

Technická zpráva

Název projektu:

Výzkum, vývoj a validace univerzální technologie pro potřeby moderních ultrazvukových kontrol svarových spojů komplexních potrubních systémů jaderných elektráren

(Číslo projektu: TA01020457)

Název zprávy:

Algoritmy plánování pohybu manipulátoru Sáva



Technologická agentura
České republiky

Zapsáno (místo, datum):

KKY, 19. ledna 2015

Autor:

Martin Švejda

Tento dokument je součástí projektu TAČR Alfa TA01020457 „Výzkum, vývoj a validace univerzální technologie pro potřeby moderních ultrazvukových kontrol svarových spojů komplexních potrubních systémů jaderných elektráren“ realizovaného za finanční spoluúčasti Technologické agentury České republiky.



Technologická agentura
České republiky



Alfa

Obsah

1 Úvod	4
2 Kinematický popis manipulátoru	7
2.1 Dopředný geometrický model základního modelu	9
2.2 Inverzní geometrický model základního modelu	10
3 Generátory trajektorií svarů	11
3.1 Generátory trajektorií obvodového a podélného svaru	14
3.1.1 Generátor obvodového svaru	14
3.1.2 Generátor podélného svaru	15
3.2 Generátory trajektorií podélného svaru v kolenu a nátrubku	16
3.2.1 Rozšířený kinematický model manipulátoru (podélný svar v kolenu) . . .	17
3.2.2 Generátor podélného svaru v kolenu	21
3.2.3 Rozšířený kinematický model manipulátoru (svar nátrubku)	25
3.2.4 Generátor svaru nátrubku	27
4 Interpolátory dat (koincidenčních bodů)	33
5 Závěr	38

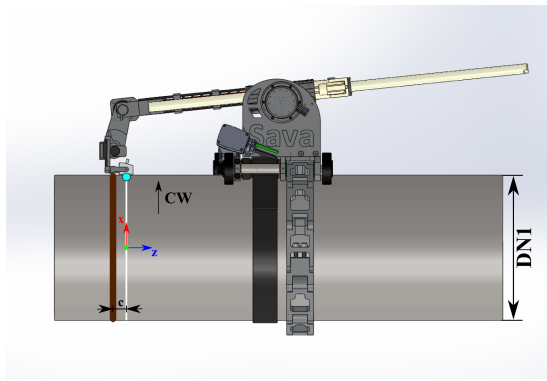
1 Úvod

Manipulátor Sáva, který vznikl v projektu TA ČR č. TA01020457 (výzkum, vývoj a validace univerzální technologie pro potřeby moderních ultrazvukových (UZ) kontrol svarových spojů komplexních potrubních systémů jaderných elektráren) je určen k automatizované kontrole svarových spojů na potrubních systémech JE. V průběhu řešení projektu byl postupně vyvinut prototyp manipulátoru, jehož architektura procházela iteračně procesem dílčích úprav [7], [9], [13], [12], [11], [10], [14]. Důvodem těchto dílčích úprav byly technické skutečnosti, které se odkrývaly v průběhu řešení projektu jako důsledek reálného testování prototypu. Přesto, že řada problémů byla odhalena již ve fázích vývoje manipulátoru na základě matematicko-fyzikálního modelování (Model-based design), některé i klíčové záležitosti bylo obtížně možné z modelu včas odhalit, a to i přes snahu inspirovat již vyvinutými podobnými robotickými systémy [4]. Tato již známá řešení jsou však navržena pouze pro testování jednoduchých trajektorií svarů. V případě manipulátoru Sáva je předpokládána právě univerzalita v použití na více různých typů svarů, konkrétně na obvodový svar, podélný svar, podélný svar v kolenu a svar nátrubku), navíc se předpokládají dva základní typy pohybu: *jednoduchý pohyb bez rozmítání* a *pohyb s rozmítáním*. Finální podoba prototypu manipulátoru Sáva je znázorněna na Obrázku 1. Příklady použitých svarů a typů pohybu jsou znázorněny na následujících obrázcích.

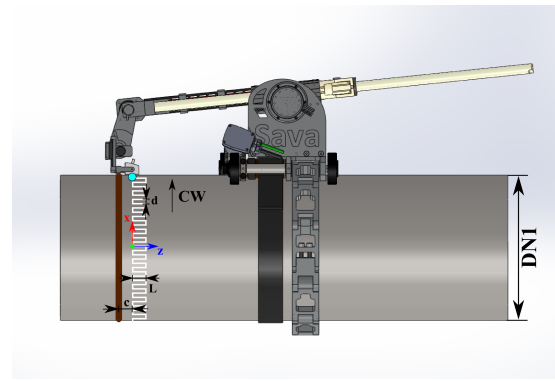
Hlavním cílem předkládané zprávy je předložit stručný přehled problematiky, která byla řešena při vývoji finálního prototypu manipulátoru. Zpráva je věnována výhradně popisu algoritmů, které byly vyvinuty a testovány. Obsah zprávy je konkretizován prostřednictvím příslušného matematického aparátu a je určen zejména pro účely dalšího vývoje plánování pohybu manipulátorů pro aplikace nedestruktivního testování (NDT - Non-Destructive Testing). Uvedené poznatky jsou komplexním souhrnem popisujícím celý průběh vývoje manipulátoru od jeho kinematického modelu, algoritmů pro plánování požadované trajektorie, interpretace generovaných trajektorií ve smyslu použitých interpolačních technik až po optimalizaci parametrů.



Obrázek 1: Prototyp manipulátoru Sáva na reálné zkušební tělese



(a) Jednoduchý pohyb

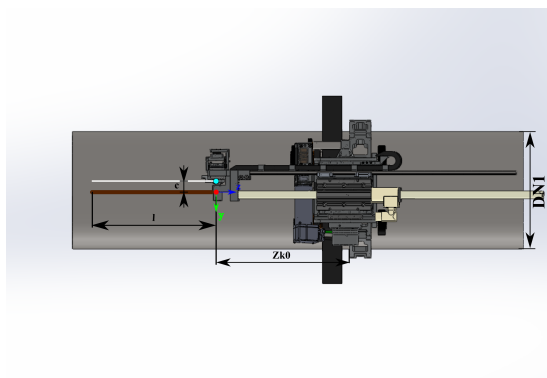


(b) Pohyb s rozmitáním

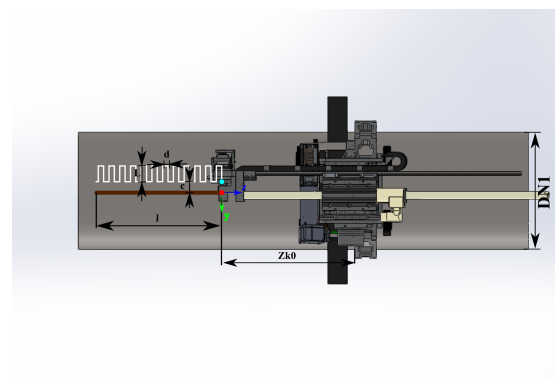


(c) Reálný svar

Obrázek 2: Obvodový svar



(a) Jednoduchý pohyb

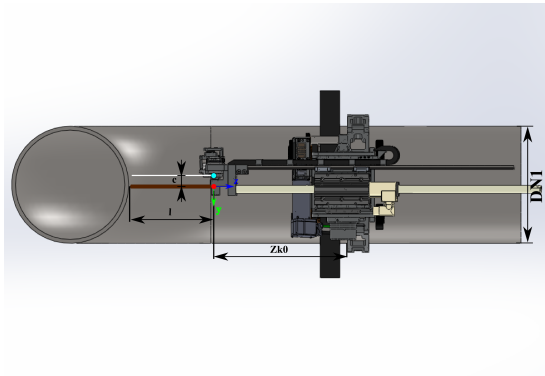


(b) Pohyb s rozmitáním

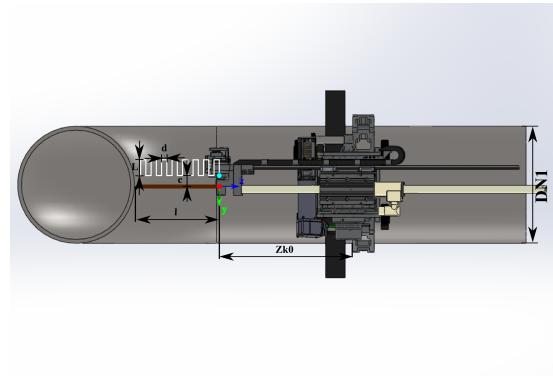


(c) Reálný svar

Obrázek 3: Podélný svar



(a) Jednoduchý pohyb

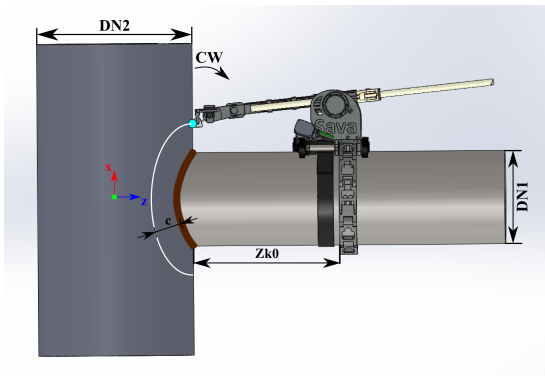


(b) Pohyb s rozmítáním

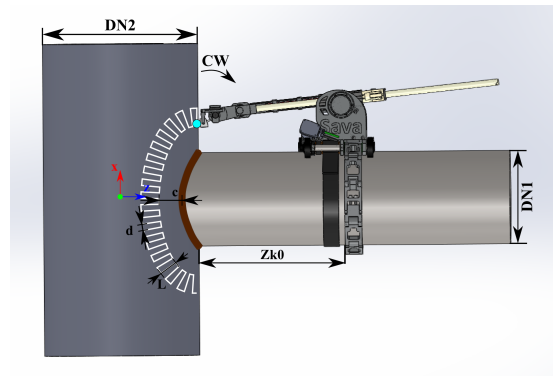


(c) Reálný svar

Obrázek 4: Podélný svar v kolenu (existuje ve dvou variantách vnější/vnitřní, na obrázku znázorně vnitřní svar)



(a) Jednoduchý pohyb



(b) Pohyb s rozmítáním



(c) Reálný svar

Obrázek 5: Svar nátrubku

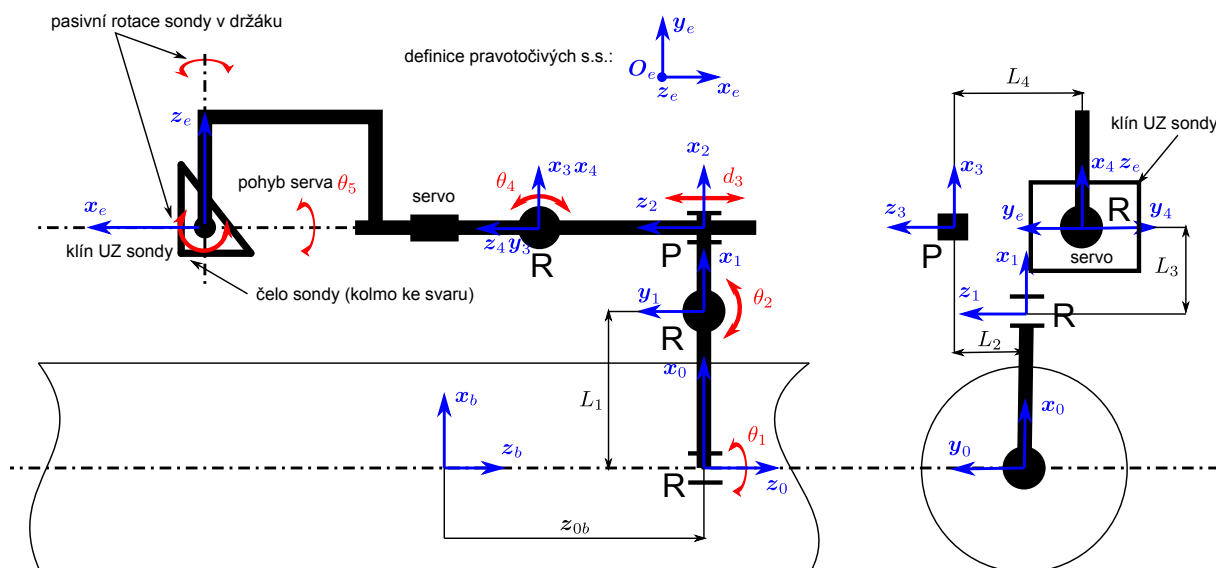
2 Kinematický popis manipulátoru

Vzhledem k univerzalitě manipulátoru muselo být v průběhu vývoje manipulátoru přikročeno k řadě změn. Původní kinematický popis manipulátoru byl odvozen pro použití manipulátoru na jednoduché obvodové a podélné svary. Tento kinematický popis s mírnými úpravami byl zachován a tvoří základní kinematický model, který je použit v implementovaných algoritmech řízení (blok kinematické transformace v řídicím systému REX), viz [1]. Kinematický model je znázorněn schématicky na Obrázku 6. Zavedené souřadné systémy (s.s.) jsou definovány na základě Denavit-Hartenbergovy (D-H) úmluvy pro popis kinematiky robotů, viz [8], [11], [3], [5].

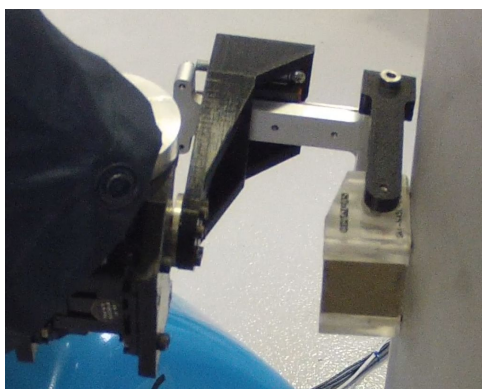
Kloubové souřadnice manipulátoru jsou dány jako:

$$Q = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad d_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5]^T \quad (1)$$

kde $\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4$ jsou základní kloubové souřadnice manipulátoru a θ_5 je natočení pomocného serva, které slouží k orientaci mechanismu uchycení UZ sondy kolem své podélné osy, viz Obrázek 7.



Obrázek 6: Uspořádání s.s. v základním kinematickém modelu manipulátoru Sáva



Obrázek 7: Nosná konstrukce UZ sondy

Poznamenejme, že pro jednoduché typy svarů (obvodový, podélný) je servo během pohybu manipulátoru v konstantní poloze (slouží jenom k ustavení sondy před zahájením zkušebního testu).

i	d_i	θ_i	a_i	α_i	$q_{i_{HOME}}$
1	0	θ_1	L_1	$-\frac{\pi}{2}$	0
2	L_2	θ_2	L_3	$-\frac{\pi}{2}$	0
3	d_3	0	0	$\frac{\pi}{2}$	d_{3h}
4	L_4	θ_4	0	$-\frac{\pi}{2}$	0

Tabulka 1: D-H parametry základního kinematického modelu, $q_{i_{HOME}}$ je domovská poloha kloubových souřadnic ($q_i = \{d_i, \theta_i\}$, dle typu aktivního kloubu - vyznačeny tučně), která odpovídá konfiguraci na Obrázku 6

vání). V základním kinematickém modelu manipulátoru tedy pohyb serva není zohledněn, kloubové souřadnice jsou uvažovány bez natočení serva θ_5 a zobecněné souřadnice definující polohu koncového efektoru manipulátoru jsou dány jako:

$$\mathbf{X} = [x \ y \ z \ \phi]^T \quad (2)$$

kde x, y, z jsou souřadnice počátku s.s. koncového efektoru \mathbf{O}_e vzhledem k s.s. F_b a ϕ je orientace posledního ramene manipulátoru (úhel mezi osou \mathbf{x}_1 prvního ramene a osou \mathbf{x}_4 posledního ramene).

Kinematický popis manipulátoru, tzn. řešení dopředného resp. inverzního geometrického problému (DGM resp. IGM) byl získán s využitím modelu kinematiky prostřednictvím D-H úmluvy, kdy s.s. F_i je svázán pevně s příslušným i -tým ramenem manipulátoru a jejich vzájemný vztah je popsán pomocí homogenních transformačních matic. D-H parametry manipulátoru pro zavedené s.s. na Obrázku 6 jsou uvedeny v Tabulce 1 a předpis pro homogenní transformační matici popisující posun a rotaci F_{i-1} s.s. do F_i s.s. je uvedena v rovnici (3).

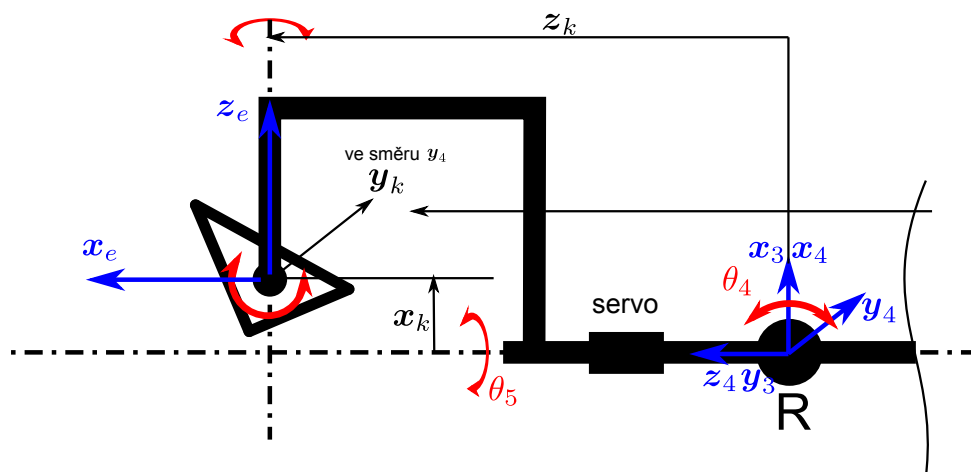
$$\begin{aligned} \mathbf{T}_i^{i-1} &= \text{Trans}(\mathbf{z}, d_i) \cdot \text{Rot}(\mathbf{z}, \theta_i) \cdot \text{Trans}(\mathbf{x}, a_i) \cdot \text{Rot}(\mathbf{x}, \alpha_i) = \\ &= \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3) \end{aligned}$$

Dále je definována poloha koncového efektoru manipulátoru realizované nosnou konstrukcí UZ sondy vzhledem k poslednímu ramenu manipulátoru (s.s. F_4), tzv. kompenzace polohy koncového efektoru. Tato kompenzace umožňuje kompenzovat různé rozměry nosné konstrukce sondy x_k, y_k, z_k . Vzhledem k volnému uložení sondy v nosné konstrukci (díky pasivní rotaci s osou rotace procházející klínem UZ sondy vyznačeným na Obrázku 6) je možné s použitou kompenzací vhodně měnit orientaci ϕ_k nosné sondy vzhledem k ose potrubí s testovaným svarem. Význam kompenzací polohy koncového efektoru je znázorněn na Obrázku 8. