

# Řešení soustavy $n$ rovnic o $n$ neznámých pomocí matic a jejich řešení v Excelu

Řešení soustavy  $n$  rovnic o  $n$  neznámých si ukážeme na jednoduchém příkladu:

$$3x_1 - 5x_2 + 6x_3 = -20$$

$$-x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 1$$

$$7x_1 - 10x_2 - 19x_3 = -7$$

Soustavu lze řešit několika způsoby. Ze střední školy nejspíš znáte metodu dosazovací a sčítací. Příklad si nejdříve vypočteme pomocí metody dosazovací.

$$3x_1 - 5x_2 + 6x_3 = -20$$

$$-x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 1 \Rightarrow x_1 = 2x_2 + 5x_3 - 1$$

$$7x_1 - 10x_2 - 19x_3 = -7$$

---

$$3(2x_2 + 5x_3 - 1) - 5x_2 + 6x_3 = -20$$

$$7(2x_2 + 5x_3 - 1) - 10x_2 - 19x_3 = -7$$

---

$$6x_2 + 15x_3 - 3 - 5x_2 + 6x_3 = -20$$

$$14x_2 + 35x_3 - 7 - 10x_2 - 19x_3 = -7$$

---

$$x_2 + 21x_3 = -17 \Rightarrow x_2 = -21x_3 - 17$$

$$4x_2 + 16x_3 = 0$$

---

$$4(-21x_3 - 17) + 16x_3 = 0$$

$$-84x_3 - 68 + 16x_3 = 0$$

$$-68x_3 = 68$$

$$x_3 = -1$$

$$x_2 = -21x_3 - 17 = -21 \cdot (-1) - 17 = 21 - 17 = 4$$

$$x_1 = 2x_2 + 5x_3 - 1 = 2 \cdot 4 + 5 \cdot (-1) - 1 = 8 - 5 - 1 = 2$$

Výsledek rovnice je:  $[2; 4; -1]$

Soustavu  $n$  rovnic o  $n$  neznámých lze řešit i pomocí matic. Soustavu rovnic lze obecně zapsat následujícím způsobem:

$$a_{11}x_1 \dots a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 \dots a_{2n}x_n = b_2$$

$$a_{m1}x_1 \dots a_{mn}x_n = b_m$$

Tento zápis lze přepsat pomocí matic a vektorů následovně:

$$\text{Matice } A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\text{Vektor } \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$\text{A vektor } \vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Kde  $m$  a  $n$  se rovnají a představují počet rovnic a neznámých.

Soustavu pak lze zapsat zjednodušeně pomocí maticového zápisu následovně:

$$A \cdot \vec{x} = \vec{b}$$

Jelikož hledáme  $x_1$  až  $x_n$ , vyjádříme si vektor  $\vec{x}$ :

$$\vec{x} = \frac{\vec{b}}{A}$$

Jelikož u maticového počtu není dělení standardní operace, provedeme jednoduchou úpravu, kdy převedeme matici  $A$  na inverzní matici  $A^{-1}$ .

$$\vec{x} = \vec{b} \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot \vec{b}$$

A teď zkusíme řešení soustavy rovnic pomocí sw MS Excel. MS Excel standardně umí výpočty s maticemi a je mezi nimi i výpočet inverzní matice a součin matic (případně matic a vektorů).

### Postup výpočtu v Excelu:

Nejprve si přepíšeme rovnici do maticového zápisu do Excelu (nemusíme si matice pojmenovávat, na výpočet to nemá vliv):

2									
3									
4			3	-5	6			-20	
5	A=		-1	2	5	b=		1	
6			7	-10	-19			-7	
7									
8									

V dalším kroku musíme určit inverzní matici k matici A. Použijeme k tomu vzorec INVERZE(pole), kde pole je oblast, kde je zapsaná původní matice. Vzorec může vypadat např. =INVERZE(\$C\$4:\$E\$6). Pevné odkazy (např. \$C\$4) používáme, protože musíme vytvořit pole stejně velké jako původní matice.

3									
4			3	-5	6			-20	
5	A=		-1	2	5	b=		1	
6			7	-10	-19			-7	
7									
8			-0,17647	-0,17647	-0,17647				
9	inverzní A=		-0,17647	-0,17647	-0,17647				
10			-0,17647	-0,17647	-0,17647				
11									

Jelikož se ale jedná o výpočet s maticemi, musíme v Excelu označit, kde matici nalezneme. Uděláme to následujícím postupem:

1. Označíme si celou matici – v našem případě celou inverzní matici
2. Přepneme se do editace pomocí stisknutí klávesy F2
3. A nakonec označíme pomocí stisknutí kláves CTRL+SHIFT+ENTER

Jestli se nám povedlo úspěšně matici označit, poznáme tak, že je celý vzorec ve složených závorkách (např. {=INVERZE(\$C\$4:\$E\$6)}). Výsledek vypadá následovně:

		3	-5	6			-20
A=		-1	2	5	b=		1
		7	-10	-19			-7
		-0,17647	2,279412	0,544118			
inverzní A=		-0,23529	1,455882	0,308824			
		0,058824	0,073529	-0,01471			

Posledním krokem celého výpočtu je určení neznámých  $x$ . Provedeme ho pomocí vzorce SOUČIN.MATIC(pole1;pole2), kde pole1 je inverzní matice a pole2 je vektor  $b$ . Vzorec může vypadat např. =SOUČIN.MATIC(\$C\$8:\$E\$10;\$H\$4:\$H\$6). Výsledek pak vypadá následovně:

	3	-5	6		-20
A=	-1	2	5	b=	1
	7	-10	-19		-7
	-0,17647	2,279412	0,544118		2
inverzní A=	-0,23529	1,455882	0,308824	x=	4
	0,058824	0,073529	-0,01471		-1

Pomocí výpočtu v Excelu jsme zjistili totožné hodnoty a to jednodušeji a rychleji.