



# Konvexní obálka v $E^3$ a dělení prostoru

Zuzana Majdišová

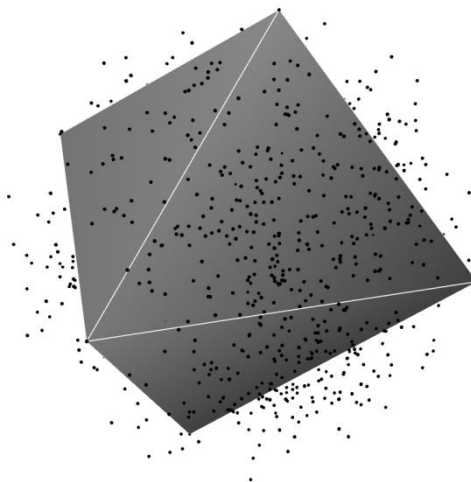
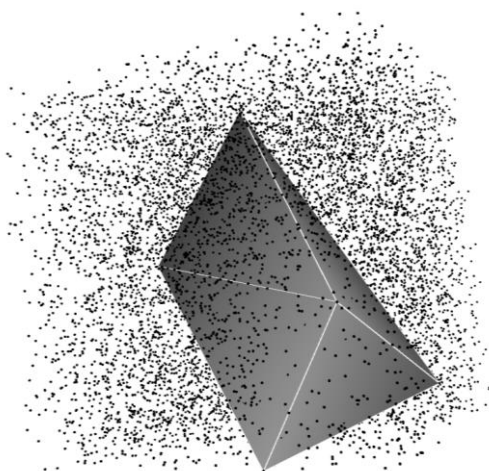
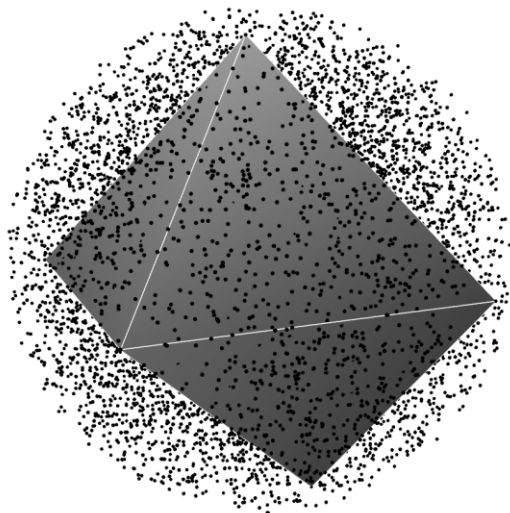
30.1.2015

- Existující algoritmy:
  - QuickHull –  $O(nh)$
  - Divide and Conquer –  $O(n \log n)$
  - Inkrementální konstrukce –  $O(n \log n)$
  - Balení dárků –  $O(nh)$
- Hlavní myšlenka – vyřadit co nejvíce bodů
- Použitý nástroj – dělení prostoru do sektorů

# Navržený algoritmus

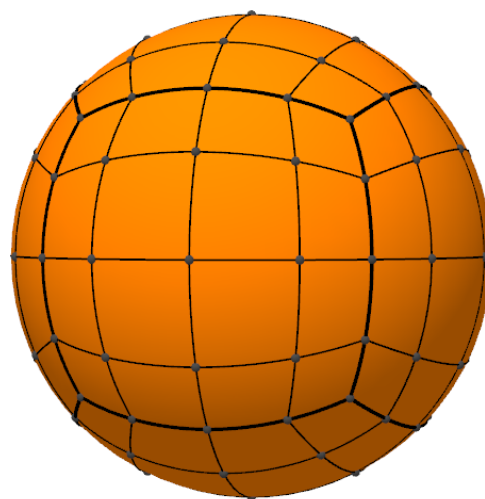
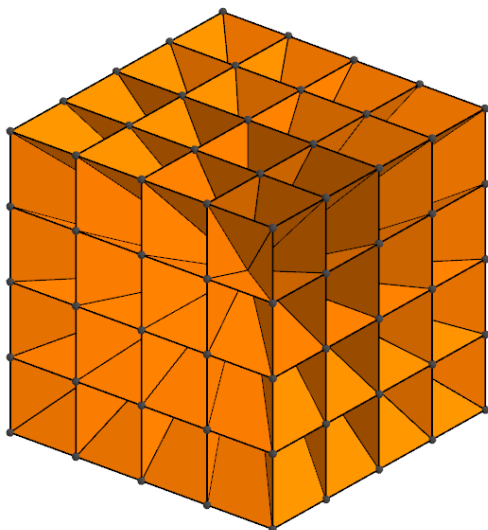
- Stanovení počátečního osmistěnu -  $O(n)$ 
  - Vrcholy v extrémech všech tří os
  - Určen z náhodného vzorku (10%)
  - Body uvnitř lze zahodit pomocí jednoduchého testu:

$$\exists i \in \{1, \dots, 8\} : F_i = a_i x + b_i y + c_i z + d_i < 0$$



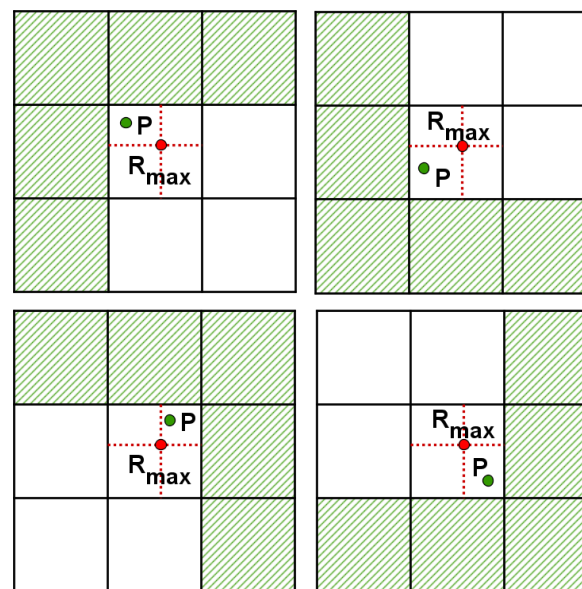
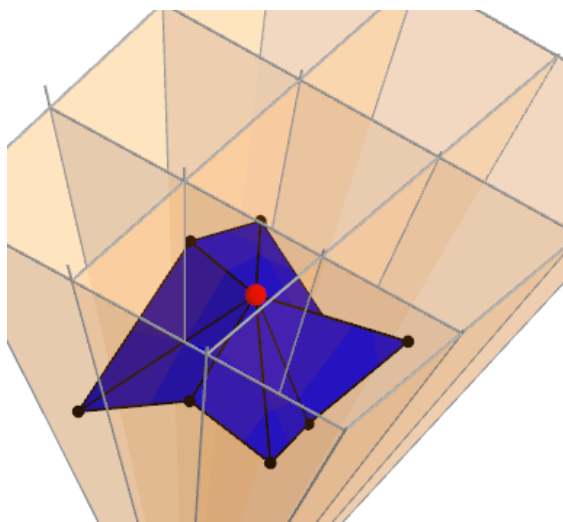
# Navržený algoritmus

- Dělení bodů do nepřekrývajících se sektorů
  - Využití středu a obou úhlů
  - Střed: průměr vrcholů počátečního polyhedronu
  - Úhly: rovnoměrné rozdělení na stěnách krychle
  - Jednoduchý výpočet správného sektoru
  - Nutno znát odkaz na všechny sousední sektory



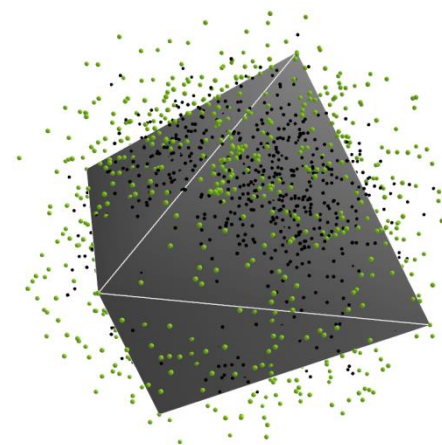
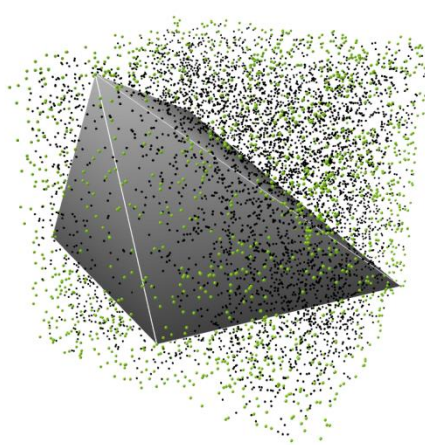
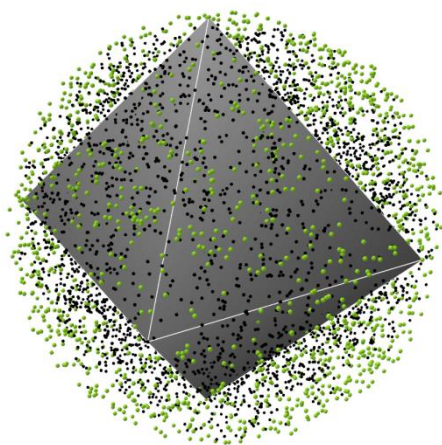
# Navržený algoritmus

