

Manipulátor pro NDT (varianta 2: RRPR manipulátor)

Implementační poznámky:

- Zavedení souřadných systémů
- Přímá a inverzní kinematika
- Generátory trajektorie svarů z daných parametrů

Obsah

1	Popis manipulátoru	4
2	Přímá (PKÚ) a inverzní (IKÚ) kinematická úloha	6
2.1	PKÚ: $\{\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4\} \rightarrow \{X, Y, Z, \phi\}$	6
2.2	IKÚ:	6
3	Přímá okamžitá (PKÚ) a inverzní okamžitá (IKÚ) kinematická úloha	6
3.1	POKÚ:	9
3.2	IOKÚ:	9
3.3	Singulární polohy, pracovní prostor manipulátoru	9
4	Generátory trajektorií svarů	11
4.1	Generátor trajektorie svaru nátrubku	13
4.1.1	Princip výpočtu generované trajektorie (vzdálenost bodů rozmítání na trajektorii nátrubku)	16
4.1.2	Princip výpočtu generované trajektorie (generování trajektorie rozmítání)	18
4.1.3	Orientace koncového efektoru manipulátoru	21
4.2	Generátor trajektorie obvodového svaru	21
4.2.1	Princip výpočtu generované trajektorie	23
4.2.2	Orientace koncového efektoru manipulátoru	25
4.3	Generátor trajektorie podélného svaru v kolenu	26
4.3.1	Princip výpočtu generované trajektorie	27
4.3.2	Orientace koncového efektoru manipulátoru	30
4.4	Generátor trajektorie podélného svaru	31
4.4.1	Princip výpočtu generované trajektorie	32
4.4.2	Orientace koncového efektoru manipulátoru	33
5	Závěr	34
6	Implementované algoritmy v Matlabu	36
6.1	Funkce generující trajektorii nátrubku	36
6.2	Funkce generující trajektorii obvodového svaru	37
6.3	Funkce generující trajektorii podélného svaru v kolenu	38
6.4	Funkce generující trajektorii podélného svaru	39

Abstrakt

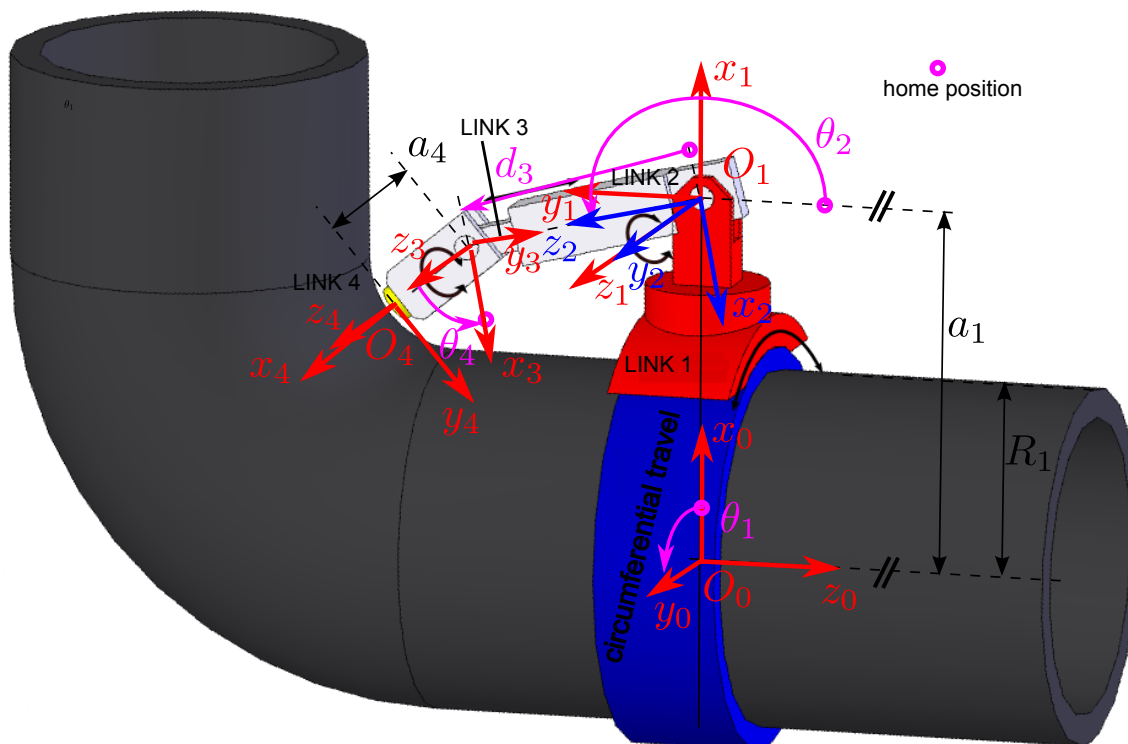
Předložená technická zpráva se věnuje popisu kinematické architektury manipulátoru, který bude sloužit jako inovativní řešení v případě nedestruktivního ultrazvukového zkoušení svarů potrubí komplexních geometrií. Ve zprávě jsou shrnuty a vysvětleny základní parametry k popisu předkládaného manipulátoru včetně zavedení významných souřadných systémů. Součástí popisu manipulátoru jsou řešení přímé a inverzní kinematické úlohy. Hlavní náplní technické zprávy jsou implementace generátorů trajektorií koncového efektoru manipulátoru. Implementovány jsou celkem čtyři trajektorie svarů (obvodový svar, podélný svar, podélný svar v kolenu a svar nátrubku). Generátory trajektorií jsou implementovány jako funkce programu Matlab a jsou ověřeny na virtuálním simulačním modelu manipulátoru vytvořeným v programovém prostředí Matlab/Simulink/SimMechanics.

1 Popis manipulátoru

Sériový manipulátor v druhé variantě je tvořen třemi rotačními aktuátory a jedním aktuátorem prismatickým (manipulátor typu **RRPR**). První kloub manipulátoru opět reprezentuje pojezd po potrubí kruhového průřezu. Koncový efektor manipulátoru opět umožňuje posunutí UZ sondy libovolně v prostoru (3 translační DoF) a její orientaci vzhledem k svislé ose pojezdu (1 rotační DoF). Obrázek 1 znázorňuje schématické uspořádání manipulátoru včetně zavedených souřadných systémů dle D-H úmluvy, viz Tabulka. 1.

LINK i	d_i	θ_i	a_i	α_i
1	0	θ_1	a_1	$-\frac{\pi}{2}$
2	0	θ_2	0	$\frac{\pi}{2}$
3	\mathbf{d}_3	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
4	0	θ_4	a_4	0

Tabulka 1: D-H parametry souřadných systémů příslušných ramen, tučně vyznačeny aktivní kloubové souřadnice (aktuátory)



Obrázek 1: Sériový manipulátor - Varianta 2 (BEZ kompenzace polohy konc. efektoru)

Kompenzace polohy koncového efektoru:

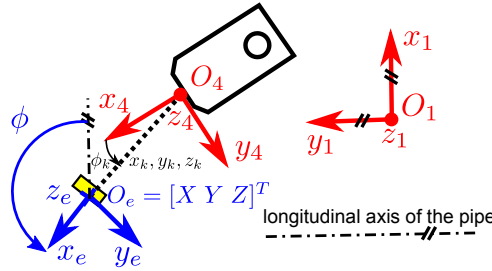
Vzhledem k tomu, že se předpokládá umístění UZ sondy v nějaké definované poloze, která nemusí být identická s umístěním posledního s.s. manipulátoru F_4 , zavádíme tzv. kompenzaci polohy koncového efektoru T_e^4 .¹ Jedná se o transformaci z polohy s.s. F_4 (posledního ramena manipulátoru) na s.s. F_e (s.s. koncového efektoru = s.s. UZ sondy), viz Obrázek 2.

¹ \mathbf{X}_a^b označuje bod či transformační matici \mathbf{X}_a vyjádřená vzhledem k s.s. F_b

Transformační matice T_e^4 :

$$T_e^4 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_e^4 & \mathbf{O}_e^4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ kde } \mathbf{R}_e^4 = \begin{bmatrix} \cos(\phi_k) & -\sin(\phi_k) & 0 \\ \sin(\phi_k) & \cos(\phi_k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{O}_e^4 = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \quad (1)$$

kde x_k, y_k, z_k definují posunutí s.s. konc. efektoru F_e vzhledem k s.s. posledního ramene manipulátoru F_4 a ϕ je úhel natočení s.s. F_e vzhledem k s.s. F_4 okolo osy z_4 .



Obrázek 2: Kompenzace polohy konc. efektoru

Polohy kloubů manipulátoru jsou určeny kloubovými souřadnicemi \mathbf{Q} jako:

$$\mathbf{Q} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad d_3 \quad \theta_4]^T \quad (2)$$

Návrhové parametry manipulátoru ξ představují délky jednotlivých ramen a parametry kompenzace polohy koncového efektoru:

$$\xi = [a_1 \quad a_4 \quad x_k \quad y_k \quad z_k \quad \phi_k]^T \quad (3)$$

kde a_1, a_4 a x_k, y_k, z_k a ϕ_k jsou parametry kompenzace polohy konc. efektoru (umístění NDT sondy), viz dále.

Poloha koncového efektoru lze popsat zobecněnými souřadnicemi \mathbf{X} :

$$\mathbf{X} = [X \quad Y \quad Z \quad \phi]^T \quad (4)$$

kde X, Y, Z jsou souřadnice bodu \mathbf{O}_e vzhledem k s.s. F_0 a ϕ je vzájemné natočení s.s. F_e a F_1 okolo osy z_1 , tedy matice rotace $\mathbf{R}_e^1 = \text{Rot}(z, \phi)$.

Podrobné informace o kinematickém modelu manipulátoru lze nalézt v [5].

Definice významných souřadných systémů

- **Bázový s.s. (světový) F_0 ; $\mathbf{O}_0 - x_0 y_0 z_0$**
S.s., který je pevně spojen s potrubím, na kterém je manipulátor připoután. S.s. je určen v okamžiku nasazení manipulátoru na potrubí a to tak, že střed s.s. leží v průniku osy potrubí a roviny ležící kolmo k ose potrubí a procházející počátkem \mathbf{O}_1 s.s. F_1 . Osa z_0 leží ve směru osy potrubí s kladnou orientací od měřeného svaru a osa x_0 leží s kladnou orientací ve směru pojezdu manipulátoru, tzn. prochází bodem \mathbf{O}_1 .
- **S.s.koncového efektoru F_e ; $\mathbf{O}_e - x_e y_e z_e$**
S.s. definující pozici a orientaci UZ sondy. Jeho poloha je ovlivněna nastavením kloubových souřadnic \mathbf{Q} a parametry kompenzace polohy koncového efektoru x_k, y_k, z_k, ϕ_k . Polohové souřadnice X, Y, Z koncového efektoru jsou apriori vyjádřeny a uvažovány vzhledem k bázovému s.s. F_0 . Orientace koncového efektoru ϕ je definována vzhledem k s.s. F_1 .

2 Přímá (PKÚ) a inverzní (IKÚ) kinematická úloha

2.1 PKÚ: $\{\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4\} \rightarrow \{X, Y, Z, \phi\}$

$$\mathbf{X} = [X \ Y \ Z \ \phi]^T \quad (5)$$

$$X = ((-y_k \cos(\theta_4) + (-x_k - a_4) \sin(\theta_4) + d_3) \sin(\theta_2) + ((x_k + a_4) \cos(\theta_4) - \sin(\theta_4) y_k) \cos(\theta_2) + a_1) \cos(\theta_1) - \sin(\theta_1) z_k$$

$$Y = ((-y_k \cos(\theta_4) + (-x_k - a_4) \sin(\theta_4) + d_3) \sin(\theta_2) + ((x_k + a_4) \cos(\theta_4) - \sin(\theta_4) y_k) \cos(\theta_2) + a_1) \sin(\theta_1) + \cos(\theta_1) z_k$$

$$Z = (-y_k \cos(\theta_4) + (-x_k - a_4) \sin(\theta_4) + d_3) \cos(\theta_2) - \sin(\theta_2) ((x_k + a_4) \cos(\theta_4) - \sin(\theta_4) y_k) \\ \phi = \theta_2 + \theta_4 + \phi_k$$

2.2 IKÚ:

Kloubová souřadnice θ_1 :

$$\theta_1 = \text{atan2}\left(Y \left(\pm \sqrt{X^2 + Y^2 - z_k^2} \right) - X z_k, X \left(\pm \sqrt{X^2 + Y^2 - z_k^2} \right) + Y z_k\right) \quad (6)$$

$$w_x = ((-x_k - a_4) \cos(\phi) + \sin(\phi) y_k) \cos(\phi_k) + (-\cos(\phi) y_k - \sin(\phi) (x_k + a_4)) \sin(\phi_k) + \sin(\theta_1) Y - a_1 + X \cos(\theta_1) \quad (7)$$

$$w_y = (-\cos(\phi) y_k - \sin(\phi) (x_k + a_4)) \cos(\phi_k) + ((x_k + a_4) \cos(\phi) - \sin(\phi) y_k) \sin(\phi_k) - Z \quad (8)$$

Kloubová souřadnice d_3 :

$$d_3 = \pm \sqrt{w_x^2 + w_y^2} \quad (9)$$

Kloubová souřadnice θ_2 :

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\frac{w_x}{d_3}, \frac{-w_y}{d_3}\right) \quad (10)$$

Kloubová souřadnice θ_4 :

$$\theta_4 = \phi - \theta_2 - \phi_k \quad (11)$$

3 Přímá okamžitá (PKÚ) a inverzní okamžitá (IKÚ) kinematická úloha

Kinematický jakobián je definován v závislosti na známé poloze kloubových souřadnic \mathbf{Q} (potažmo poloze konc. efektoru \mathbf{X} , viz IKÚ) jako:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{Q}) = \begin{bmatrix} \dot{j}_{1,1} & \dot{j}_{1,2} & \dot{j}_{1,3} & \dot{j}_{1,4} \\ \dot{j}_{2,1} & \dot{j}_{2,2} & \dot{j}_{2,3} & \dot{j}_{2,4} \\ \dot{j}_{3,1} & \dot{j}_{3,2} & \dot{j}_{3,3} & \dot{j}_{3,4} \\ \dot{j}_{4,1} & \dot{j}_{4,2} & \dot{j}_{4,3} & \dot{j}_{4,4} \end{bmatrix} \quad (12)$$

