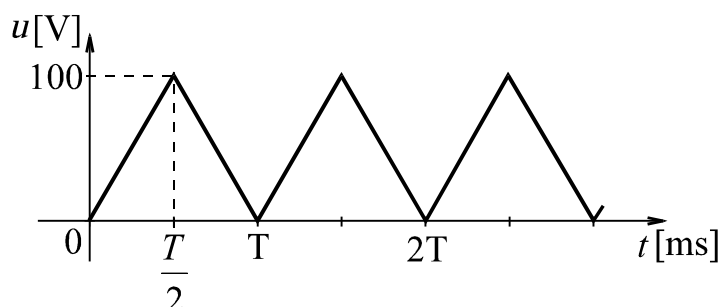
Při výpočtu využijeme vztahu:

$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} U_m^2 \sin^2 \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} U_m^2 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt + 0 \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{U_m^2}{2T} \int_0^{\frac{T}{2}} (1 - \cos 2\omega t) dt} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2T} \left(\left[t \right]_0^{\frac{T}{2}} - \left[\frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right]_0^{\frac{T}{2}} \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{U_m^2}{2T} \left(\left(\frac{T}{2} - 0 \right) - \left[\frac{T}{2 \cdot 2\pi} \sin\left(2 \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2 \cdot 2\pi} \sin\left(2 \frac{2\pi}{T} \cdot 0\right) \right] \right)} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2T} \left[\frac{T}{2} - \frac{T}{4\pi} (\sin 2\pi - \sin 0) \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{U_m^2}{2T} \left[\frac{T}{2} - \frac{T}{4\pi} (0 - 0) \right]} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2T} \left[\frac{T}{2} - 0 \right]} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2T} \cdot \frac{T}{2}} = \sqrt{\frac{U_m^2}{4}} = \frac{U_m}{2} = \frac{50}{2} = \underline{\underline{25 \text{ V}}} \end{aligned}$$

Příklad:

Stanovte střední a efektivní hodnotu napětí, jehož časový průběh je na obrázku, když $U_m = 100 \text{ V}$.

**Řešení:**

Průběh vyjádříme v rozsahu jedné periody pomocí rovnic přímky:

Obecná rovnice přímky je $y = ax + b$, v tomto příkladu tedy $u = at + b$

Pro interval $t = \left\langle 0; \frac{T}{2} \right\rangle$ známe body na přímce $[0,0]$ a $\left[\frac{T}{2}, U_m\right]$. Dosadíme tyto známé souřadnice

do rovnice přímky a řešíme soustavu rovnic o dvou neznámých a, b :

$$0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 0, \quad \text{po dosazení } b \text{ do druhé rovnice vypočítáme } a.$$

$$U_m = a \cdot \frac{T}{2} + b \Rightarrow a = \frac{2U_m}{T}. \quad \text{V daném intervalu tedy platí rovnice přímky:}$$

$$t = \left\langle 0; \frac{T}{2} \right\rangle \quad \dots \quad u = \frac{2U_m}{T} t$$

Pro interval $t = \left\langle \frac{T}{2}; T \right\rangle$ známe body na přímce $\left[\frac{T}{2}, U_m\right]$ a $[T, 0]$. Dosadíme tyto známé souřadnice

do rovnice přímky a řešíme soustavu rovnic o dvou neznámých a, b :

$$U_m = a \cdot \frac{T}{2} + b$$

$$0 = a \cdot T + b \quad \text{Řešením této soustavy rovnic dostaneme } a = -\frac{2U_m}{T}, \quad b = 2U_m$$

V daném intervalu tedy platí rovnice přímky:

$$t = \left\langle \frac{T}{2}; T \right\rangle \quad \dots \quad u = -\frac{2U_m}{T} t + 2U_m$$

Při výpočtu vzhledem k souměrnosti průběhu stačí provést integraci přes interval $t = \left\langle 0; \frac{T}{2} \right\rangle$,

výsledek integrálu pak musíme násobit 2.

Výpočet střední hodnoty

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{2U_m}{T} t \right) dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(-\frac{2U_m}{T} t + 2U_m \right) dt \right) = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{2U_m}{T} t \right) dt = \frac{4U_m}{T^2} \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^{\frac{T}{2}} = \\ &= \frac{4U_m}{T^2} \left(\frac{T^2}{8} - 0 \right) = \frac{U_m}{2} = \frac{100}{2} = \underline{\underline{50 \text{ V}}} \end{aligned}$$

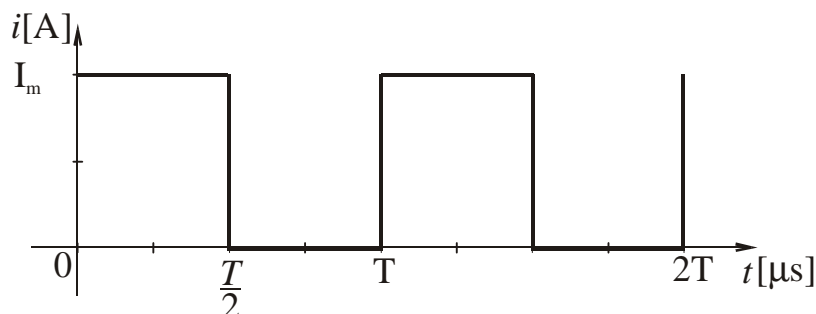
Výpočet efektivní hodnoty

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{2U_m}{T} t \right)^2 dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(-\frac{2U_m}{T} t + 2U_m \right)^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{2U_m}{T} t \right)^2 dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \frac{4U_m^2}{T^2} \int_0^{\frac{T}{2}} t^2 dt} =$$

$$= \sqrt{\frac{8U_m^2}{T^3} \left[\frac{t^3}{3} \right]_0^{\frac{T}{2}}} = \sqrt{\frac{8U_m^2}{T^3} \left(\frac{T^3}{24} - 0 \right)} = \sqrt{\frac{U_m^2}{3}} = \frac{U_m}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{\frac{100}{\sqrt{3}} \text{ V}}}$$

Příklad:

Stanovte střední a efektivní hodnotu napětí, jehož časový průběh je na obrázku, kde $I_m = 10 \text{ A}$.



Řešení:

Průběh vyjádříme v rozsahu jedné periody:

$$t = \left\langle 0; \frac{T}{2} \right\rangle \quad \dots \quad i = I_m$$

$$t = \left\langle \frac{T}{2}; T \right\rangle \quad \dots \quad i = 0$$

Výpočet střední hodnoty

$$I_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} I_m dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0 dt \right) = \frac{1}{T} \left(I_m [t]_0^{\frac{T}{2}} + 0 \right) = \frac{I_m}{T} \left(\frac{T}{2} - 0 \right) = \frac{I_m}{2} = \frac{10}{2} = \underline{\underline{5 \text{ A}}}$$

Výpočet efektivní hodnoty

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} I_m^2 dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(I_m^2 [t]_0^{\frac{T}{2}} + 0 \right)} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \left(\frac{T}{2} - 0 \right)} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{7,07 \text{ A}}}$$