- Extrém v sektoru
  - Bod s největší délkou průvodiče (od středu)
  - Inicializace: bod na stěně počátečního polyhedronu
  - Nový příchozí bod:
    - delší průvodič → změna extrému + přepočítání rovin
    - jinak → test polohy bodu vůči rovinám (pod – zamítneme, nad – přidáme)



# Navržený algoritmus

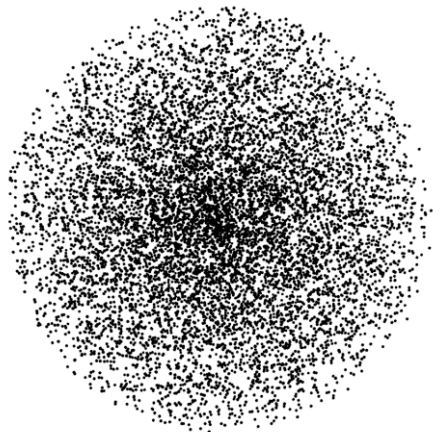
- Redukce podezřelých bodů
  - Opětovný test podezřelých bodů vůči rovinám
- Výpočet konvexní obálky
  - Některým ze standardních algoritmů
  - Vstupem pouze podezřelé body
  - Využíváme knihovnu MIConvexHull







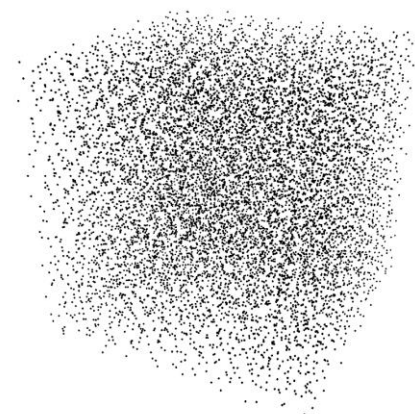
# Testovací datové sety



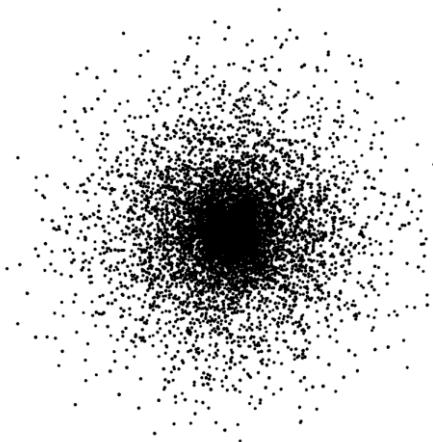
Uniform points in sphere



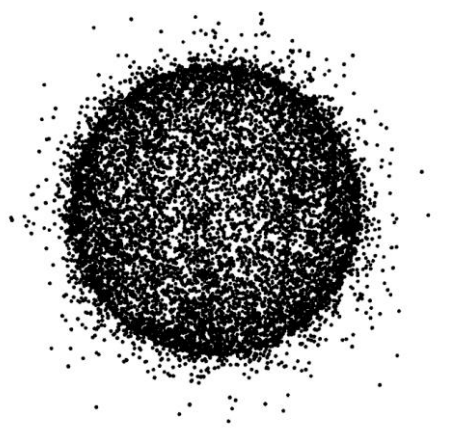
Uniform points in cube



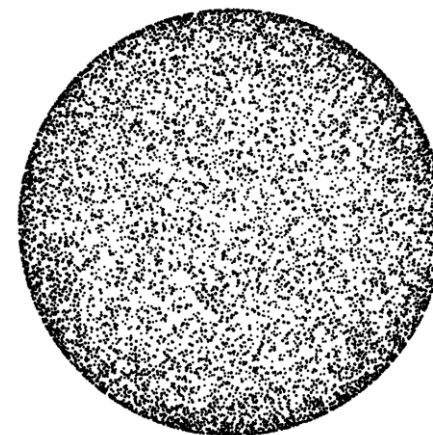
Halton points (2,3,5)



Gauss points



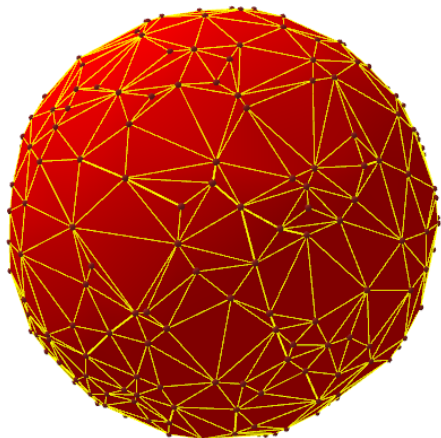
Gauss ring points



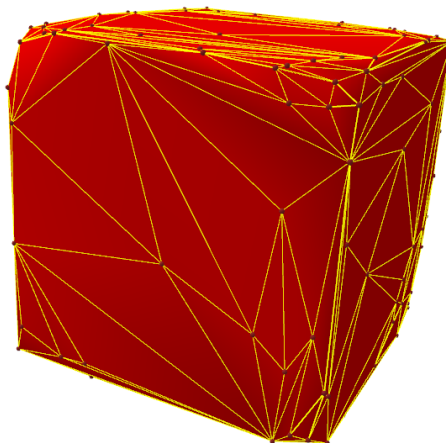
Points on sphere



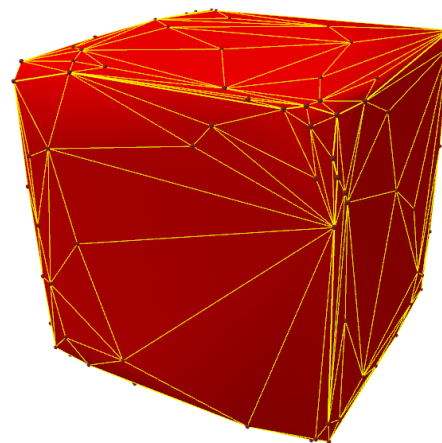
# Výsledné konvexní obálky



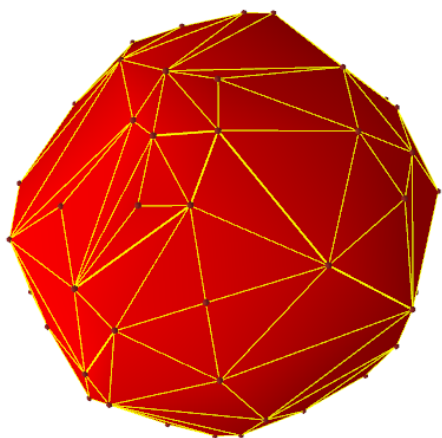
Uniform points in sphere



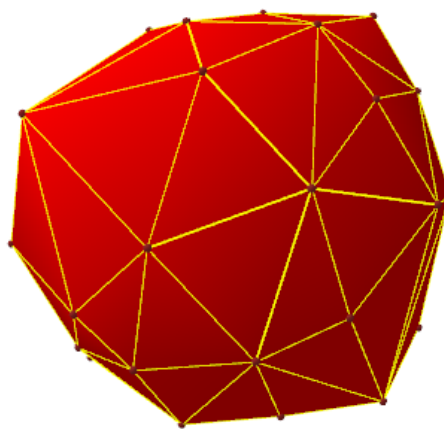
Uniform points in cube



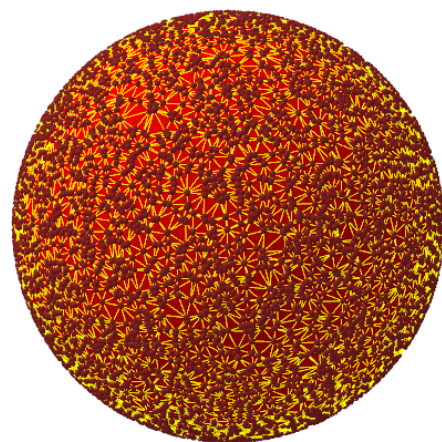
Halton points (2,3,5)



Gauss points



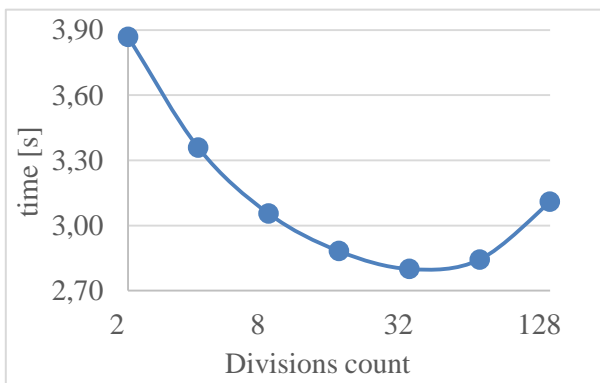
Gauss ring points



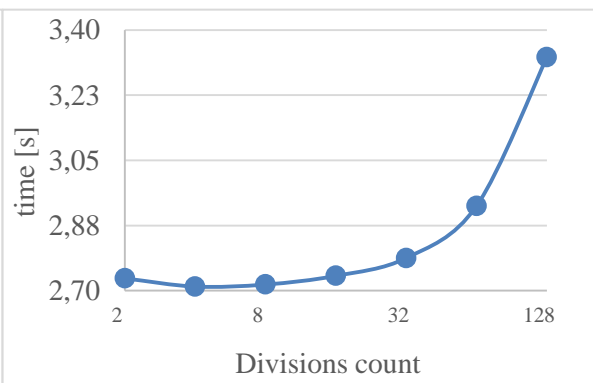
Points on sphere



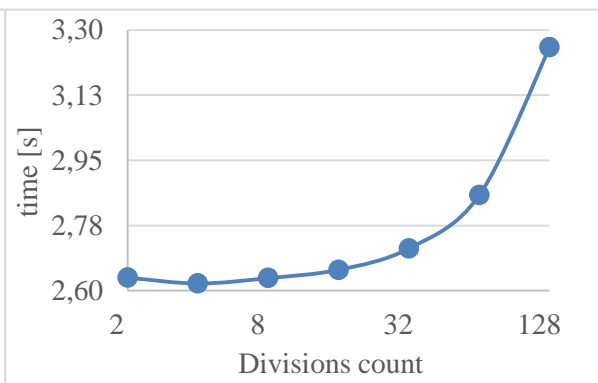
# Optimální počet dělení



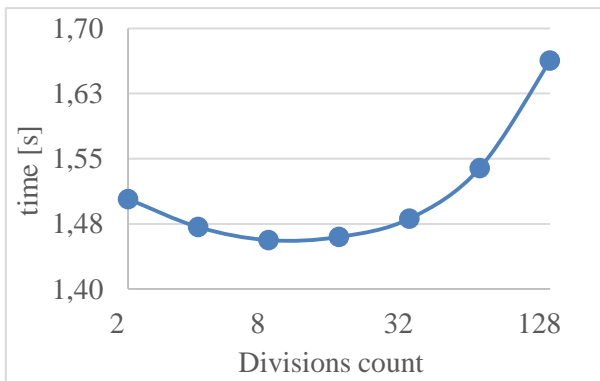
Uniform points in sphere



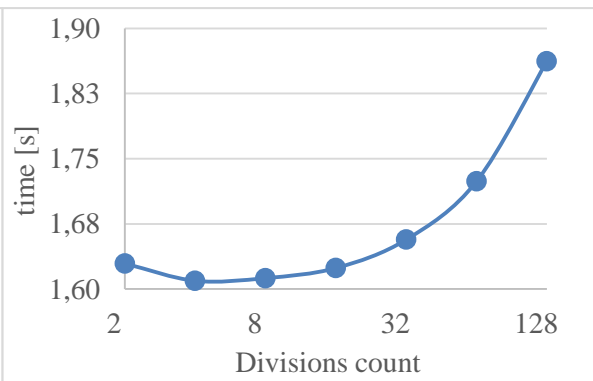
Uniform points in cube



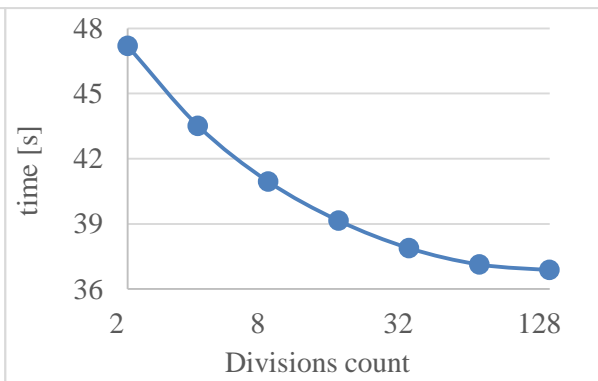
Halton points (2,3,5)



Gauss points



Gauss ring points



Points on sphere

# Počet eliminovaných bodů v každé fázi

- Body eliminované počátečním polyhedronem

Number of points	Number of eliminated points [%]					
	Uniform ○	Uniform □	Halton	Gauss	Gauss ●	Sphere
1E+5	49,37%	12,77%	13,71%	89,79%	47,65%	0,00%
$\sqrt{10}E+5$	49,83%	13,61%	14,28%	91,13%	59,31%	0,00%
1E+6	50,16%	15,22%	14,27%	91,88%	67,67%	0,00%
$\sqrt{10}E+6$	50,33%	15,42%	13,70%	92,53%	75,57%	0,00%
1E+7	50,41%	15,14%	14,91%	92,85%	82,24%	0,00%
$\sqrt{10}E+7$	50,46%	14,39%	16,66%	93,10%	86,06%	0,00%

- Body eliminované rozdělením do sektorů

Number of points	Number of eliminated points [%]					
	Uniform ○	Uniform □	Halton	Gauss	Gauss ●	Circle
1E+5	40,42%	72,22%	72,64%	6,62%	43,11%	0,00%
$\sqrt{10}E+5$	43,53%	76,93%	77,24%	6,93%	36,30%	0,00%
1E+6	45,07%	78,87%	80,29%	7,10%	30,11%	0,00%
$\sqrt{10}E+6$	45,91%	80,50%	82,54%	6,94%	23,32%	0,00%
1E+7	46,51%	82,01%	82,50%	6,86%	17,18%	0,00%
$\sqrt{10}E+7$	46,89%	83,65%	81,55%	6,72%	13,63%	0,00%

# Počet eliminovaných bodů v každé fázi

- Redukce podezřelých bodů

Number of points	Number of eliminated points [%]					
	Uniform ○	Uniform □	Halton	Gauss	Gauss ●	Circle
1E+5	5,24%	7,37%	6,66%	2,14%	5,78%	0,38%
$\sqrt{10}E+5$	2,93%	4,24%	3,84%	1,22%	2,82%	0,12%
1E+6	1,76%	2,54%	2,30%	0,66%	1,39%	0,04%
$\sqrt{10}E+6$	1,13%	1,63%	1,49%	0,35%	0,72%	0,01%
1E+7	0,82%	1,08%	1,01%	0,19%	0,36%	0,00%
$\sqrt{10}E+7$	0,60%	0,74%	0,69%	0,11%	0,19%	0,00%

- Body vybrané pro určení konvexní obálky

Number of points	Number of candidates [%]					
	Uniform ○	Uniform □	Halton	Gauss	Gauss ●	Circle
1E+5	5,36%	8,03%	7,38%	1,83%	3,84%	100,00%
$\sqrt{10}E+5$	3,84%	5,33%	4,76%	0,84%	1,68%	100,00%
1E+6	3,05%	3,41%	3,18%	0,39%	0,86%	100,00%
$\sqrt{10}E+6$	2,64%	2,47%	2,28%	0,20%	0,41%	100,00%
1E+7	2,27%	1,77%	1,59%	0,11%	0,22%	100,00%
$\sqrt{10}E+7$	2,05%	1,22%	1,10%	0,07%	0,12%	100,00%

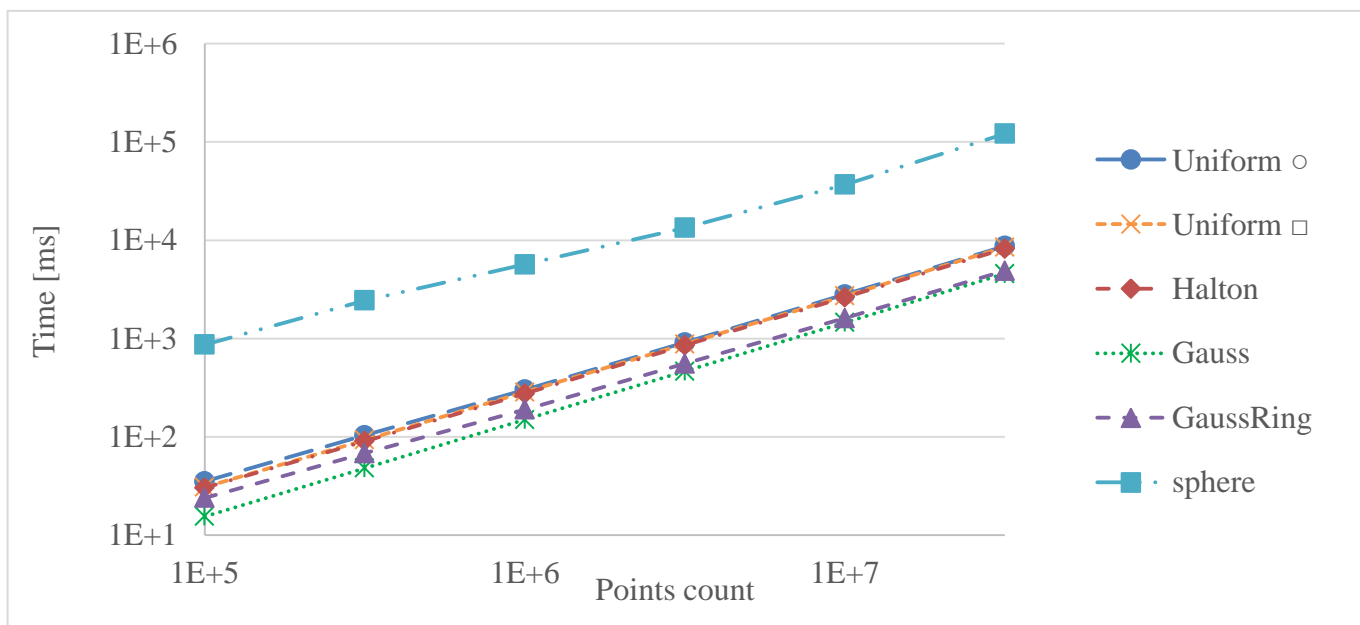
# Počet eliminovaných bodů v každé fázi

- Množství bodů na konvexní obálce

Number of points	Number of points on the convex hull [%]					
	Uniform ○	Uniform □	Halton	Gauss	Gauss ●	Circle
1E+5	1,100%	0,191%	0,183%	0,173%	0,086%	95,016%
$\sqrt{10}$ E+5	0,620%	0,073%	0,068%	0,080%	0,034%	76,890%
1E+6	0,350%	0,027%	0,025%	0,038%	0,013%	42,410%
$\sqrt{10}$ E+6	0,190%	0,009%	0,009%	0,017%	0,005%	16,370%
1E+7	0,110%	0,003%	0,003%	0,008%	0,002%	5,541%
$\sqrt{10}$ E+7	0,060%	0,001%	0,001%	0,004%	0,001%	1,805%

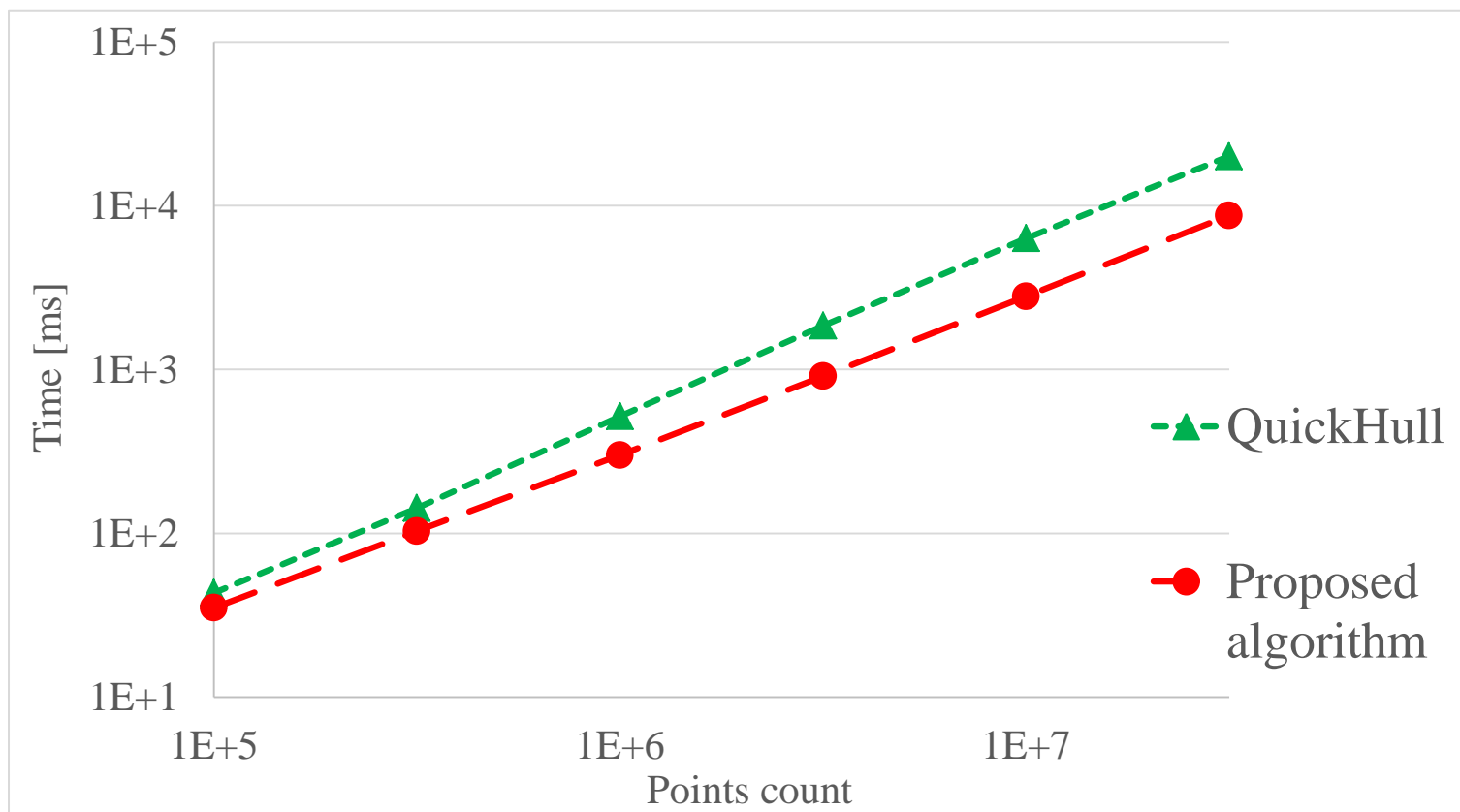
# Naměřené výsledky

Number of points	Time [ms]					
	Uniform ○	Uniform □	Halton	Gauss	Gauss ●	Circle
1E+5	35,1	30,7	30,2	15,5	23,9	865,6
$\sqrt{10}E+5$	103,4	92,9	89,9	47,9	67,8	2 436,4
1E+6	300,5	284,2	274,4	149,4	189,2	5 666,3
$\sqrt{10}E+6$	910,8	875,8	849,2	463,1	554,3	13 358,2
1E+7	2 799,4	2 710,8	2 619,1	1 456,2	1 609,4	36 873,2
$\sqrt{10}E+7$	8 718,4	8 497,7	8 192,9	4 564,4	4 877,4	121 323,3





# Porovnání s QuickHull



Uniform points in sphere

- Rychlý algoritmus s jednoduchou implementací
- Algoritmus využívá dělení prostoru
- Použitelný pro různé rozložení bodů a pro velké množství bodů
- Možnosti do budoucna:
  - Paralelizace
  - Výpočet na GPU



# DĚKUJI ZA POZORNOST