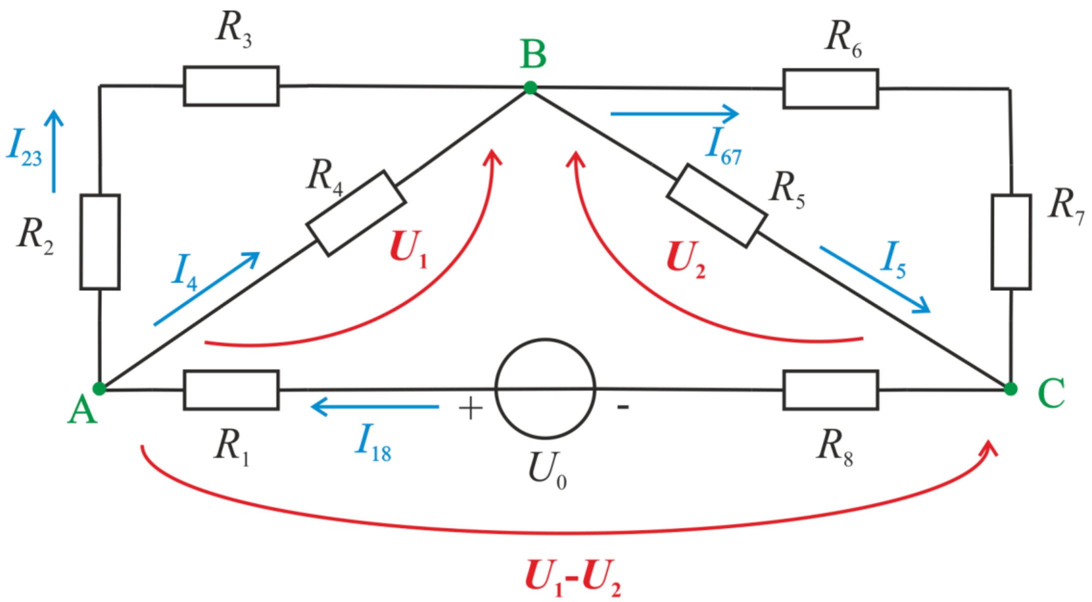
Metoda smyčkových proudů a **metoda uzlových napětí** slouží k celkové analýze elektrického obvodu, podobně jako metoda přímé aplikace Kirchhoffových zákonů.

Příklad:
Metodou uzlových napětí určete proudy I_{18}, I_{23} , I_4 , I_5 , I_{67} v obvodu na obr., je-li dáno:
R_1 = 1 Ω, R_2 = 2 Ω, R_3 = 3 Ω, R_4 = 5 Ω, R_5 = 3 Ω, R_6 = 2 Ω, R_7 = 4 Ω, R_8 = 4,5 Ω, U_0 = 60 V.



Řešení:

Uzel **B** zvolíme jako referenční, uzly **A** a **C** jsou nezávislé. Mezi nezávislými uzly a referenčním uzlem zavedeme uzlová napětí U_1, U_2.

Pro nezávislé uzly zapíšeme 1. Kirchhoffův zákon, přičemž proudy ve větvích vyjádříme pomocí uzlových napětí.

1. Kirchhoffův zákon pro **uzel A**:

$$I_{23} + I_4 - I_{18} = 0$$
$$\frac{U_1}{R_2 + R_3} + \frac{U_1}{R_4} + \frac{U_1 - U_2 - U_0}{R_1 + R_8} = 0$$

1. Kirchhoffův zákon pro **uzel C**:

$$-I_5 - I_{67} + I_{18} = 0$$
$$\frac{U_2}{R_5} + \frac{U_2}{R_6 + R_7} + \frac{U_2 - U_1 + U_0}{R_1 + R_8} = 0$$

Řešíme soustavu 2 rovnic o 2 neznámých:

$$\frac{U_1}{R_2 + R_3} + \frac{U_1}{R_4} + \frac{U_1}{R_1 + R_8} - \frac{U_2}{R_1 + R_8} = \frac{U_0}{R_1 + R_8}$$
$$\frac{U_2}{R_5} + \frac{U_2}{R_6 + R_7} - \frac{U_1}{R_1 + R_8} + \frac{U_2}{R_1 + R_8} = -\frac{U_0}{R_1 + R_8}$$

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

zapsáno maticově:

$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{1}{R_2+R_3}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_1+R_8}\right) & -\dfrac{1}{R_1+R_8} \\ -\dfrac{1}{R_1+R_8} & \left(\dfrac{1}{R_5}+\dfrac{1}{R_6+R_7}+\dfrac{1}{R_1+R_8}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{U_0}{R_1+R_8} \\ -\dfrac{U_{01}}{R_1+R_8} \end{bmatrix}$$

a po dosazení:

$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{1}{2+3}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{1+4{,}5}\right) & -\dfrac{1}{1+4{,}5} \\ -\dfrac{1}{1+4{,}5} & \left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2+4}+\dfrac{1}{1+4{,}5}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{60}{1+4{,}5} \\ -\dfrac{60}{1+4{,}5} \end{bmatrix}$$

Řešením této soustavy rovnic jsou uzlová napětí:

$$U_1 = 15\,\mathrm{V}$$
$$U_2 = -12\,\mathrm{V}$$

Určení větvových proudů pomocí nalezených uzlových napětí:

$$I_{18} = \frac{U_2 - U_1 + U_0}{R_1 + R_8} = \frac{-12-15+60}{1+4{,}5} = \underline{\underline{6\,\mathrm{A}}}$$

$$I_{23} = \frac{U_1}{R_2+R_3} = \frac{15}{2+3} = \underline{\underline{3\,\mathrm{A}}}$$

$$I_4 = \frac{U_1}{R_4} = \frac{15}{5} = \underline{\underline{3\,\mathrm{A}}}$$

$$I_5 = -\frac{U_2}{R_5} = -\frac{(-12)}{3} = \underline{\underline{4\,\mathrm{A}}}$$

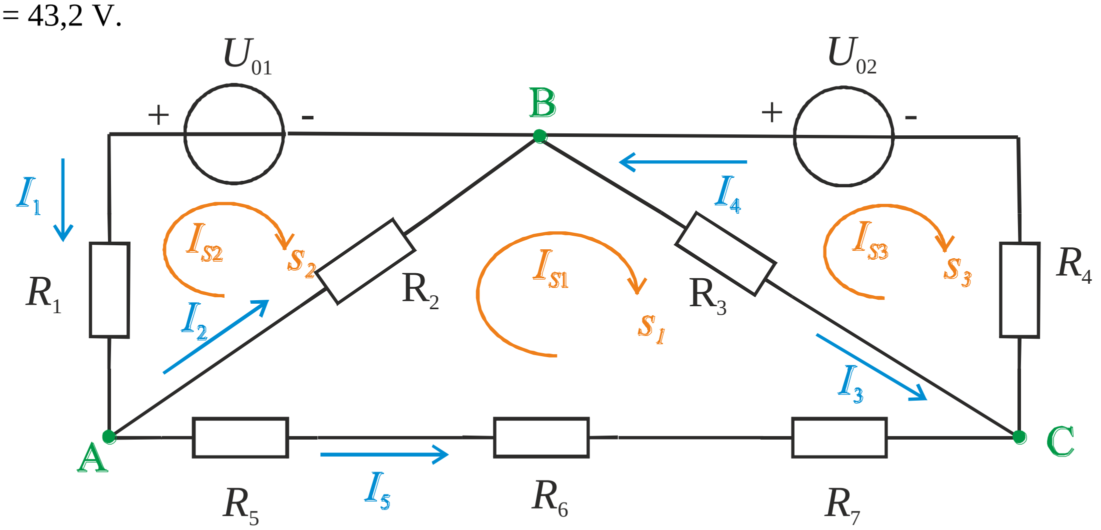
$$I_{67} = -\frac{U_2}{R_6+R_7} = -\frac{(-12)}{2+4} = \underline{\underline{2\,\mathrm{A}}}$$

Výsledky tohoto příkladu můžeme porovnat s řešením pomocí transfigurace na elementární obvod a také s řešením metodou přímé aplikace Kirchhoffových zákonů (viz 1. příklad v příslušných souborech výše).