kde

$$\begin{aligned}
j_{1,1} &= -1/2 a_4 \sin(-\theta_4 + \theta_1 - \theta_2) - 1/2 d_3 \cos(\theta_1 - \theta_2) - 1/2 a_4 \sin(\theta_4 + \theta_1 + \theta_2) + 1/2 d_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) + 1/2 ((2 \sin(\theta_4) y_k - 2 x_k \cos(\theta_4)) \cos(\theta_2) - 2 a_1 + \\
&\quad + 2 y_k \sin(\theta_2) \cos(\theta_4) + 2 x_k \sin(\theta_2) \sin(\theta_4)) \sin(\theta_1) - \cos(\theta_1) z_k \\
j_{1,2} &= 1/2 a_4 \sin(-\theta_4 + \theta_1 - \theta_2) + 1/2 d_3 \cos(\theta_1 - \theta_2) - 1/2 a_4 \sin(\theta_4 + \theta_1 + \theta_2) + 1/2 d_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) - \cos(\theta_1) ((y_k \cos(\theta_4) + x_k \sin(\theta_4)) \cos(\theta_2) + \\
&\quad + \sin(\theta_2) (-\sin(\theta_4) y_k + x_k \cos(\theta_4))) \\
j_{1,3} &= \qquad \qquad \qquad 1/2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \qquad \qquad \qquad - \qquad \qquad \qquad 1/2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
j_{1,4} &= 1/2 a_4 \sin(-\theta_4 + \theta_1 - \theta_2) - 1/2 a_4 \sin(\theta_4 + \theta_1 + \theta_2) + ((-x_k \sin(\theta_4) - y_k \cos(\theta_4)) \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) (\sin(\theta_4) y_k - x_k \cos(\theta_4))) \cos(\theta_1) \\
j_{2,1} &= 1/2 a_4 \cos(-\theta_4 + \theta_1 - \theta_2) - 1/2 d_3 \sin(\theta_1 - \theta_2) + 1/2 a_4 \cos(\theta_4 + \theta_1 + \theta_2) + 1/2 d_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 1/2 ((2 x_k \cos(\theta_4) - 2 \sin(\theta_4) y_k) \cos(\theta_2) + 2 a_1 - \\
&\quad - 2 y_k \sin(\theta_2) \cos(\theta_4) - 2 x_k \sin(\theta_2) \sin(\theta_4)) \cos(\theta_1) - \sin(\theta_1) z_k \\
j_{2,2} &= -1/2 a_4 \cos(-\theta_4 + \theta_1 - \theta_2) + 1/2 d_3 \sin(\theta_1 - \theta_2) + 1/2 a_4 \cos(\theta_4 + \theta_1 + \theta_2) + 1/2 d_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) + ((-x_k \sin(\theta_4) - y_k \cos(\theta_4)) \cos(\theta_2) + \\
&\quad + \sin(\theta_2) (\sin(\theta_4) y_k - x_k \cos(\theta_4))) \sin(\theta_1) \\
j_{2,3} &= \qquad \qquad \qquad 1/2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \qquad \qquad \qquad - \qquad \qquad \qquad 1/2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
j_{2,4} &= -1/2 a_4 \cos(-\theta_4 + \theta_1 - \theta_2) + 1/2 a_4 \cos(\theta_4 + \theta_1 + \theta_2) + ((-x_k \sin(\theta_4) - y_k \cos(\theta_4)) \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) (\sin(\theta_4) y_k - x_k \cos(\theta_4))) \sin(\theta_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
j_{3,1} &= 0 \\
j_{3,2} &= -a_4 \cos(\theta_2 + \theta_4) + (-d_3 + y_k \cos(\theta_4) + x_k \sin(\theta_4)) \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) (\sin(\theta_4) y_k - x_k \cos(\theta_4)) \\
j_{3,3} &= \cos(\theta_2) \\
j_{3,4} &= -a_4 \cos(\theta_2 + \theta_4) + y_k \sin(\theta_2) \cos(\theta_4) + y_k \cos(\theta_2) \sin(\theta_4) - x_k \cos(\theta_2) \cos(\theta_4) + x_k \sin(\theta_2) \sin(\theta_4) \\
j_{4,1} &= 0 \\
j_{4,2} &= 1 \\
j_{4,3} &= 0 \\
j_{4,4} &= 1
\end{aligned}$$

Časová derivace kinematického jakobiánu lze vyjádřit následovně, v závislosti na poloze \mathbf{Q} a rychlosti $\dot{\mathbf{Q}}$ kloubových souřadnic:

$$\dot{\mathbf{J}} = \mathbf{J}(\mathbf{Q}, \dot{\mathbf{Q}}) = \begin{bmatrix} \dot{j}_{1,1} & \dot{j}_{1,2} & \dot{j}_{1,3} & \dot{j}_{1,4} \\ \dot{j}_{2,1} & \dot{j}_{2,2} & \dot{j}_{2,3} & \dot{j}_{2,4} \\ \dot{j}_{3,1} & \dot{j}_{3,2} & \dot{j}_{3,3} & \dot{j}_{3,4} \\ \dot{j}_{4,1} & \dot{j}_{4,2} & \dot{j}_{4,3} & \dot{j}_{4,4} \end{bmatrix} \quad (13)$$

kde časové derivace jednotlivých prvků kinematického jakobiánu zde nejsou vypsány.

3.1 POKŮ:

Pro rychlosti:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{Q}} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Pro zrychlení:

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J} \cdot \ddot{\mathbf{Q}} + \dot{\mathbf{J}} \cdot \dot{\mathbf{Q}} \Rightarrow \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{d}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{J}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.2 IOKŮ:

Pro rychlosti:

$$\dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{X}} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Pro zrychlení:

$$\ddot{\mathbf{Q}} = \mathbf{J}^{-1} \cdot (\ddot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{J}} \cdot \dot{\mathbf{Q}}) \Rightarrow \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{d}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} - \dot{\mathbf{J}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \right) \quad (17)$$

3.3 Singulární polohy, pracovní prostor manipulátoru

Manipulátor se může pro některé polohy koncového efektoru nacházet v tzv. singulárních polohách. V těchto polohách dochází ke ztrátě hodnoty matice kinematického jakobiánu \mathbf{J} :

$$\text{Rank}(\mathbf{J}) < \min(m, n) \quad \text{nebo ekvivalentně} \quad \det(\mathbf{J}) = 0 \quad (18)$$

kde m resp. n je počet řádků resp. sloupců matice \mathbf{J} .

Tzn., existují nenulové rychlosti kloubových souřadnic manipulátoru $\dot{\mathbf{Q}}$, při kterých je výsledná rychlost koncového efektoru nulová $\dot{\mathbf{X}}$. Jinými slovy, manipulátor v těchto polohách ztrácí (lokálně) DoF koncového efektoru, resp. pro manipulátor v singulární poloze existují směry v prostoru zobecněných souřadnic, ve kterých se koncový efektor nemůže pohybovat s uvažováním

konečných rychlostí pohybu aktuátorů. V blízkosti singulárních poloh můžou tak nastávat situace, kdy malé rychlosti zobecněných souřadnic vyvolají nerealizovatelně vysoké požadavky na rychlosti aktuátorů.

Z podmínky $\det(\mathbf{J}) = 0$ lze nalézt dva případy pro robot nacházející se v singulární poloze:

Singularita 1:

$$d_3 = 0$$

Lineární aktuátor je vysunut na nulovou délku, tzn. rotační osy kloubů *Joint 2* a *joint 4* jsou ztotožněny.

Vzhledem k faktu, že plánování pohybu manipulátoru je prováděno při koordinovaném pohybu výhradně v prostoru zobecněných souřadnic, je rozumné zobrazit singularitu nikoliv v prostoru kloubových, ale v prostoru zobecněných souřadnic. Dosazením podmínky pro singulární polohu $d_3 = 0$ a podmínky závislosti kloubových a zobecněných souřadnic (viz. PKÚ resp. IKÚ) $\theta_2 + \theta_4 = \phi - \phi_k$, dostáváme parametrický předpis pro polohu koncového efektoru manipulátoru $[X \ Y \ Z]^T$ při známé orientaci ϕ , který definuje podmnožinu pracovního prostoru manipulátoru, pro kterou je manipulátoru v singularitě 1.

$$\mathbf{X}_{\text{sing1}} = \begin{bmatrix} R \cdot \cos(\alpha) \\ R \cdot \sin(\alpha) \\ -x_k \sin(\phi - \phi_k) - y_k \cos(\phi - \phi_k) - a_4 \sin(\phi - \phi_k) \end{bmatrix} \quad (19)$$

kde $\alpha \in \langle 0, 2\pi \rangle$ a

$$R = (x_k + a_4 + y_k)(x_k + a_4 - y_k)(\cos(\phi - \phi_k))^2 + 2(x_k + a_4)(a_1 - y_k \sin(\phi - \phi_k))\cos(\phi - \phi_k) + z_k^2 + a_1^2 + y_k^2 - 2y_k \sin(\phi - \phi_k)a_1 \quad (20)$$

Podmnožina poloh koncového efektoru má tedy tvar kružnice, jejíž parametry jsou výhradně určeny návrhovými parametry manipulátoru ξ a aktuální požadovanou orientací koncového efektoru ϕ .

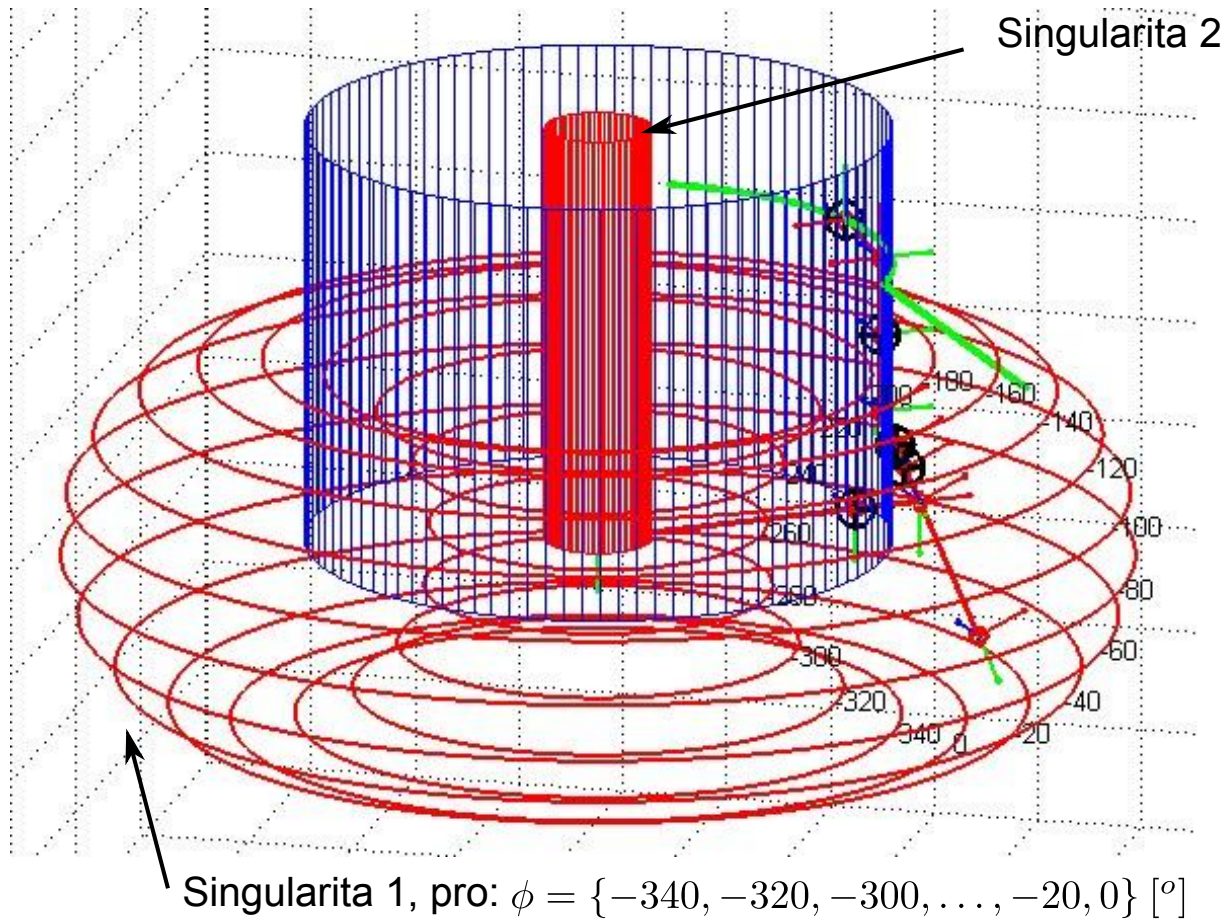
Singularita 2:

$$d_3 = \frac{(y_k \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4)(x_k + a_4)) \sin(\theta_2) + ((-x_k - a_4) \cos(\theta_4) + y_k \sin(\theta_4)) \cos(\theta_2) - a_1}{\sin(\theta_2)}$$

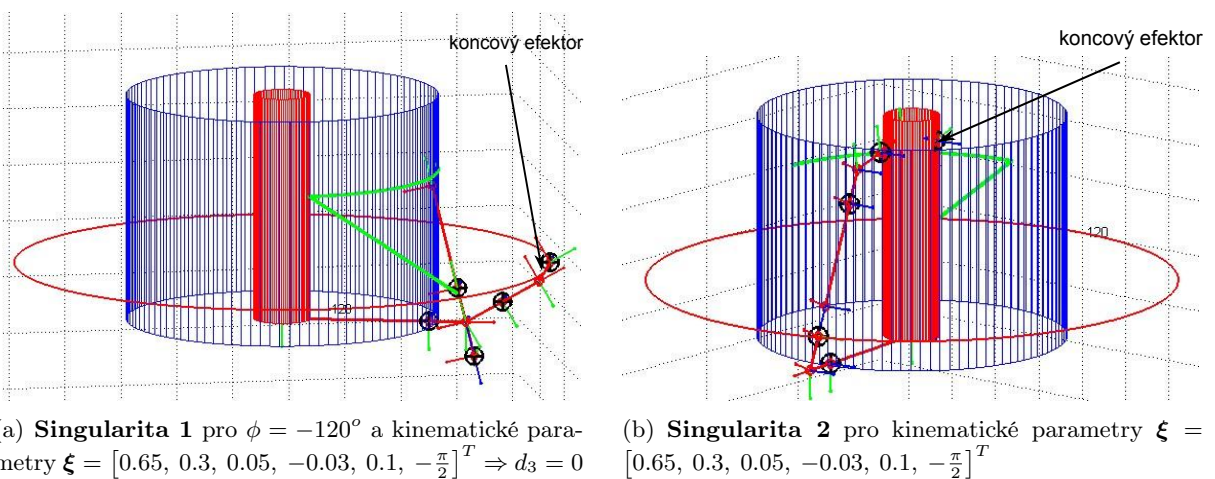
V prostoru zobecněných souřadnic singulární polohy odpovídají válcové ploše, parametrizované pouze návrhovými parametry manipulátoru ξ :

$$\mathbf{X}_{\text{sing2}} = \begin{bmatrix} z_k \cdot \cos(\alpha) \\ z_k \cdot \sin(\alpha) \\ \text{„libovolné“} \end{bmatrix} \quad (21)$$

kde $\alpha \in \langle 0, 2\pi \rangle$, $\phi = \text{„libovolné“}$



Obrázek 3: Singulární polohy manipulátoru vyjádřené jako podmnožiny prostoru zobecněných souřadnic (polohy koncového efektoru)



Obrázek 4: Koncový efektor manipulátoru v singulárních polohách

4 Generátory trajektorií svarů

V kapitole jsou popsány implementace algoritmů pro generování trajektorií uvažovaných svarů. Na generátory trajektorií jsou kladeny následující požadavky:

- Trajektorie bez a s rozmítáním UZ sondy
- Konstantní definovaná vzdálenost mezi segmenty rozmítání (ekvidistantní vzdálenosti rozmítání), či generování trajektorie v ekvidistantních časových okamžicích (v případě možnosti přirozené parametrizace trajektorií)
- Konstantní definovaná délka segmentů rozmítání
- Konstantní definovaná vzdálenost mezi interpolovanými body (rozlišení generování bodů na trajektorii)
- Konstantní definovaná vzdálenost trajektorie od vlastního svaru

4.1 Generátor trajektorie svaru nátrubku

Trajektorie nátrubku je určena průsečíkem dvou válcových ploch V_1 a V_2 s poloměry R_1 a R_2 , pro které platí $R_1 \leq R_2$. Pojezd manipulátoru je nasazen na válcovou plochu V_1 ve vzdálenosti z_{0k} od osy válcové plochy V_2 a s natočením okolo osy válcové plochy V_1 o úhel $\gamma \Rightarrow$ parametry z_{0k} a γ určují dva stupně volnosti v nasazení pojezdu manipulátoru na potrubí, viz Obrázek 5. Poznamenejme, že nasazením manipulátoru na potrubí je jednoznačně definována osa \mathbf{x}_0 , neboť je určena aktuální polohou pojezdu manipulátoru. Vzájemná orientace potrubí vzhledem k pojezdu manipulátoru je dána hodnotou úhlu γ . Nasazením manipulátoru na potrubí je tedy definován *pevný světový souřadný systém* $\mathbf{O}_0 - \mathbf{x}_0\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0$.

Předpokládáme 2 základní typy trajektorií:

- **bez rozmítání**

Generovaná trajektorie koresponduje přímo s trajektorií průsečíků válcových ploch (+ požadované posunutí dané parametrem c , viz dále).

- **s rozmítáním**

Trajektorie odpovídá vždy posunu po průsečíku válcových ploch o vzdálenost d (vzdálenost mezi rozmítáním) s následovným pohybem směrem od testovaného svaru o vzdálenost L (délka rozmítání). V průběhu rozmítání je pohyb vždy normálový k válcové ploše V_1 a leží na válcové ploše V_2 , viz Obrázek 6. Tím je zajištěn neustálý kontakt UZ sondy s povrchem průběžného potrubí a zároveň směřování UZ paprsku kolmo ke svaru.

Parametr N reprezentuje přibližnou vzdálenost mezi generovanými body ležící na trajektorii (rozlišení algoritmu).

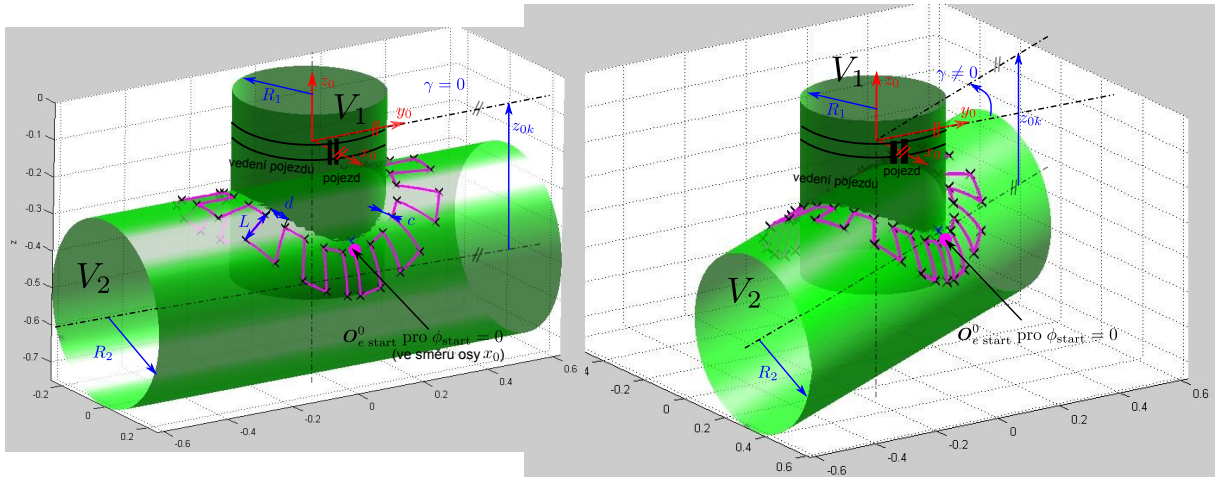
V algoritmu generování nátrubku lze vybrat počátek generování trajektorie dvěma základními způsoby, viz Obrázek 7.

- **zadáním bodu na nátrubku $\mathbf{O}_{e\text{ start}}^0$**

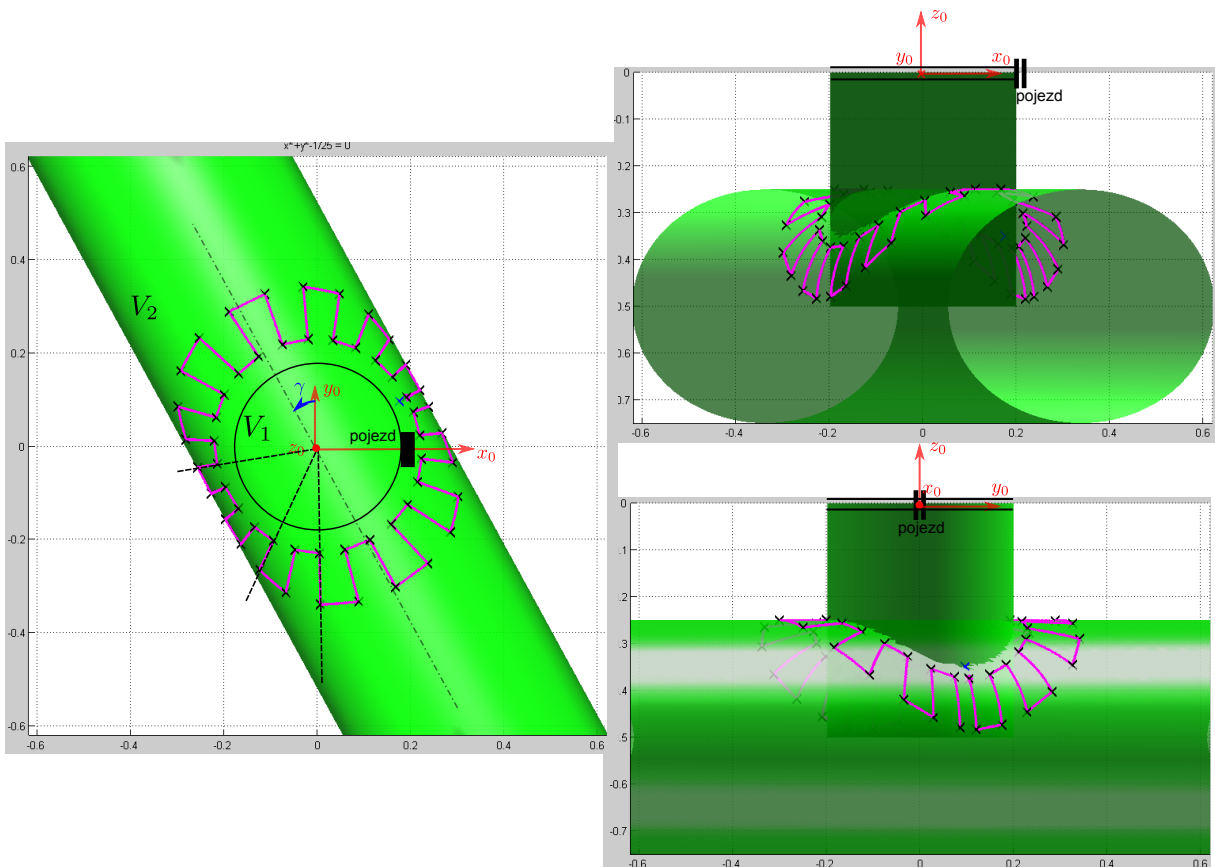
Zadaný bod je předpokládán s určitou chybou (neleží přesně na trajektorii nátrubku). Zadaný bod je proto přepočítán na nejbližší bod ležící na nátrubku a z tohoto přepočítaného bodu začíná generování trajektorie.

- **zadáním úhlu natočení ϕ_{start} okolo osy válcové plochy V_1**

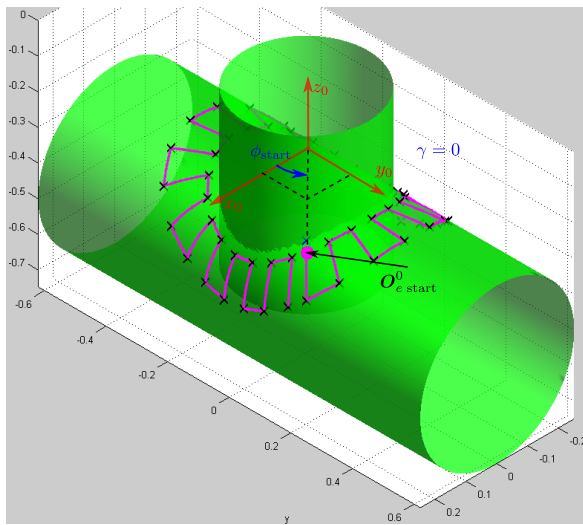
Pro $\phi_{\text{start}} = 0$ platí, že první bod generované trajektorie leží pro $\gamma = 0$ na nátrubku ve směru osy \mathbf{x}_0 . Tento bod je pevně ukotven ke svaru nátrubku, tzn. se změnou parametru γ je pootočen shodně s celým svarem, viz Obrázek 5.



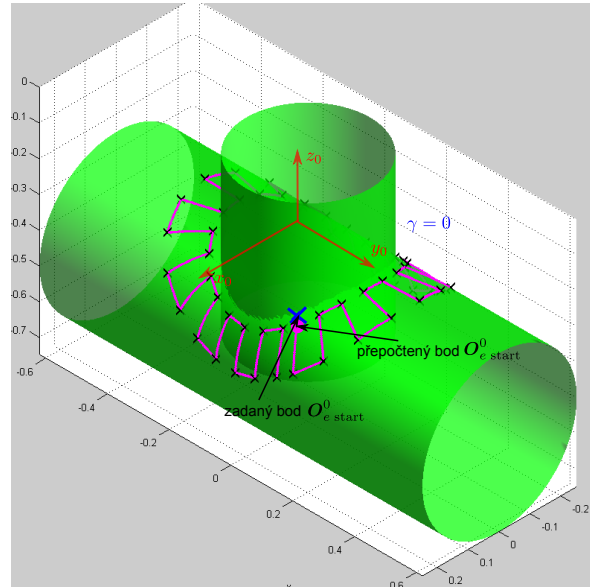
Obrázek 5: Parametry svaru nátrubku s rozmítáním trajektorie. Manipulátor usazen na válcové ploše V_1 s pojezdem ve směru osy x_0 (výchozí/domovská poloha manipulátoru).



Obrázek 6: Pohledy na generovanou trajektorii nátrubku s vyznačeným pojezdem manipulátoru v domovské poloze (ve směru osy x_0) pro $\gamma \neq 0$



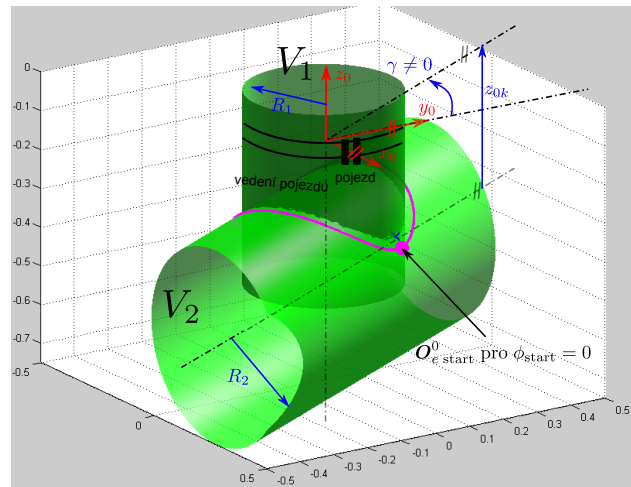
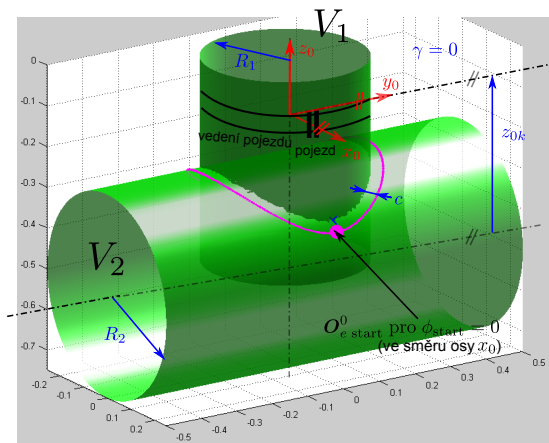
(a) Počáteční bod trajektorie zadán pomocí úhlu ϕ_{start}



(b) Počáteční bod trajektorie zadán pomocí bodu $O_{e\ start}^0$

Obrázek 7: Definice počátečního bodu generování trajektorie

V případě trajektorie bez uvažování rozmítání jsou platné všechny zásady uvedené výše (umístění světového s.s., definice počátečního bodu trajektorie). Generovaná trajektorie je znázorněna na Obrázku 8.



Obrázek 8: Generovaná trajektorie bez rozmítání.

Parametry svaru nátrubku a trajektorie (rozmítání), pokud $L = 0$... předpokládá se generování trajektorie bez rozmítání:

$$\xi_{nat} = \{ R_1 \ R_2 \ z_{0k} \ \gamma \ d \ L \ c \ N \ \phi_{start} \text{ nebo } O_{e\ start}^0 \}$$

Kde parametry generované trajektorie nátrubku jsou:

R_1 poloměr válce, na kterém je nasazen manipulátor

R_2 poloměr průběžného válce

γ natočení válcové plochy průběžného potrubí okolo osy z_0

z_{0k} vzdálenost pojezdu manipulátoru od osy průběžného válce
 d vzdálenost mezi úseky rozmítání podél trajektorie průsečíku válcových ploch
 L délka úseku rozmítání
 c vzdálenost trajektorie od průsečíku válcových ploch
 N vzdálenost mezi generovanými body (rozlišení generování trajektorie)
 $\phi_{\text{start}}, \mathbf{O}_e^0$... parametr určující počáteční bod generování trajektorie

4.1.1 Princip výpočtu generované trajektorie (vzdálenost bodů rozmítání na trajektorii nátrubku)

Trajektorii nátrubku ve smyslu průniku dvou válcových ploch V_1 a V_2 (tedy bez rozmítání) lze parametrizovat vzhledem k s.s. F_0 funkcí Φ , \mathbf{O}_e^0 odpovídá generovaným bodům na trajektorii nátrubku vzhledem k s.s. F_0 . Předpokládejme zatím, že $c = 0$, tzn. trajektorie, která má být generována je umístěna přímo v průsečíku válcových ploch.

$$\mathbf{O}_e^0 = \Phi(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) R_1 \cos(\phi) - \sin(\gamma) R_1 \sin(\phi) \\ \sin(\gamma) R_1 \cos(\phi) + \cos(\gamma) R_1 \sin(\phi) \\ \sqrt{R_2^2 - R_1^2 + R_1^2 (\sin(\phi))^2} + z_{0k} \end{bmatrix} \quad (22)$$

kde ϕ ... je parametr parametrizace.

Bohužel, parametrizace trajektorie nátrubku je tzv. nepřirozenou parametrizací, tzn. ekvidistantní vzdálenost v parametru ϕ negeneruje body \mathbf{O}_e^0 na trajektorii nátrubku, které mají ekvidistantní vzdálenosti podél této trajektorie. Lze dále ukázat, že nelineární zobrazení s ujeté dráhy S podél generované trajektorie v závislosti na hodnotě parametru ϕ , dané funkcí

$$S = s(\phi) \quad (23)$$

nelze vyjádřit v analytickém tvaru pro parametrizaci danou vztahem 22 - neexistuje analytické řešení integrálu (délky parametrické křivky):

$$s(\phi) = \int_0^\phi \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^T \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}} d\phi = \int_0^\phi \left\| \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right\| d\phi \quad (24)$$

Problém tak spočívá v nalezení takové posloupnosti diskrétních hodnot parametru ϕ , které zajistí ekvidistantní úseky ujeté dráhy po generované trajektorii. Existuje několik metod, jakým způsobem tuto úlohu zvládnout. V našem případě využijeme následující: Z rovnice (24) lze stanovit závislosti mezi časovou změnou (rychlostí) ujeté dráhy S a parametrem ϕ :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt}, \text{ kde } \frac{ds}{d\phi} = \left\| \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right\| \Rightarrow \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{\left\| \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right\|} \cdot \frac{ds}{dt} \quad (25)$$

Vztah mezi druhými časovými derivacemi (zrychlením) ujeté dráhy S a parametrem ϕ lze vypočítat následovně:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{1}{\left\| \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right\|} \cdot \left[\frac{d^2s}{dt^2} - \frac{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^T \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2}{\left\| \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right\|^3} \right] \quad (26)$$

Taylorův rozvoj funkce $\phi(t)$ do stupně 2 lze pro diskretizovaný čas $t_k = T_S \cdot k$, $k = 0, 1, \dots$, kde T_S je perioda vzorkování, psát jako:

$$\phi(t_{k+1}) \approx \phi(t_k) + \left. \frac{d\phi}{dt} \right|_{t=t_k} \cdot T_S + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\phi}{dt^2} \right|_{t=t_k} \cdot T_S^2 \quad (27)$$

kde časové derivace funkce $\phi(t)$ jsou dány rovnicemi (25, 26).

