# ME2,SMP - Domácí cvičení č. 5

**Příklad 5.1** Určete determinant matice $\mathbf{A}$.

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 14 \end{bmatrix}$,

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & 5 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$,

(c) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \\ -5 & 7 & 11 \end{bmatrix}$.

$\square$

**Příklad 5.2** Určete determinant matice $\mathbf{A}$.

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$,

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 9 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

$\square$

**Příklad 5.3** Určete determinant matice $\mathbf{A}$.

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$,

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 5 \\ -2 & -4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$,

(c) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 6 & 5 & 9 & 8 \\ 2 & 4 & 12 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & -1 \end{bmatrix}$.

$\square$

**Příklad 5.4** Určete determinant matice $\mathbf{A}$.

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}$,

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

$\square$

**Příklad 5.5** Určete determinant matice $\mathbf{A}$.

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & 2 & 4 \\ -3 & -2 & 4 & -3 & -2 \\ 4 & 6 & -3 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & -3 & 5 & 4 \\ -2 & -4 & 2 & -3 & -5 \end{bmatrix}$,

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -5 & 7 & 7 \\ -3 & 2 & -4 & 4 & 5 \\ -5 & -7 & 5 & -6 & -7 \\ 2 & 3 & -3 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & -8 & 7 & 8 \end{bmatrix}$.

$\square$

**Příklad 5.6** Jsou dány matice $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$. Určete $\det \mathbf{A}$, $\det \mathbf{B}$, $\det(\mathbf{AB})$, $\det(\mathbf{A}^T\mathbf{B})$, $\det(\mathbf{AB}^T)$.

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & 5 \\ -4 & -9 & 8 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \\ 5 & -7 & 1 \end{bmatrix}$;

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & -2 & 5 \\ 1 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -5 & 4 \\ 4 & 3 & -3 & 8 \\ -2 & -1 & 5 & -4 \end{bmatrix}$.

$\square$

**Příklad 5.7** Pomocí determinantů rozhodněte, které z následujících matic jsou regulární a které jsou singulární: $\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 & -3 \end{bmatrix}$; $\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$;
$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 4 \\ 6 & 3 & -9 & 12 \end{bmatrix}$; $\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

□

**Příklad 5.8** Určete, pro která reálná $x$ platí:

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2 \end{bmatrix} = 0\,.$$

□

**Příklad 5.9** Cramerovým pravidlem určete řešení soustavy lineárních rovnic.

(a)
$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 5\,, \\ 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & = & 8\,, \\ 3x_1 & + & 6x_2 & - & 2x_3 & = & 14\,. \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & = & -12\,, \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 9\,, \\ 5x_1 & + & 8x_2 & + & 2x_3 & = & 15\,. \end{array}$$

□

**Příklad 5.10** Cramerovým pravidlem určete řešení soustavy lineárních rovnic.

(a)
$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & = & 4\,, \\ -x_1 & - & x_2 & - & 3x_3 & = & 6\,, \\ 3x_1 & - & 6x_2 & + & 3x_3 & = & -1\,. \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rcrcrcr} -1{,}16x_1 & + & 3x_2 & - & 1{,}08x_3 & = & 0{,}76\,, \\ -2{,}4x_1 & + & 6{,}25x_2 & - & 2{,}1x_3 & = & 1{,}75\,, \\ 1{,}09x_1 & - & 3{,}33x_2 & + & 0{,}87x_4 & = & -1{,}37\,. \end{array}$$

□