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Příklad:

Metodou smyčkových proudů určete větvové proudy I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, je-li dáno:
R_1 = 3 Ω, R_2 = 2 Ω, R_3 = 3 Ω, R_4 = 6 Ω, R_5 = 5 Ω, R_6 = 6 Ω, R_7 = 5 Ω, U_{01} = 48 V, U_{02} = 43,2 V.



Řešení:

Zavedeme systém nezávislých smyček s_1,s_2, s_3 a v nich smyčkové proudy I_{s1}, I_{s2}, I_{s3}.

Pro nezávislé smyčky zapíšeme 2. Kirchhoffův zákon, přičemž napětí na pasivních prvcích vyjádříme pomocí smyčkových proudů.

2. Kirchhoffův zákon pro **smyčku s_1**: $R_2(I_{s1}-I_{s2})+R_3(I_{s1}-I_{s3})+R_5 I_{s1}+R_6 I_{s1}+R_7 I_{s1}=0$

2. Kirchhoffův zákon pro **smyčku s_2**: $R_1 I_{s2}+R_2(I_{s2}-I_{s1})+U_{01}=0$

2. Kirchhoffův zákon pro **smyčku s_3**: $R_3(I_{s3}-I_{s1})+R_4 I_{s3}+U_{02}=0$

Po úpravě

smyčka s_1: $(R_2+R_3+R_5+R_6+R_7)I_{s1}-R_2 I_{s2}-R_3 I_{s3}=0$

smyčka s_2: $-R_2 I_{s1}+(R_1+R_2)I_{s2}=-U_{01}$

smyčka s_3: $-R_3 I_{s1}+(R_3+R_4)I_{s3}=-U_{02}$

Řešíme soustavu 3 rovnic o 3 neznámých:

$$\begin{bmatrix} (R_2+R_3+R_5+R_6+R_7) & -R_2 & -R_3 \\ -R_2 & (R_1+R_2) & 0 \\ -R_3 & 0 & (R_3+R_4) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -U_{01} \\ -U_{02} \end{bmatrix}$$

po dosazení

$$\begin{bmatrix} (2+3+5+6+5) & -2 & -3 \\ -2 & (3+2) & 0 \\ -3 & 0 & (3+6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -48 \\ -43{,}2 \end{bmatrix}$$

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz

Řešení této soustavy rovnic jsou smyčkové proudy:

$$I_{s1} = -1{,}75\,\mathrm{A}$$
$$I_{s2} = -10{,}3\,\mathrm{A}$$
$$I_{s3} = -5{,}383\,\mathrm{A}$$

Větvové proudy jsou

$$I_1 = -I_{s2} = \underline{\underline{10{,}300\,\mathrm{A}}}$$
$$I_2 = I_{s1} - I_{s2} = \underline{\underline{8{,}550\,\mathrm{A}}}$$
$$I_3 = I_{s1} - I_{s3} = \underline{\underline{3{,}633\,\mathrm{A}}}$$
$$I_4 = -I_{s3} = \underline{\underline{5{,}383\,\mathrm{A}}}$$
$$I_5 = -I_{s1} = \underline{\underline{1{,}750\,\mathrm{A}}}$$

Výsledky tohoto příkladu můžeme porovnat s řešením pomocí transfigurace na elementární obvod a také s řešením metodou přímé aplikace Kirchhoffových zákonů (viz 2. příklad v příslušných souborech výše).

Lenka Šroubová
ZČU v Plzni, FEL, KTE
e-mail:lsroubov@kte.zcu.cz