Označme $\frac{\partial s}{\partial t} = V(t)$ a $\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = A(t)$ (rychlost a tečné zrychlení - časové derivace ujeté dráhy po generované trajektorii) a předpokládejme dále konstantní rychlost ujeté dráhy po trajektorii, tedy $V(t) = V = konst.$ a $A(t) = 0$. Rovnice (27) přejde na tvar:

$$\phi(t_{k+1}) = \phi(t_k) + \frac{1}{\|\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\|} \cdot \left[V \cdot T_S - \frac{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^T \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2}}{2\|\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\|^3} \cdot V^2 \cdot T_S^2 \right] \quad (28)$$

a člen $V \cdot T_S$ lze chápat jako ujetou dráhu po trajektorii za periodu vzorkování při konstantní rychlosti V . Tedy platí: $V \cdot T_S = N$, kde N představuje diferenciální ujetou dráhu, nebo-li nejmenší přírůstek vzdálenosti mezi body ležící na trajektorii, tzn. N představuje již výše zmíněné rozlišení algoritmu generování trajektorie. Parametr N tedy ovlivňuje přesnost výpočtu algoritmu (a tedy počet kroků iterace k výpočtu parametru ϕ).

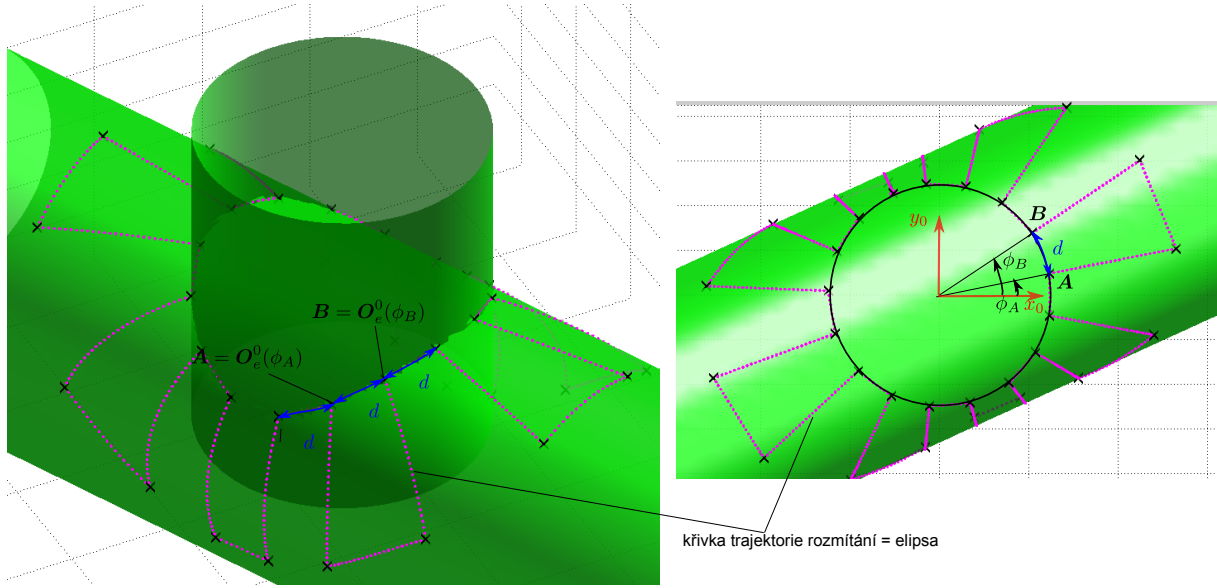
Požadujeme-li tedy, nalézt takový parametr ϕ , který odpovídá ujeté dráze S , jinými slovy, požadujeme řešit inverzi funkce (23), lze využít následujícího algoritmu:

1. $\phi_0 = \phi_{\text{start}}$
2. $\phi_{k+1} = \phi(t_k) + \frac{1}{\|\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\|} \cdot \left[N - \frac{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\right)^T \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2}}{2\|\frac{\partial \Phi}{\partial \phi}\|^3} \cdot N^2 \right], \quad k = 0, 1 \dots n$ (29)
3. $\phi = \phi_n$

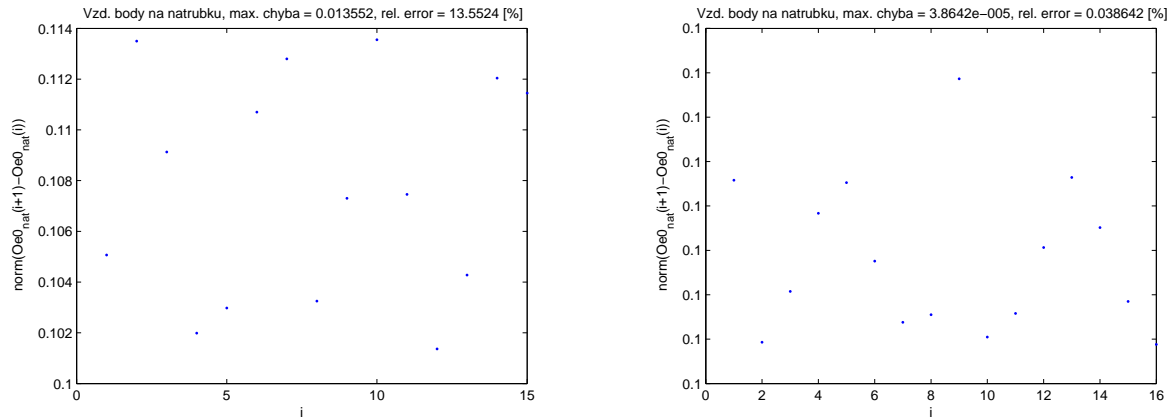
kde počet iterací $n = \lceil \frac{S}{N} \rceil$, značení $\lceil \star \rceil$ představuje zaokrouhlení čísla na celé číslo. ϕ_{start} je počáteční hodnota parametru parametrizace (určující odpovídající počáteční bod na trajektorii).

Algoritmus (29) je využit pro výpočet hodnot parametru ϕ odpovídajících bodům ležícím na trajektorii nátrubku v ekvidistantních vzdálenostech. Tzn. i pro výpočet bodů na nátrubku, ve kterých dochází k rozmítání trajektorie. Pro tyto body klademe požadavek (viz výše), že mají být rozmístěny po obvodu nátrubku s ekvidistantní vzdáleností d . Tedy, známe-li jeden bod rozmítání $\mathbf{A} = \mathbf{O}_e^0(\phi_A)$ je následující bod rozmítání vzdálený podél trajektorie o hodnotu d určen jako $\mathbf{B} = \mathbf{O}_e^0(\phi_B)$, kde ϕ_B je vypočten algoritmem (29) pro $\phi_{\text{start}} = \phi_A$ a $n = \lceil d/N \rceil$.

Na Obrázku 10 jsou znázorněny absolutní a relativní chyby v ujeté vzdálenosti po trajektorii nátrubku, viz Obrázek 9, mezi body rozmítání. Algoritmus (29) je porovnán se zjednodušeným případem, kdy parametr ϕ je generován v ekvidistantních krocích, které odpovídají požadované vzdálenosti mezi body rozmítání s uvažováním zjednodušené trajektorie nátrubku - kružnice s poloměrem R_1 (přirozená parametrizace).



Obrázek 9: Generovaná trajektorie nátrubku s rozmitáním (ekvidistantní vzdálenost mezi body rozmitání). Parametry: $R_1 = 0.25$, $R_2 = 0.3$, $z_0 = -0.8$, $\gamma = 2$, $d = 0.1$, $L = 0.3$, $c = 0$, $N = 0.01$



(a) Zjednodušený algoritmus, max. relativní chyba: 14%, max. absolutní chyba: $14 \cdot 10^{-3}$

(b) Algoritmus (29), max. relativní chyba: 0.04%, max. absolutní chyba: $4 \cdot 10^{-5}$

Obrázek 10: Absolutní a relativní chyba v ujeté dráze mezi po trajektorii nátrubku mezi body rozmitání. $err_{abs} = \|d_{real} - d\|$, $err_{rel} = 100 \frac{\|d_{real} - d\|}{d}$, kde d_{real} je vypočtena z rovnice (24) pro algoritmem vypočtený parametr ϕ prostřednictvím adaptivní Simpsonovy metody pro definovanou relativní přesnost výpočtu 10^{-10} , viz [2].

Poznamenejme, že rozmitání trajektorie po ekvidistantních vzdálenostech d může zapříčinit, že poslední segment rozmitání bude vzdálen od prvního segmentu o vzdálenost $< d$ (za předpokladu, že celková dráha po trajektorii nebude celočíselným násobkem požadované vzdálenosti d).

4.1.2 Princip výpočtu generované trajektorie (generování trajektorie rozmitání)

Vzhledem k faktu, že generovaná trajektorie rozmitání má být v normálovém směru k válcové ploše V_1 , viz Obrázek 6, je tato trajektorie vyjádřena jako průnik válcové plochy V_2 s rovnicí

roviny, která je kolmá k rovině $\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0$, prochází počátkem s.s. F_0 a její orientace ve smyslu natočení kolem osy \mathbf{z}_0 je určena dle aktuálního bodu rozmítání (tedy dle posloupnosti parametrů ϕ vygenerovaných v předchozím algoritmu pro ekvidistantně umístěné body počátků rozmítání trajektorie).

Průnikem válcové plochy a roviny je elipsa definující rozmítání a kterou lze vyjádřit v parametrickém tvaru jako:

$$\mathbf{O}_e^0 = \Phi(\psi) = \begin{bmatrix} b \sin(\psi) (\cos(\gamma) \cos(\phi) - \sin(\gamma) \sin(\phi)) \\ b \sin(\psi) (\sin(\gamma) \cos(\phi) + \cos(\gamma) \sin(\phi)) \\ a \cos(\psi) + z_{0k} \end{bmatrix} \quad (30)$$

kde ϕ je parametr definující místo rozmítání na trajektorii průniku válcových ploch V_1, V_2 , tzn. $\phi = \phi_A, \phi_B$, a \forall ostatní ekvidistantně vzdálené okamžiky rozmítání vypočtené v Kapitole 4.1.1, viz Obrázek 11 (s ohledem na parametrizaci (22)). ψ je parametrizační parametr pohybu po trajektorii elipsy a $a = R_2$, $b = \frac{R_2}{\|\cos(\phi)\|}$ jsou velikosti poloos elipsy.

V případě trajektorie rozmítání (elipsy) se jedná opět o nepřirozenou parametrizaci. V takovém případě lze opět využít algoritmu z Kapitoly 4.1.1 k výpočtu parametru ψ takovým způsobem, abychom zajistili ekvidistantní vzdálenost počátku rozmítání od průniku válcových ploch V_1 a V_2 , tedy požadovaný parametr c a délku úseku rozmítání, tedy požadovaný parametr L , viz Obrázek 11. Prostřednictvím algoritmu z Kapitoly 4.1.1 a parametrizací (22, 30) lze vypočítat, s ohledem na požadované parametry d, c, L , body $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}$, které tvoří jeden meandr trajektorie. Úseky \mathbf{AB}, \mathbf{CD} , na kterých probíhá vlastní měření jsou parametrizovány rovnicí elipsy (30). Úseky přejezdů \mathbf{BC}, \mathbf{DE} (pouze přesun UZ sondy) jsou interpolovány zjednodušeným algoritmem (nejedná se ani o křivku průniku válcových ploch nebo průniku válcové plochy a uvažované roviny), viz Obrázek 12.

- aproximuj trajektorii z bodu \mathbf{B} resp. \mathbf{D} do bodu \mathbf{C} resp. \mathbf{E} přímkou \Rightarrow interpolační body neleží na ploše válce V_1 .
- oprav souřadnice interpolačních bodů jejich posunutím na rovinu válcové plochy V_1 následovně:
 - Nechť \mathbf{X} je bod ležící na úsečce \mathbf{BC} resp. \mathbf{DE} (interpolovaný bod).
 - Přepočti souřadnice bodu \mathbf{X} vzhledem k s.s. F_1 (pevně spojen s válcovými plochami s osou \mathbf{y}_1 v ose válce V_2 a s osou $\mathbf{z}_1 = \mathbf{z}_0$) \Rightarrow

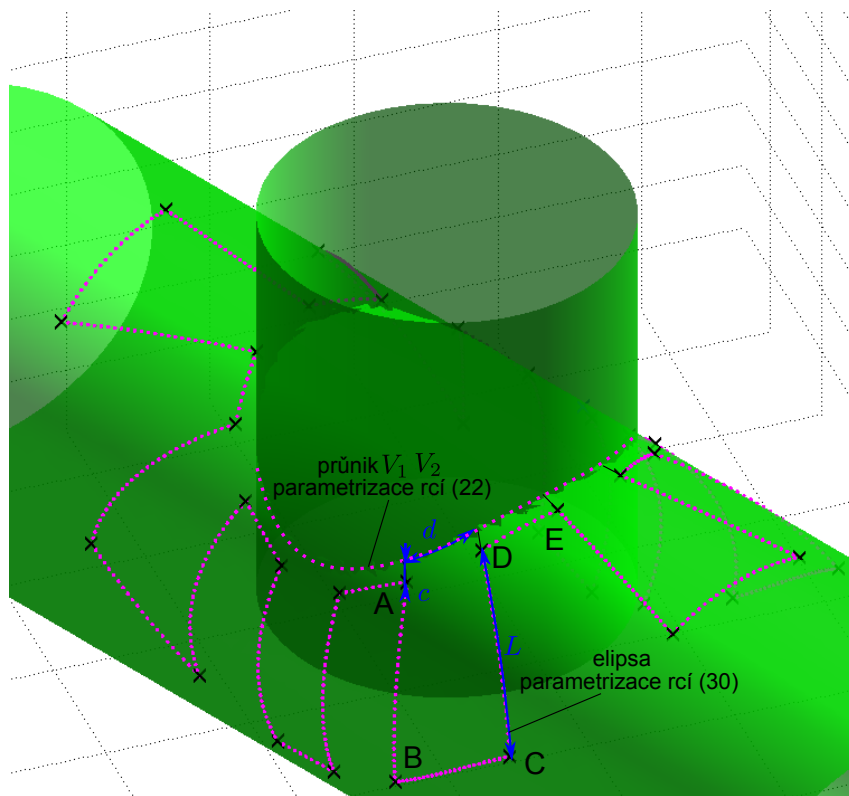
$$\mathbf{X}^1 = (\mathbf{R}_1^0(\gamma))^T \mathbf{X}^0 - [0 \ 0 \ z_{0k}]^T, \quad \mathbf{R}_1^0 \dots \text{matice elementární rotace kolem osy } \mathbf{z}$$

- průmět bodu \mathbf{X} do plochy válce V_2 je potom dán jako (souřadnice y zůstává zachována):

