

# ROZ HLEDY

**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ**

ČASOPIS PRO ZÁJEMCE O MATEMATIKU, FYZIKU A INFORMATIKU

ROČNÍK 95 (2020) • ČÍSLO 1

CENA PRO ČLENY JČMF 45 Kč • CENA PRO OSTATNÍ 60 Kč



Vydává Jednota českých matematiků a fyziků  
tel.: 222 090 708-9, e-mail: jcmf@math.cas.cz  
za podpory MFF UK Praha a FJFI ČVUT Praha

Vycházejí 4 čísla v kalendářním roce

Obálku navrhl Bohuslav Šír

Sazbu programem  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  připravil RNDr. Miloslav Závodný

Adresa redakce: MFF UK, V Holešovičkách 2, 182 00 Praha 8–Troja  
e-mail: rozhledy@jcmf.cz

Internetové stránky časopisu: <https://rozhledy.jcmf.cz/>

Vytiskla Tiskárna Pohlline, Zálesí 1126/88, 142 00 Praha 4

Distribuci pro předplatitele provádí v zastoupení vydavatele

MediaCall, s. r. o.

Vídeňská 546/55, 639 63 Brno

tel.: +420 532 165 165, e-mail: export@mediacall.cz

web: [www.zahranicnitisk.com](http://www.zahranicnitisk.com)

ISSN 0035-9343

MK ČR E4691

© Jednota českých matematiků a fyziků, Praha 2020

---

### Redakční rada

Vedoucí redaktorka:

RNDr. Marie Snětinová, Ph.D., MFF UK Praha

Redaktorka pro matematiku:

doc. Ing. Lubomíra Dvořáková, Ph.D., FJFI ČVUT Praha

Redaktor pro fyziku:

doc. RNDr. Mgr. Vojtěch Žák, Ph.D., MFF UK Praha

Členové redakční rady:

doc. RNDr. Zdeněk Drozd, Ph.D., MFF UK Praha

RNDr. Petr Hanuš, FSv ČVUT Praha

doc. RNDr. Jaroslav Hora, CSc., FPE ZČU Plzeň

prof. RNDr. Ivo Kraus, DrSc., FJFI ČVUT Praha

doc. RNDr. Jan Kříž, Ph.D., PřF UHK Hradec Králové

doc. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D., FAV ZČU Plzeň

RNDr. Miroslav Randa, Ph.D., PdF ZČU Plzeň

doc. RNDr. Jan Šlégr, Ph.D., PřF UHK Hradec Králové

prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc., PedF JU České Budějovice

doc. RNDr. Pavel Töpfer, CSc., MFF UK Praha

prof. Ing. Bohumil Vybíral, CSc., PřF UHK Hradec Králové

RNDr. Vladimír Wagner, CSc., ÚJF AV ČR Řež



## Elegantní řešení úlohy MO

Martina Kašparová, KMT FPE ZČU Plzeň

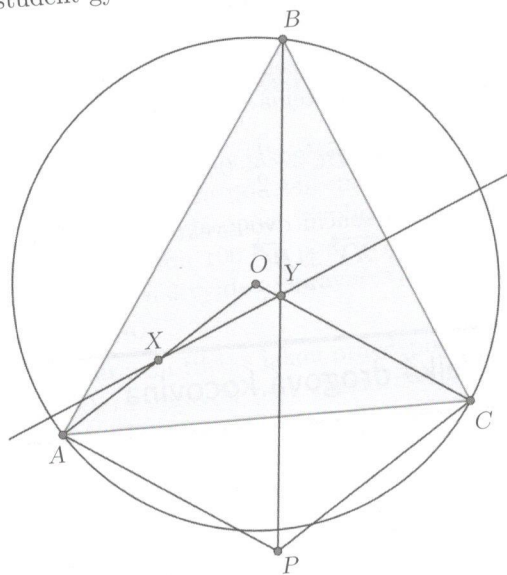
V krajském kole MO kategorie A v r. 2020 byla zadána následující úloha:

V ostroúhlém trojúhelníku  $ABC$  označme  $O$  střed kružnice opsané. Obraz bodu  $O$  v osové souměrnosti podle přímky  $AC$  označme  $P$ . Dokažte, že středy úseček  $AO$  a  $BP$  leží na téže kolmici k přímce  $BC$ .

Autorské řešení naleznete na:

<http://www.matematickaolympiada.cz/media/5435685/a69ii.pdf>

Pěkné řešení této úlohy využívající skalární součin vektorů nalezl Adam Blažek, student gymnázia Plzeň, Mikulášské náměstí:



Obr. 1

Označme  $X$  střed úsečky  $AO$  a  $Y$  střed úsečky  $BP$ . Úkolem je dokázat, že  $\overrightarrow{XY} \perp \overrightarrow{BC}$ . Body  $A$  a  $C$  leží na stejné kružnici se středem  $O$ , platí tedy  $|OA| = |OC|$ .  $P$  je obrazem  $O$  v osové souměrnosti podle přímky  $AC$ ,

tudíž  $|AO| = |AP|$  a  $|CO| = |CP|$  a zároveň  $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{AC}$ . Z toho všeho plyne, že čtyřúhelník  $AOCP$  je kosočtverec. Označme  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$  a  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ . Jelikož jsme dokázali, že čtyřúhelník  $AOCP$  je kosočtverec, platí  $P = O + \vec{a} + \vec{c}$ . Také z definice víme, že

$$X = \frac{1}{2}O + \frac{1}{2}A = O + \frac{1}{2}\vec{a}$$

a

$$Y = \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}P = \frac{1}{2}(O + \vec{b}) + \frac{1}{2}(O + \vec{a} + \vec{c}) = O + \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}.$$

Vypočtěme nyní skalární součin  $\overrightarrow{XY}$  a  $\overrightarrow{BC}$ :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{XY} \cdot \overrightarrow{BC} &= \left( \left( \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \right) - \frac{1}{2}\vec{a} \right) \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = \\ &= \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = \frac{1}{2}(|\vec{c}|^2 - |\vec{b}|^2).\end{aligned}$$

Ze zadání však víme, že  $|\vec{b}| = |\vec{c}|$ , neboť body  $B$  a  $C$  leží na kružnici se středem  $O$  a vzdálenost je tedy stejná. Z toho plyne, že

$$\overrightarrow{XY} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \cdot 0 = 0.$$

Víme, že pokud je skalární součin dvou vektorů roven nule, jsou tyto vektory na sebe kolmé, tedy  $\overrightarrow{XY} \perp \overrightarrow{BC}$ .

## Velká drogová kocovina

*Tomáš Fürst, Jan Strojil, Halina Šimková*

**Abstrakt.** Náhodné testování přítomnosti drog ve slinách řidičů, studentů nebo zaměstnanců je přehlídkou ostouzení nevinných. Ve velkém. Příčinou není podvádění nebo „vadné testy“, ale naprosté nepochopení matematických zákonitostí testování.

Jednoduché testy na přítomnost drog ve slinách jsou na první pohled úžasný nástroj. Přibývá ale případů, kdy si pozitivně testovaní stěžují,