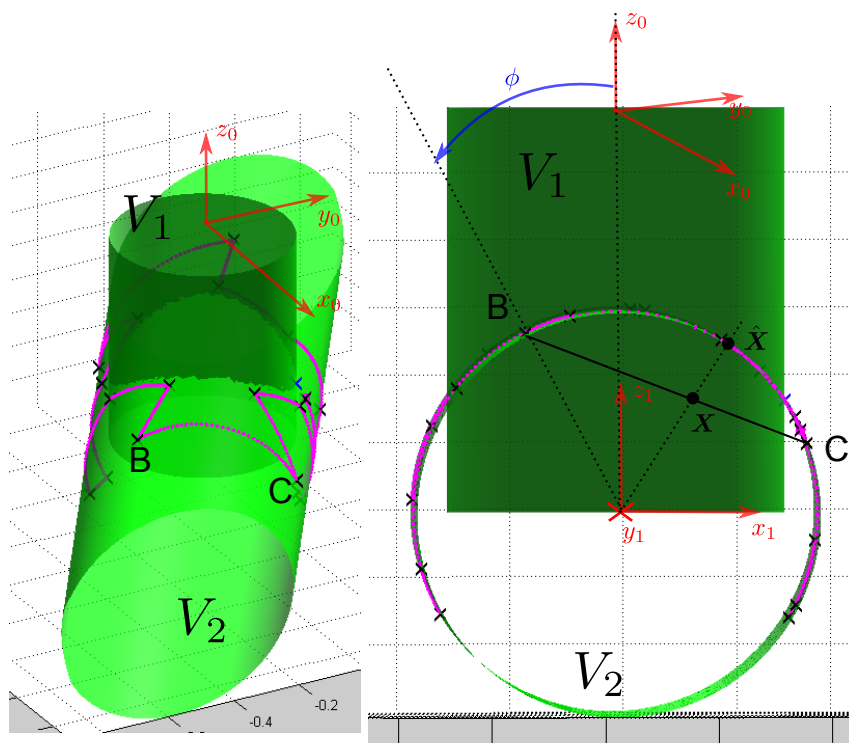
$$\hat{\mathbf{X}}_{xz}^1 = R_2 \cdot \frac{[\mathbf{X}^1[1] \ 0 \ \mathbf{X}^1[3]]^T}{\sqrt{(\mathbf{X}^1[1])^2 + (\mathbf{X}^1[3])^2}} \Rightarrow \hat{\mathbf{X}}^1 = [\hat{\mathbf{X}}_{xz}^1[1] \ \mathbf{X}^1[2] \ \hat{\mathbf{X}}_{xz}^1[3]]^T$$

- zpětný přepočet do s.s. F_0 :

$$\hat{\mathbf{X}}^0 = \mathbf{R}_1^0(\gamma) \cdot \hat{\mathbf{X}}^1 + [0 \ 0 \ z_{0k}]^T$$



Obrázek 11: Generovaná trajektorie nátrubku s rozmítáním - elipsa (vzdálenost c a délka trajektorie rozmítání L). Parametry: $R_1 = 0.25$, $R_2 = 0.3$, $z_0 = -0.8$, $\gamma = 2$, $d = 0.1$, $L = 0.3$, $c = 0$, $N = 0.01$



Obrázek 12: Interpolace bodů na úsecích přejezdů na trajektorii rozmítání

4.1.3 Orientace koncového efektoru manipulátoru

Vzhledem k architektuře manipulátoru je zřejmé, orientace koncového efektoru je určena pouze jedním parametrem ϕ , viz Kapitola 3. Z toho důvodu je vhodné, aby algoritmus generování trajektorie vrátil nejen informaci o translační poloze koncového efektoru O_e^0 , ale také nějakou informaci o orientaci. Jako nevhodnější kandidát se jeví úhel odklonu od osy z_0 v rovině x_1z_1 daný vztahem, viz Obrázek 12:

$$O_e^1 = (R_1^0(\gamma))^T \cdot O_e^0 - [0 \ 0 \ z_{0k}] \Rightarrow \phi = \|\text{atan2}(O_e^1[1], O_e^1[3])\|$$

4.2 Generátor trajektorie obvodového svaru

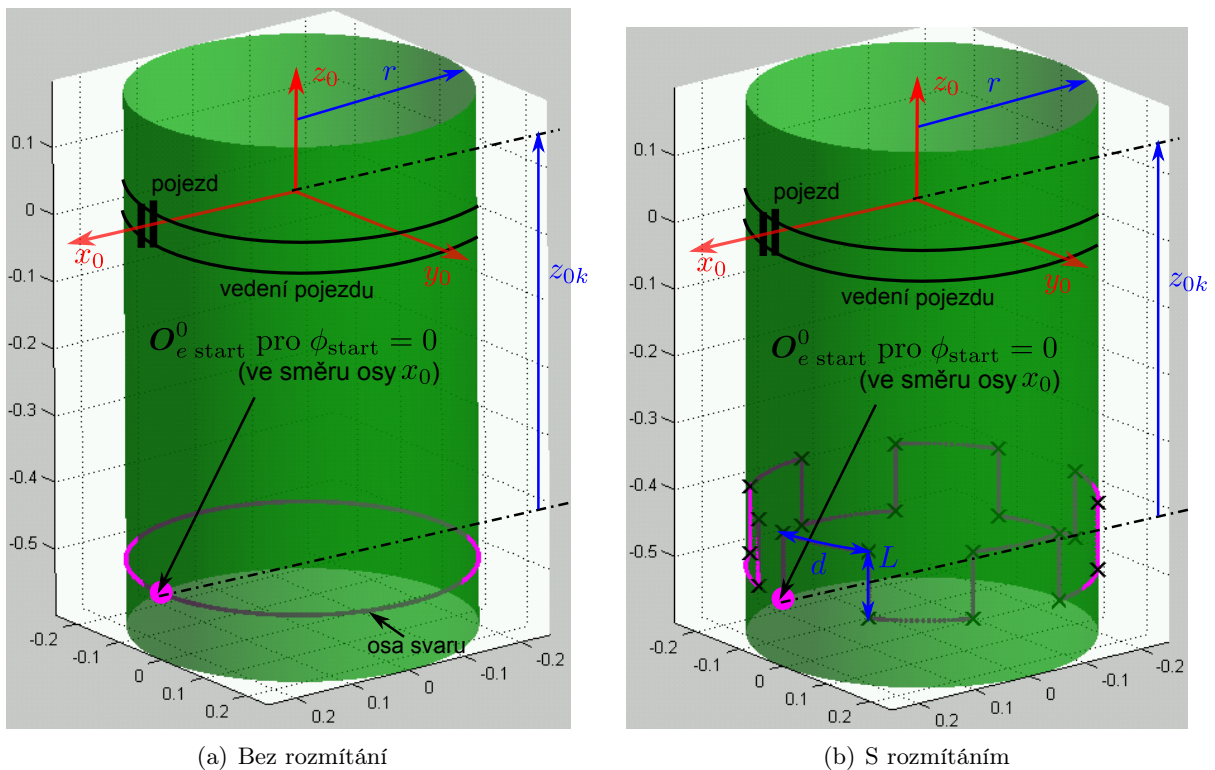
Obvodový svar potrubí je kruhový svar po obvodu potrubí. Umístění manipulátoru vzhledem k potrubí je definováno podobným způsobem způsobem jako v Kapitole 4.1 bez uvažování parametru γ , který v případě obvodového svaru postrádá z důvodu symetrie trajektorie význam. Opět jsou předpokládány 2 základní typy trajektorií, viz Obrázek 13. Poznamenejme, že parametr c vzdálenost trajektorie od skutečného svaru nemá v tomto případě význam a může být plně nahrazen parametrem z_{0k} .

- **bez rozmítání**

Generovaná trajektorie koresponduje přímo s trajektorií svaru

- **s rozmítáním**

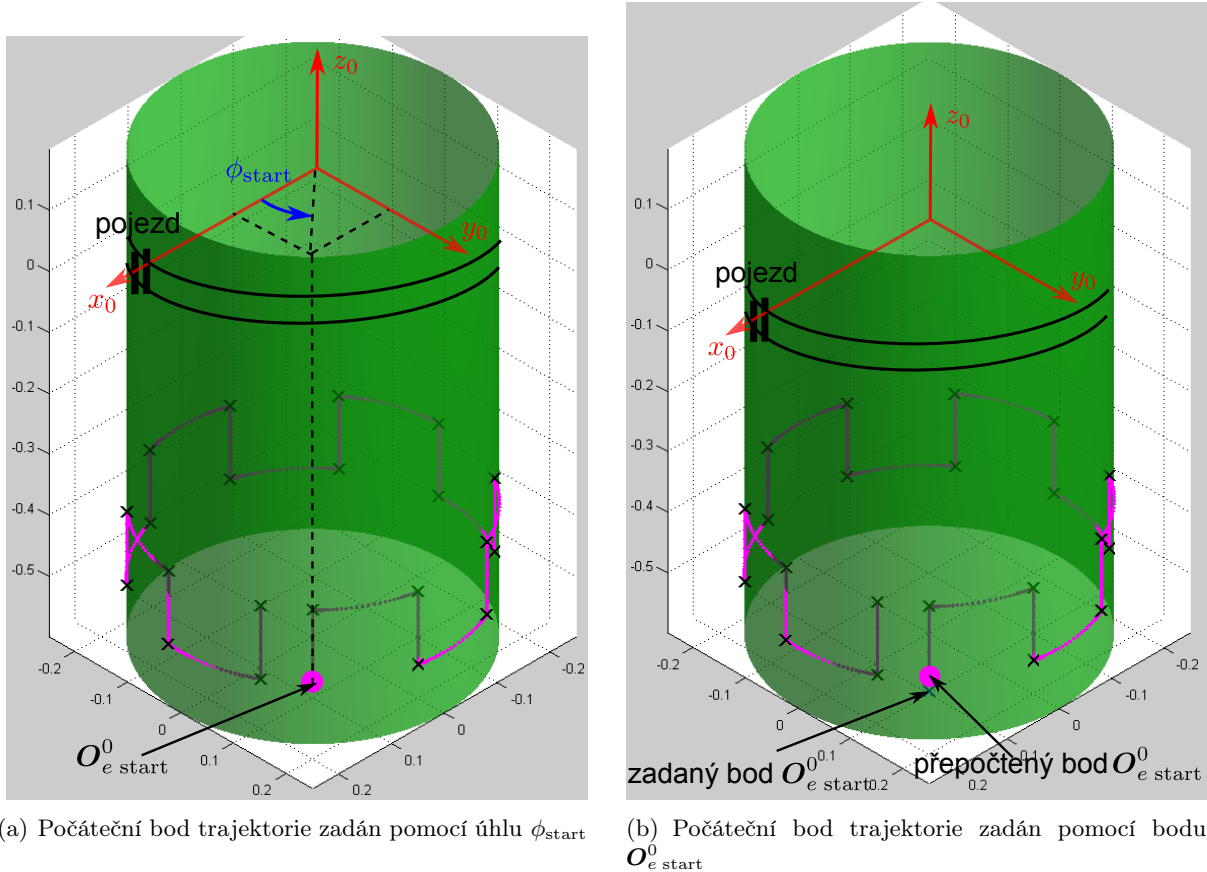
Trajektorie odpovídá posunu po obvodu potrubí o vzdálenost d a rozmítání podél osy potrubí o vzdálenost L .



Obrázek 13: Generovaná trajektorie obvodového svaru

Implementovaný algoritmus umožňuje, analogicky jako v případě generátoru trajektorie nátrubku, zvolit počáteční bod trajektorie dvěma různými způsoby, viz Obrázek 14.

- **zadáním bodu na obvodovém svaru $O_{e\text{ start}}^0$**
Zadaný bod je předpokládán s určitou chybou (neleží přesně na trajektorii obvodového svaru). Zadaný bod je proto přepočítán na nejbližší bod ležící na obvodovém svaru a z tohoto přepočítaného bodu začíná generování trajektorie.
- **zadáním úhlu natočení ϕ_{start} okolo osy válcové plochy potrubí**
Pro $\phi_{\text{start}} = 0$ platí, že první bod generované trajektorie leží pro na nátrubku ve směru osy x_0 .



Obrázek 14: Definice počátečního bodu generování trajektorie

Parametry obvodového svaru a trajektorie (rozmítání), pokud $L = 0 \dots$ předpokládá se generování trajektorie bez rozmítání:

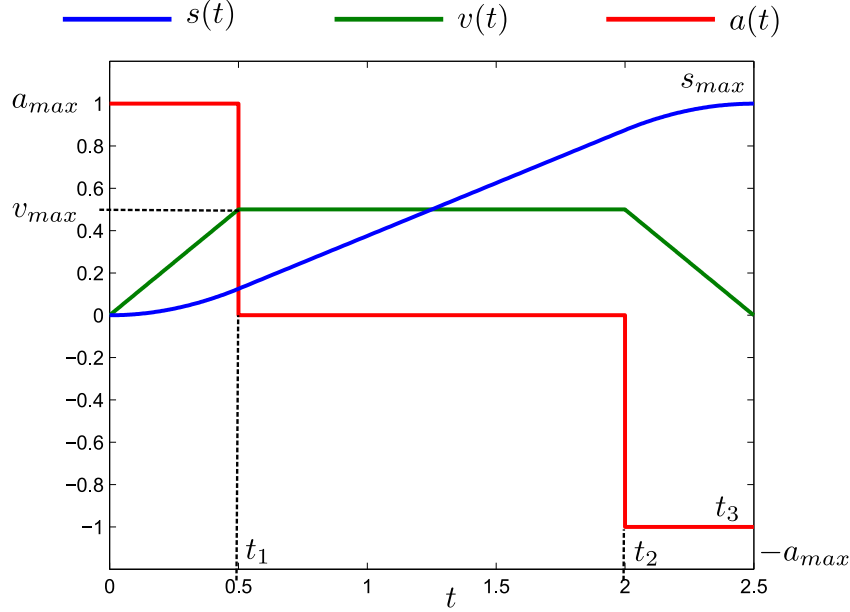
$$\xi_{os} = \{ R \quad z_{0k} \quad d \quad L \quad N \quad \phi_{\text{start}} \text{ nebo } O_{e\text{ start}}^0 \quad v_{\text{maxprejezd}} \quad a_{\text{maxprejezd}}, \quad v_{\text{maxmereni}} \quad a_{\text{maxmereni}} \}$$

Kde parametry generované trajektorie nátrubku jsou:

- R poloměr válce, na kterém je nasazen manipulátor
- z_{0k} vzdálenost pojezdu manipulátoru od svaru
- d vzdálenost mezi úseky rozmítání podél trajektorie svaru
- L délka úseku rozmítání
- N časová diference mezi generovanými body (rozlišení generování trajektorie)
- $\phi_{\text{start}}, O_{e\text{ start}}^0$... parametr určující počáteční bod generování trajektorie
- $v_{\text{maxprejezd}}$ max. rychlost přejezdu mezi úseky měření
- $a_{\text{maxprejezd}}$ max. tečné zrychlení přejezdu mezi úseky měření
- $v_{\text{maxmereni}}$ max. rychlost měření
- $a_{\text{maxmereni}}$ max. tečné zrychlení měření

4.2.1 Princip výpočtu generované trajektorie

V případě generování trajektorie obvodového svaru je zřejmé, že všechny úseky takové trajektorie budou přirozeně parametrizovatelné geometrické objekty (přímky a kružnice). V takovém případě je snadno možné generovat nejen polohu, ale i rychlost a zrychlení pohybu koncového efektoru manipulátoru konajícího pohyb po obvodovém svaru. Jinými slovy toto znamená, že můžeme stanovit požadovaný časový profil ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$ a tečného zrychlení $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$ při pohybu po trajektorii. V našem případě předpokládejme, že tento časový profil bude jednoznačně dán časově optimálním průběhem s maximálním přípustným omezením na rychlost a tečné zrychlení $v_{max_{mereni}}$, $a_{max_{mereni}}$ ve fázi měření a ve fázi přejezdů mezi úseky měření $v_{max_{prejezd}}$, $a_{max_{prejezd}}$, viz Obrázek 15. Poznamenejme, že parametr N určuje časovou diferenci mezi generovanými body $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ ve zmíněných profilech.



Obrázek 15: Požadovaný časový průběh ujeté dráhy, rychlosti a tečného zrychlení s omezením na maximální hodnoty

Více informací ke generování časově optimálních průběhů ujeté dráhy, rychlosti a tečného zrychlení lze nalézt např. v [3], [7], [6].

Parametrizaci trajektorie uvažujme nejprve ve variantě s rozmítáním, kde poloha, rychlost a zrychlení koncového efektoru manipulátoru bude dána následujícím vztahem:

$$\mathbf{O}_e^0 = \begin{bmatrix} R \cos \varphi \\ R \sin \varphi \\ z_{0k} \end{bmatrix} + \psi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\dot{\mathbf{O}}_e^0 = \begin{bmatrix} -R \sin \varphi \\ R \cos \varphi \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\varphi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \cdot \dot{\psi} \quad (32)$$

$$\ddot{\mathbf{O}}_e^0 = \begin{bmatrix} -R \cos \varphi \\ -R \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\varphi}^2 + \begin{bmatrix} -R \sin \varphi \\ R \cos \varphi \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{\varphi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \cdot \ddot{\psi} \quad (33)$$

kde $\varphi = \varphi(t)$ je parametr parametrizující pohyb po obvodu potrubí a $\psi = \psi(t)$ je parametr parametrizující rozmítání ve směru osy potrubí.

V případě, že uvažujeme meandrovitý pohyb budou parametry φ a ψ generovány následovně:

- fáze měření (rozmítání podél osy potrubí o vzdálenost L)

$$\varphi = \{\phi_{start}, \phi_{start} + \Delta\varphi, \phi_{start} + 2\Delta\varphi, \dots \text{ dokud } \varphi \leq \phi_{start} + 2\pi\} \quad (34)$$

tedy φ je konstantní a závislé na konkrétním místě na obvodu potrubí, ve kterém dochází k rozmítání $\Rightarrow \dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$. Zároveň platí:

$$\Delta\varphi = \frac{d}{R}$$

Ze znalosti maximální ujeté dráhy s_{max} a omezení na max. rychlost $v_{max_{mereni}}$ a tečné zrychlení $a_{max_{mereni}}$ lze stanovit požadované profily ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$, viz Obrázek 15:

$$s_{max} = L \text{ (max. ujetá dráha), } v_{max_{mereni}}, a_{max_{mereni}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t) \quad (35)$$

Parametr ψ bude tedy generován v závislosti na hodnotě okamžité ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$ jako:

$$\psi(t) = \frac{s(t)}{L}, \quad \dot{\psi}(t) = \frac{v(t)}{L}, \quad \ddot{\psi}(t) = \frac{a(t)}{L} \quad (36)$$

Poznamenejme, že v případě rozmítání v opačném směru (směry rozmítání se zřejmě střídají) je poloha, rychlost a zrychlení parametru ψ generována jako:

$$\psi(t) = \frac{s(t_{end} - t)}{L}, \quad \dot{\psi}(t) = -\frac{v(t)}{L}, \quad \ddot{\psi}(t) = -\frac{a(t)}{L} \quad (37)$$

kde t_{end} je maximální čas generované trajektorie $s(t)$. Toto platí analogicky pro ostatní generátory svarů, viz Kapitoly 4.3, 4.4.

- fáze přejezdu (přejezd po obvodu potrubí o vzdálenost d)

$$\psi = \begin{cases} 0 \dots \text{pro přejezd blíže k ose svaru} \\ 1 \dots \text{pro přejezd dále od osy svaru} \end{cases} \quad (38)$$

kde ψ je konstantní $\Rightarrow \dot{\psi} = \ddot{\psi} = 0$.

Ze znalosti maximální ujeté dráhy s_{max} a omezení na max. rychlost $v_{max_{prejezd}}$ a tečné zrychlení $a_{max_{prejezd}}$ lze stanovit požadované profily ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$, viz Obrázek 15:

$$s_{max} = d \text{ (max. ujetá dráha), } v_{max_{prejezd}}, a_{max_{prejezd}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t) \quad (39)$$

Parametr φ bude tedy generován v závislosti na hodnotě okamžité ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$ jako:

$$\varphi(t) = \frac{s(t)}{R} + \phi_{start} + n \cdot \Delta\varphi, \quad \dot{\varphi}(t) = \frac{v(t)}{R}, \quad \ddot{\varphi}(t) = \frac{a(t)}{R} \quad (40)$$

kde $n = 0, 1, \dots$ (pro každý dílčí úsek přejezdu) dokud $\varphi(t) \leq \phi_{start} + 2\pi$.

V případě generování trajektorie svaru bez rozmítání je jsou parametry φ a ψ generovány následovně:

$$\psi = \dot{\psi} = \ddot{\psi} = 0 \quad (41)$$

Ze znalosti maximální ujeté dráhy s_{max} a omezení na max. rychlost $v_{max_{mereni}}$ a tečné zrychlení $a_{max_{mereni}}$ lze stanovit požadované profily ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$, viz Obrázek 15:

$$s_{max} = 2\pi R \text{ (max. ujetá dráha), } v_{max_{mereni}}, a_{max_{mereni}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t) \quad (42)$$

Parametr φ bude tedy generován v závislosti na hodnotě okamžité ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$ jako:

$$\varphi(t) = \frac{s(t)}{R}, \quad \dot{\varphi}(t) = \frac{v(t)}{R}, \quad \ddot{\varphi}(t) = \frac{a(t)}{R} \quad (43)$$

Poznamenejme, že uvedeným algoritmem může být generována poloha, rychlost a zrychlení koncového efektoru manipulátoru (respektive jeho translace) v libovolném rozlišení definovaném parametrem N . Tzn. výstupem implementovaného algoritmu jsou vektory polohy, rychlosti a zrychlení v závislosti na časových okamžicích jejichž diference je přibližně N (nepřesnost vyplývá z neceločíselného dělení v implementaci profilů dráhy, rychlosti a zrychlení).

4.2.2 Orientace koncového efektoru manipulátoru

Vzhledem k tomu, že trajektorie obvodového svaru nesouvisí s rotačním stupněm volnosti koncového efektoru manipulátoru, není generování zobecněné souřadnice ϕ zahrnuto v algoritmu generování trajektorie. Hodnota této souřadnice je volena a aditivně přidána jako 4. kloubová souřadnice k vygenerované poloze koncového efektoru \mathbf{O}_e^0 , viz Kapitola 1.

4.3 Generátor trajektorie podélného svaru v kolenu

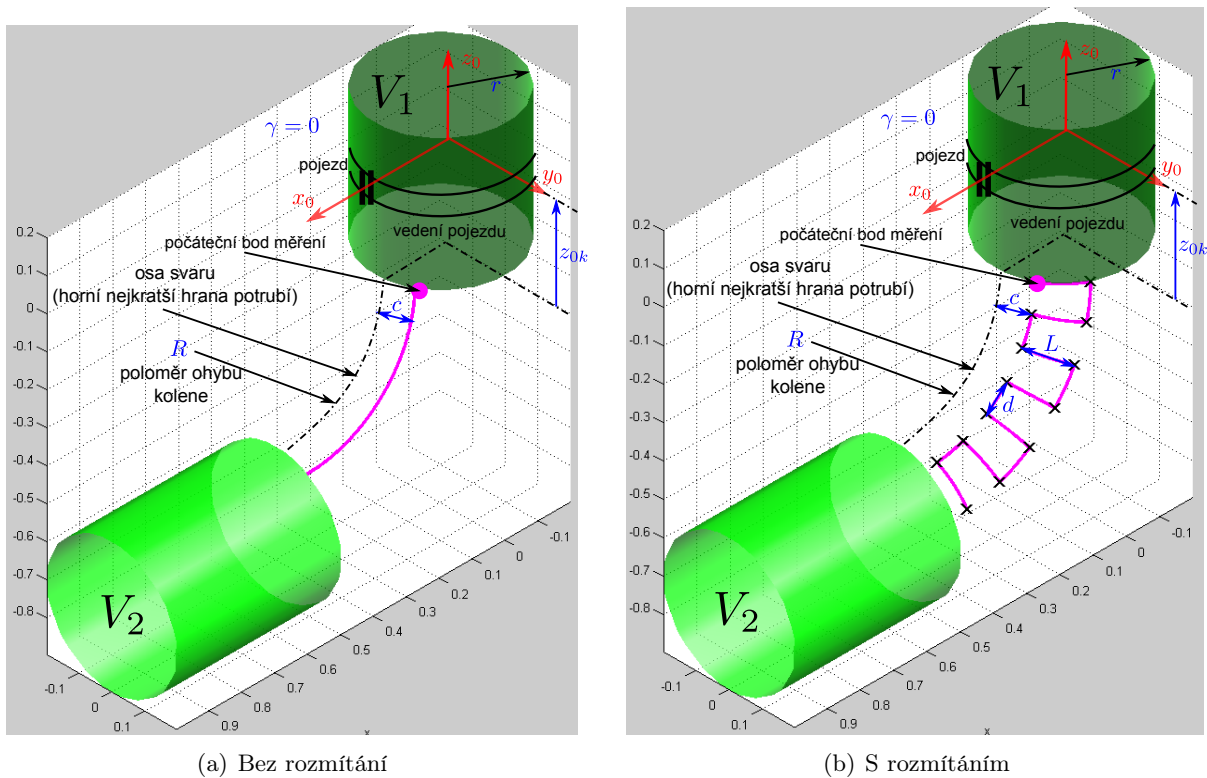
Podélný svar v kolenu je podélný svar, který je realizován při napojení dvou kolmých potrubí o poloměru r s uvažovaným vnitřním poloměrem kolene R . Umístění manipulátoru vzhledem k potrubí je definováno podobným způsobem jako v Kapitole 4.1, tedy manipulátor je nasazen na potrubí ve vzdálenosti z_{0k} od počátku ohybu kolene a válcová plocha V_2 je natočena vzhledem k pojezdu manipulátoru v domovské poloze o úhel γ okolo osy $z_0 \Rightarrow \gamma$ je úhel svírající osa x_0 s podélnou osou válcové plochy V_1 . Opět jsou předpokládány 2 základní typy trajektorií, viz Obrázek 16.

- **bez rozmítání**

Generovaná trajektorie koresponduje přímo s trajektorií svaru

- **s rozmítáním**

Trajektorie odpovídá posunu po obvodu potrubí o vzdálenost d a rozmítání podél osy potrubí o vzdálenost L .



Obrázek 16: Generovaná trajektorie podélného svaru v kolenu

Parametry podélného svaru v kolenu a trajektorie (rozmítání), pokud $L = 0$... předpokládá se generování trajektorie bez rozmítání:

$$\xi_{os} = \{ R \ r \ z_{0k} \ \gamma \ d \ L \ c \ N \ v_{maxprejezd} \ a_{maxprejezd}, \ v_{maxmereni} \ a_{maxmereni} \}$$

Kde parametry generované trajektorie nátrubku jsou:

- R vnitřní poloměr ohybu kolene
- r poloměr potrubí
- z_{0k} vzdálenost pojezdu manipulátoru od počátku svaru

γ	natočení osy potrubí V_1 okolo osy z_0
d	vzdálenost mezi úseky rozmítání podél trajektorie svaru
L	délka úseku rozmítání
c	vzdálenost počátku oblouku rozmítání od svaru
N	časová diference mezi generovanými body (rozlišení generování trajektorie)
$v_{max_{prejezd}}$	max. rychlost přejezdu mezi úseky měření
$a_{max_{prejezd}}$	max. tečné zrychlení přejezdu mezi úseky měření
$v_{max_{mereni}}$	max. rychlost měření
$a_{max_{mereni}}$	max. tečné zrychlení měření

4.3.1 Princip výpočtu generované trajektorie

V případě podélného svaru v kolenu je situace velmi podobná jako v případě obvodového svaru, a to ve smyslu, že všechny potřebné generované úseky trajektorie jsou opět přirozeně parametrizovatelné. Opět je tedy možné vypočítat maximální ujeté dráhy po křivkách a následně tak ze znalosti maximálních omezení na rychlost a zrychlení generovat požadované časové profily ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a zrychlení $a(t)$, viz Kapitola 4.2.1.

Parametrizaci trajektorie uvažujme nejprve ve variantě s rozmítáním, kde poloha, rychlost a zrychlení koncového efektoru manipulátoru bude dána následujícím vztahem. Za účelem zjednodušení výpočtu je nejprve určena transformační matice $\mathbf{T}_1^0(\varphi)$ která reprezentuje transformaci s.s. F_0 do s.s. F_1 a je parametrizována parametrem φ . Generovaný bod pohybu koncového efektoru je poté vyjádřen v závislosti na parametru ψ vzhledem k s.s. F_1 . Z výše uvedeného popisu podélného svaru v kolenu je ještě nutné zohlednit orientaci kolene vůči pojezdu manipulátoru (parametr γ). To může být snadno provedeno elementární transformací maticí rotace okolo osy z_0 . S.s. jsou znázorněny na Obrázku 17.

Transformační matice ze s.s. F_0 do s.s. F_1 včetně zohlednění orientace při usazení pojezdu manipulátoru na potrubí:

$$\mathbf{T}_1^0(\varphi) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^0 & \mathbf{O}_1^0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (44)$$

kde

$$\mathbf{O}_1^0 = \begin{bmatrix} (R+r)\cos(\varphi+\pi) + R+r \\ 0 \\ (R+r)\sin(\varphi+\pi) + z_{0k} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(-\varphi) & 0 & \sin(-\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\varphi) & 0 & \cos(-\varphi) \end{bmatrix}$$

Výsledný vztah pro výpočet polohy koncového efektoru manipulátoru bude dán vztahem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{O}_e^0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\gamma \cdot \mathbf{T}_1^0(\varphi) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{O}_e^1(\psi) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

kde

$$\mathbf{T}_\gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_\gamma & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{kde } \mathbf{R}_\gamma = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{a } \mathbf{O}_e^1(\psi) = \begin{bmatrix} r \cos(\psi) \\ r \sin(\psi) \\ 0 \end{bmatrix}$$

kde $\varphi = \varphi(t)$ je parametr parametrizující pohyb ve směru osy kolene a $\psi = \psi(t)$ je parametr parametrizující rozmítání.

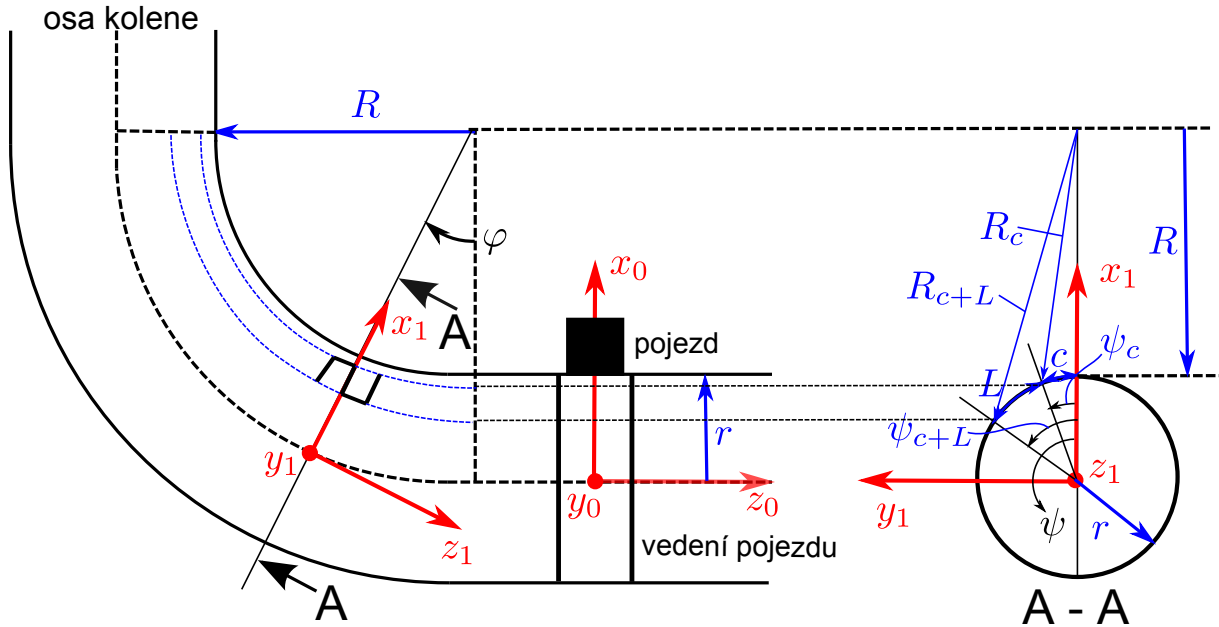
Rychlost a zrychlení bodu \mathbf{O}_e^0 lze získat formální derivací polohových závislostí (45):

$$\begin{bmatrix} \dot{O}_e^0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\gamma \cdot \left(\dot{\mathbf{T}}_1^0(\varphi) \cdot \begin{bmatrix} O_e^1(\psi) \\ 1 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_1^0(\varphi) \cdot \begin{bmatrix} \dot{O}_e^1(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{O}_e^0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\gamma \cdot \left(\ddot{\mathbf{T}}_1^0(\varphi) \cdot \begin{bmatrix} O_e^1(\psi) \\ 1 \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{T}}_1^0(\varphi) \cdot \begin{bmatrix} \dot{O}_e^1(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{T}}_1^0(\varphi) \cdot \begin{bmatrix} \dot{O}_e^1(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_1^0(\varphi) \cdot \begin{bmatrix} \ddot{O}_e^1(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (47)$$

kde

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}}_1^0 &= \begin{bmatrix} \sin(-\varphi) & 0 & -\cos(-\varphi) & -(R+r)\sin(\varphi+\pi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(-\varphi) & 0 & \sin(-\varphi) & (R+r)\cos(\varphi+\pi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\varphi} \\ \ddot{\mathbf{T}}_1^0 &= \begin{bmatrix} -\cos(-\varphi) & 0 & -\sin(-\varphi) & -(R+r)\cos(\varphi+\pi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(-\varphi) & 0 & -\cos(-\varphi) & -(R+r)\sin(\varphi+\pi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\varphi}^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} \sin(-\varphi) & 0 & -\cos(-\varphi) & -(R+r)\sin(\varphi+\pi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(-\varphi) & 0 & \sin(-\varphi) & (R+r)\cos(\varphi+\pi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{\varphi} \end{aligned}$$



Obrázek 17: Transformace s.s. při generování podélného svaru v kolenu

V případě, že uvažujeme meandrovitý pohyb budou parametry φ a ψ generovány následovně:

- fáze měření (rozmitání po obvodu kolene o vzdálenost L)

$$\varphi = \{0, \Delta\varphi, 2\Delta\varphi, \dots \text{ dokud } \varphi \leq \frac{\pi}{2}\} \quad (48)$$

kde φ je konstantní a závislé na konkrétním místě podél svaru v kolenu, ve kterém dochází k rozmítání $\Rightarrow \dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$. Zároveň platí:

$$\Delta\varphi = \frac{d}{R_c}, \quad \text{kde } R_c = (R + r) - r \cos(\psi_c), \quad \psi_c = \frac{c}{r}$$

Opět platí, že požadované profily ujeté dráhy, rychlosti a tečného zrychlení lze stanovit jako:

$$s_{max} = L \text{ (max. ujetá dráha), } v_{max_{mereni}}, a_{max_{mereni}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t) \quad (49)$$

Parametr ψ bude tedy generován jako:

$$\psi(t) = \frac{c}{r} + \frac{s(t)}{r}, \quad \dot{\psi}(t) = \frac{v(t)}{r}, \quad \ddot{\psi}(t) = \frac{a(t)}{r} \quad (50)$$

- fáze přejezdu (přejezd v délce kolene o vzdálenost d s vychýlením c)

$$\psi = \begin{cases} \frac{c}{r} \dots \text{pro přejezd blíže k ose svaru} \\ \frac{c+L}{r} \dots \text{pro přejezd dále od osy svaru} \end{cases} \quad (51)$$

kde ψ je konstantní $\Rightarrow \dot{\psi} = \ddot{\psi} = 0$.

Opět lze stanovit požadované profily ujeté dráhy, rychlosti a tečného zrychlení:

$$s_{max} = \begin{cases} d \dots \text{pro přejezd blíže k ose svaru} \\ \Delta\varphi R_{c+L} \dots \text{pro přejezd dále od osy svaru} \end{cases} \quad (52)$$

kde $R_c = (R + r) - r \cos(\psi_{c+L}), \quad \psi_{c+L} = \frac{c+L}{r}$.

Současně s omezeními:

$$v_{max_{prejezd}}, a_{max_{prejezd}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t)$$

Parametr φ bude tedy generován v závislosti na hodnotě okamžité ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$ jako:

$$\varphi(t) = \frac{s(t)}{R_c} + n \cdot \Delta\varphi, \quad \dot{\varphi} = \frac{v(t)}{R_c}, \quad \ddot{\varphi} = \frac{a(t)}{R_c} \dots \text{pro přejezd blíže k ose svaru} \quad (53)$$

$$\varphi(t) = \frac{s(t)}{R_{c+L}} + n \cdot \Delta\varphi, \quad \dot{\varphi} = \frac{v(t)}{R_{c+L}}, \quad \ddot{\varphi} = \frac{a(t)}{R_{c+L}} \dots \text{pro přejezd dále od osy svaru}$$

kde $n = 0, 1, \dots$ (pro každý dílčí úsek přejezdu) dokud $\varphi(t) \leq \frac{\pi}{2}$.

V případě generování trajektorie svaru bez rozmítání je jsou parametry φ a ψ generovány následovně:

$$\psi = \psi_c, \quad \dot{\psi} = \ddot{\psi} = 0 \quad (54)$$

Ze znalosti maximální ujeté dráhy s_{max} a omezení na max. rychlost $v_{max_{mereni}}$ a tečné zrychlení $a_{max_{mereni}}$ lze stanovit požadované profily ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$, viz Obrázek 15:

$$s_{max} = R_c \frac{\pi}{2} \text{ (max. ujetá dráha), } v_{max_{mereni}}, a_{max_{mereni}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t) \quad (55)$$

Parametr φ bude tedy generován v závislosti na hodnotě okamžité ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$ jako:

$$\varphi(t) = \frac{s(t)}{R_c}, \quad \dot{\varphi}(t) = \frac{v(t)}{R_c}, \quad \ddot{\varphi}(t) = \frac{a(t)}{R_c} \quad (56)$$

4.3.2 Orientace koncového efektoru manipulátoru

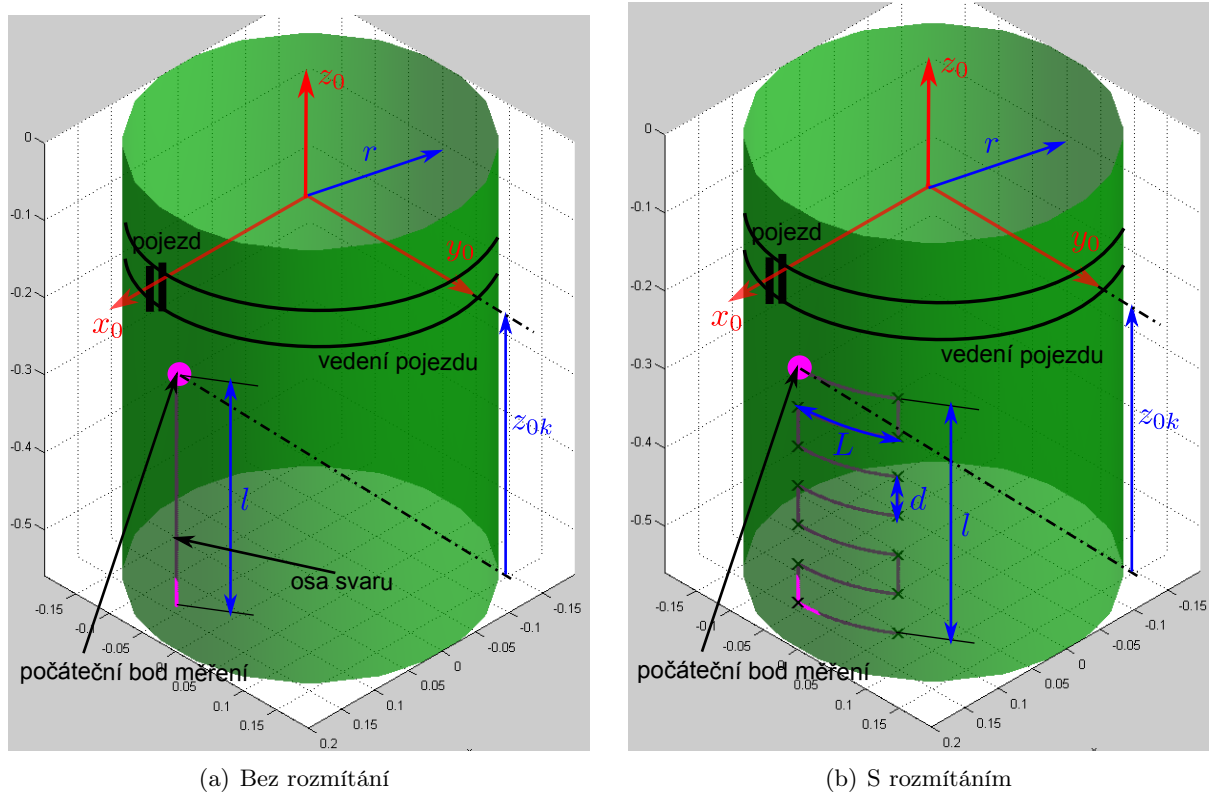
Z architektury manipulátoru vyplývá, že orientace koncového efektoru ϕ se bude měnit s pohybem manipulátoru. Jako rozumné se zdá generovat tuto orientaci v souladu s parametrem φ , tedy: Pro generování poslední kloubové souřadnice manipulátoru platí $\phi(t) = \varphi(t) + \varphi_{komp}$, $\dot{\phi}(t) = \dot{\varphi}(t)$, $\ddot{\phi}(t) = \ddot{\varphi}(t)$, kde φ_{komp} je aditivní konstanta, která slouží k uživatelskému doladění orientace.

Uvedeným algoritmem tedy dostáváme kompletní generátor zobecněných souřadnic manipulátoru, který generuje časová průběhy polohy, rychlosti, zrychlení zobecněných souřadnic s daným rozlišením času určeným parametrem N .

4.4 Generátor trajektorie podélného svaru

Podélný svar je svar na povrchu potrubí o poloměru r , který je rovnoběžný s jeho podélnou osou. Manipulátor je usazen na potrubí ve vzdálenosti z_{0k} od svaru. Parametr γ se v tomto případě opět neuvažuje. I v tomto případě předpokládáme dva základní typy trajektorií, viz Obrázek . Parametr c není v tomto případě uvažován, neboť je vykompenzován možností nasazení manipulátoru na potrubí (orientováním po jeho obvodu).

- **bez rozmítání**
Generovaná trajektorie koresponduje přímo s trajektorií svaru.
- **s rozmítáním** Trajektorie odpovídá posunu podél osy potrubí o vzdálenost d a rozmítáním po obvodu potrubí o vzdálenost L .



Obrázek 18: Generovaná trajektorie podélného svaru

Parametry podélného svaru v kolenu a trajektorie (rozmítání), pokud $L = 0$... předpokládá se generování trajektorie bez rozmítání:

$$\xi_{os} = \{ r \quad z_{0k} \quad l \quad d \quad L \quad N \quad v_{max_{prejezd}} \quad a_{max_{prejezd}} \quad v_{max_{mereni}} \quad a_{max_{mereni}} \}$$

Kde parametry generované trajektorie nátrubku jsou:

- r poloměr potrubí
- z_{0k} vzdálenost pojezdu manipulátoru od počátku svaru
- l délka svaru
- d vzdálenost mezi úseky rozmítání podél trajektorie svaru
- L délka úseku rozmítání

N časová diference mezi generovanými body (rozlišení generování trajektorie)
$v_{max_{prejezd}}$ max. rychlost přejezdu mezi úseky měření
$a_{max_{prejezd}}$ max. tečné zrychlení přejezdu mezi úseky měření
$v_{max_{mereni}}$ max. rychlost měření
$a_{max_{mereni}}$ max. tečné zrychlení měření

4.4.1 Princip výpočtu generované trajektorie

Princip výpočtu generované trajektorie je opět analogický s předchozími případy, viz Kapitola 4.2, 4.3, neboť všechny části trajektorie jsou přirozeně parametrizovatelné křivky. Parametrizaci trajektorie koncového efektoru (translaci) je možné jednoduše vyjádřit jako:

$$\mathbf{O}_e^0 = \begin{bmatrix} r \cos(\psi) \\ r \sin(\psi) \\ z_{0k} + \varphi \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$\dot{\mathbf{O}}_e^0 = \begin{bmatrix} -r \sin(\psi) \\ r \cos(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\psi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$\ddot{\mathbf{O}}_e^0 = \begin{bmatrix} -r \cos(\psi) \\ -r \sin(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\psi}^2 + \begin{bmatrix} -r \sin(\psi) \\ r \cos(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{\psi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (59)$$

kde $\varphi = \varphi(t)$ je parametr parametrizující pohyb ve směru osy potrubí a $\psi = \psi(t)$ je parametr parametrizující rozmítání.

V případě, že uvažujeme meandrovitý pohyb budou parametry φ a ψ generovány následovně:

- fáze měření (rozmítání po obvodu potrubí o vzdálenost L)

$$\varphi = \{0, -d, -2d, \dots \text{ dokud } |\varphi| \leq l\} \quad (60)$$

kde φ je konstantní a závislé na konkrétním místě podél svaru, ve kterém dochází k rozmítání $\Rightarrow \dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$. Zároveň platí:

Opět platí, že požadované profily ujeté dráhy, rychlosti a tečného zrychlení lze stanovit jako:

$$s_{max} = L \text{ (max. ujetá dráha), } v_{max_{mereni}}, a_{max_{mereni}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t) \quad (61)$$

Parametr ψ bude tedy generován jako:

$$\psi(t) = \frac{s(t)}{r}, \quad \dot{\psi}(t) = \frac{v(t)}{r}, \quad \ddot{\psi}(t) = \frac{a(t)}{r} \quad (62)$$

- fáze přejezdu (přejezd o vzdálenost d)

$$\psi = \begin{cases} 0 \dots \text{ pro přejezd blíže k ose svaru} \\ \frac{L}{r} \dots \text{ pro přejezd dále od osy svaru} \end{cases} \quad (63)$$

kde ψ je konstantní $\Rightarrow \dot{\psi} = \ddot{\psi} = 0$.

$$s_{max} = d \text{ (max. ujetá dráha), } v_{max_{prejezd}}, a_{max_{prejezd}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t) \quad (64)$$

Parametr φ bude tedy generován v závislosti na hodnotě okamžité ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$ jako:

$$\varphi(t) = -(s(t) + n \cdot d), \quad \dot{\varphi} = -v(t), \quad \ddot{\varphi} = -a(t) \quad (65)$$

kde $n = 0, 1, \dots$ (pro každý dílčí úsek přejezdu) dokud $|\varphi(t)| \leq l$.

V případě generování trajektorie svaru bez rozmítání jsou parametry φ a ψ generovány následovně:

$$\psi = \dot{\psi} = \ddot{\psi} = 0 \quad (66)$$

Ze znalosti maximální ujeté dráhy s_{max} a omezení na max. rychlost $v_{max_{mereni}}$ a tečné zrychlení $a_{max_{mereni}}$ lze stanovit požadované profily ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$, viz Obrázek 15:

$$s_{max} = l \text{ (max. ujetá dráha), } v_{max_{mereni}}, a_{max_{mereni}} \Rightarrow \text{časové profily } s(t), v(t), a(t) \quad (67)$$

Parametr φ bude tedy generován v závislosti na hodnotě okamžité ujeté dráhy $s(t)$, rychlosti $v(t)$ a tečného zrychlení $a(t)$ jako:

$$\varphi(t) = -s(t), \quad \dot{\varphi}(t) = -v(t), \quad \ddot{\varphi}(t) = -a(t) \quad (68)$$

4.4.2 Orientace koncového efektoru manipulátoru

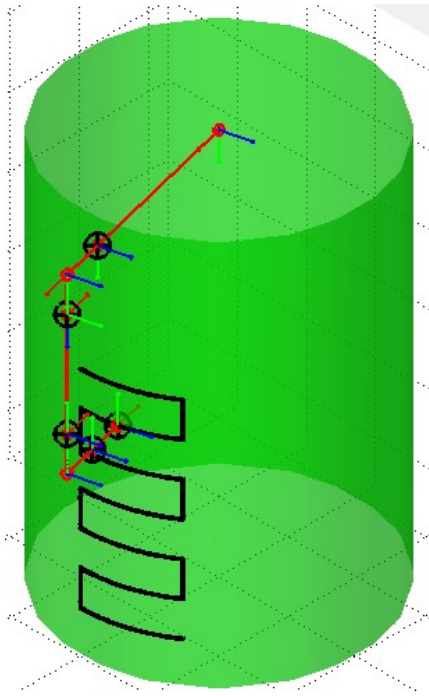
Vzhledem k tomu, že trajektorie podélného svaru nesouvisí s rotačním stupněm volnosti koncového efektoru manipulátoru, není generování zobecněné souřadnice ϕ zahrnuto v algoritmu generování trajektorie. Hodnota této souřadnice je volena a aditivně přidána jako 4. kloubová souřadnice k vygenerované poloze koncového efektoru \mathbf{O}_e^0 , viz Kapitola 1.

5 Závěr

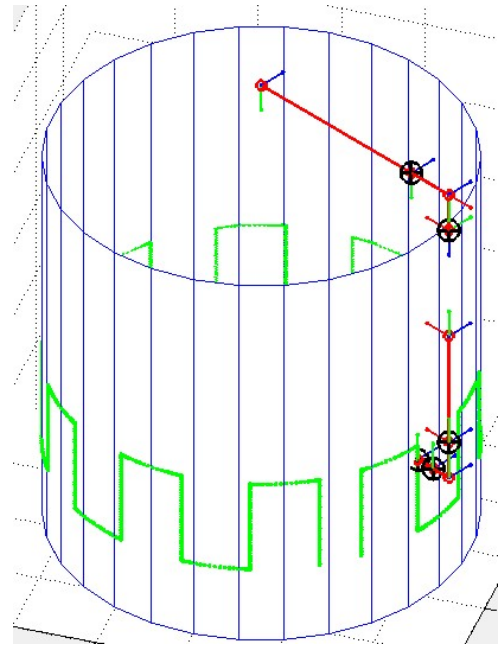
Předložená technická zpráva shrnuje postupy ke generování dané třídy trajektorií svarů komplexních potrubních systémů. V případě generování trajektorií podélného svaru, podélného svaru v kolenu a obvodového svaru je ukázáno, že tyto trajektorie, respektive jejich úseky, lze přirozeně parametrizovat a nalézt tak analytický vztah závislosti mezi parametrizačním parametrem a dráhou ujetou po daném úseku trajektorie (včetně závislosti jejich časových derivací - rychlost, tečné zrychlení). Toto jednoduše umožňuje vyvinout algoritmy pro generování požadovaných trajektorií ve formě časově závislých dat polohy, rychlosti a zrychlení koncového efektoru manipulátoru (zobecněných souřadnic) v přesně definovaném rozlišení (diferencí mezi časovými okamžiky). V uvedené zprávě je pro generování pohybu koncového efektoru po parametrizované trajektorii uvažován časově optimální algoritmus s omezením na maximální rychlost a tečné zrychlení, tzv. trapezoidal velocity profile. Poznamenejme, že vyvinuté algoritmy mohou být relativně snadno rozšířeny i na případ generování pohybu po parametrizované trajektorii navíc také s omezením na derivaci tečného zrychlení - jerk, tzv. trapezoidal acceleration profile.

V případě generátoru trajektorie svaru nátrubku je situace výrazně komplikovanější, neboť úseky generované trajektorie nejsou přirozeně parametrizovatelnými křivkami. Z toho důvodu nelze analyticky vyjádřit vztah mezi parametrizačním parametrem a dráhou ujetou po dané trajektorii. Ke splnění požadavku na parametry trajektorie jako jsou požadovaná délka oblouku rozmítání L , vzdálenost od průniku válcových ploch c či vzdálenost mezi úseky rozmítání d musejí být využity numerické aproximační algoritmy. Vyvinutý algoritmus tedy generuje pouze polohy koncového efektoru (bez časových závislostí) s daným rozlišením (vzdálenost mezi generovanými body). Předpokládá se, že takto generované body budou dále zpracovány interpolátorem dat, který zajistí korektní generování polohy, rychlosti a zrychlení. Zmíněný interpolátor není předmětem náplně této zprávy.

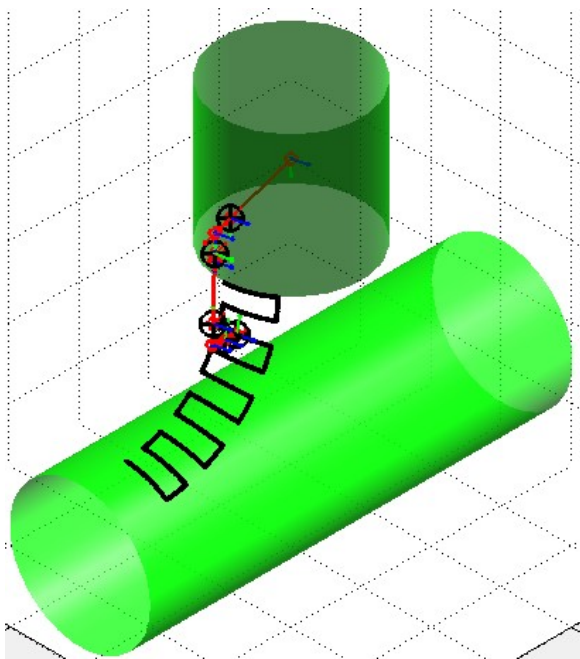
Všechny vyvinuté algoritmy jsou implementované v prostředí Matlab [1] a ověřeny na modelu manipulátoru vytvořeného v prostředí Matlab/Simulink/SimMechanics [4]. Na následujících obrázcích jsou znázorněny simulační experimenty v SimMechanicsu pro uvažované trajektorie svarů ve variantě s rozmítáním. Všechny implementované algoritmy vrací (v případě varianty s rozmítáním) vektor obsahující indexy bodů v okamžicích změny typu trajektorie měření-přejezd a naopak.



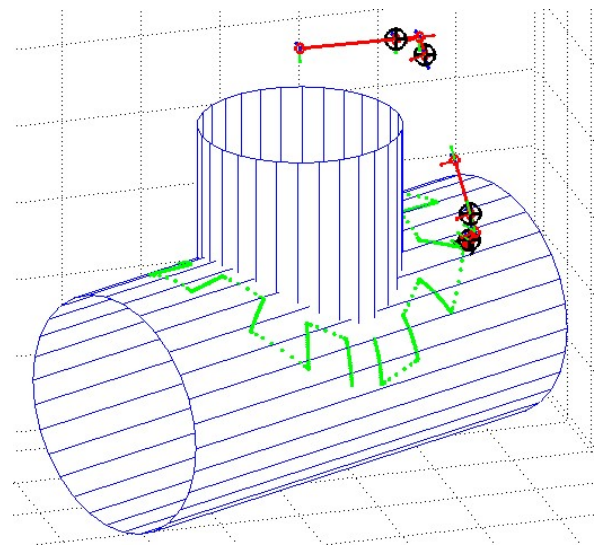
(a) Podélný svar



(b) Obvodový svar



(c) Podélná svar v kolenu



(d) Svar nátrubku

Obrázek 19: Generovaná trajektorie a jejich ověření na simulačním modelu (SimMechanics)

6 Implementované algoritmy v Matlabu

6.1 Funkce generující trajektorii nátrubku

```
function varargout = trajectoryGenerator_natrubek(par,Oe0_start)
% generator trajektorie svaru natrubku - par
%
% parametry natrubku
% R1 ... polomer potrubí, na kterem je pripoutan robot
% R2 ... polomer prubezneho potrubí, R1 < R2
% z0 ... vzdalenost pojezdu manipulatoru od osy prubezneho potrubí (dane
% pripevnenim manipulatoru)
% gamma ... natoceni podelneho potrubí v ose z0 (dane pripevnenim manipulatoru)
%
% parametry trajektorie
% d ... vzdalenost mezi rozmitanim na trajektorii natrubku (priblizne)
% L ... delka oblouku rozmitani (priblizne), pro L = 0 ... bez rozmitani
% c ... vzdalenost pocatku oblouku rozmitani od trajektorie natrubku (priblizne)
% N ... priblizna vzdalenost mezi interpolacnimi body (rozliseni generovani
% trajektorie)
% Oe0_start ... pocatecni bod mereni vzhledem k s.s. F0 (nemusi lezet presne na natrubku)
% pokud length(Oe0_start) = 1 ... Oe0_start ... uhel posunu pocatecniho
% bodu mereni kolem z0
%
% varargout = [Oe0,Oe0_index_prejezd]
% Oe0 ... vektor bodu (polohy) koncoveho efektoru manipulatoru vzhledem k
% s.s. F0
% Oe0_index_prejezd ... indexy bodu na zmenach mezi rozmitanim a prejezdy
```

6.2 Funkce generující trajektorii obvodového svaru

```
function varargout = trajectoryGenerator_obvodovySvar(par,Oe0_start,constraints)
% generator trajektorie obvodoveho svaru
%
% parametry obvodoveho svaru - par
% R ... polomer potrubu
% z0 ... vzdalenost pojezdu manipulatoru od trajektorie svaru
%
% parametry trajektorie
% d ... vzdalenost mezi rozmitanim na trajektorii natrubku
% L ... delka primky rozmitani, pro L = 0 ... bez rozmitani
% N ... casova diference mezi interpolovanymi body (rozliseni algoritmu)
%
% Oe0_start ... pocatecni bod mereni vzhledem k s.s. FO (nemusi lezet presne na obvodovem sv
% pokud length(Oe0_start) = 1 ... Oe0_start ... uhel posunu pocatecniho
% bodu mereni kolem z0
%
% varargout = {[Oe0;dOe0;ddOe0],time,Oe0_index_prejezd}
% Oe0 ... vektor bodu (polohy) koncoveho efektoru manipulatoru vzhledem k
% s.s. FO
% time ... vektor casovych okamziku v generovanych bodech, vzhledem na
% pozadovana omezeni constraints
% Oe0_index_prejezd ... indexy bodu na zmenach mezi rozmitanim a prejezdy
% (pouze ve variante s rozmitanim)
%
% constraints = [v_max_prejezd;a_max_prejezd;v_max_mereni;a_max_mereni] ...
% omezeni na generovani trajektorie
```

6.3 Funkce generující trajektorii podélného svaru v kolenu

```
function varargout = trajectoryGenerator_podelnySvarVKolenu(par,constraints)
% generator trajektorie podelneho svaru v kolenu
%
% parametry podelneho svaru v kolenu - par
% R ... radius ohybu kolene (vnitrni)
% r ... polomer potrubu
% z0 ... vzdalenost pojezdu manipulatoru od pocatku trajektorie svaru
% gamma ... natoceni kolene, dane pripevnenim manipulatoru k potrubu
%
% parametry trajektorie
% d ... vzdalenost mezi rozmitanim na trajektorii podelneho svaru v kolenu
% L ... delka primky rozmitani, pro L = 0 ... bez rozmitani
% c ... vzdalenost pocatku oblouku rozmitani od trajektorie podelneho svaru
% v kolenu
% N ... casova diference mezi generovanymi body (perioda vzorkovani)
%
% varargout = {[0e0;d0e0;dd0e0],time,0e0_index_prejezd}
% 0e0 = [0e0x;0e0y;0e0z;phi] ... vektor bodu (polohy + orientace)
% koncového efektoru manipulatoru vzhledem k s.s. F0
% phi ... uhel odklonu od osy x0
% time ... vektor casovych okamziku v generovanych bodech, vzhledem na
% pozadovana omezeni constraints
% 0e0_index_prejezd ... indexy bodu na zmenach mezi rozmitanim a prejezdy
% (pouze ve variante s rozmitanim)
%
% constraints = [v_max_prejezd;a_max_prejezd;v_max_mereni;a_max_mereni] ...
% omezeni na generovani trajektorie
```

6.4 Funkce generující trajektorii podélného svaru

```
function varargout = trajectoryGenerator_podelnySvar(par,constraints)
% generator trajektorie podelneho svaru
%
% parametry podelneho svaru v kolenu - par
% r ... polomer potrubu
% z0 ... vzdalenost pojezdu manipulatoru od pocatku trajektorie svaru
% l ... delka podelneho svaru
%
% parametry trajektorie
% d ... vzdalenost mezi rozmitanim
% L ... delka rozmitani, pro L = 0 ... bez rozmitani
% N ... casova diference mezi generovanymi body (perioda vzorkovani)
%
% varargout = {[0e0;d0e0;dd0e0],time,0e0_index_prejezd}
% 0e0 ... vektor bodu (polohy) koncoveho efektoru manipulatoru vzhledem k
% s.s. F0
% time ... vektor casovych okamziku v generovanych bodech, vzhledem na
% pozadovana omezeni constraints
% 0e0_index_prejezd ... indexy bodu na zmenach mezi rozmitanim a prejezdy
% (pouze ve variante s rozmitanim)
%
% constraints = [v_max_prejezd;a_max_prejezd;v_max_mereni;a_max_mereni] ...
% omezeni na generovani trajektorie
```

Reference

- [1] The MathWorks, Matlab. <http://www.mathworks.com/>.
- [2] Gander, W.; Gautschi, W.: Adaptive Quadrature - Revisited. BIT, Vol. 40, 2000, pp. 84-101.
- [3] L. Sciavicco, B. S.: *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Springer, druhé vydání, 2000, ISBN 978-1-85233-221-1.
- [4] MathWorks, T.: *SimMechanics User's Guide*, www.mathworks.com.
- [5] Švejda, M.: Kinematická a dynamická analýza robotických architektur pro potřeby moderních ultrazvukových kontrol svarových spoju komplexních potrubních systému jaderných elektráren. Technická zpráva, katedra kybernetiky, FAV, ZČU Plzeň, 2011.
- [6] Švejda, M.: Presentace k přednáškám z předmětu „Úvod do robotiky a mechatroniky“. <http://home.zcu.cz/~msvejda/URM/prednasky/>, 2012.
- [7] W. Khalil, E. D.: *Modeling, Identification and Control of Robots*. Butterworth-Heinemann, 2004, ISBN 190399666X.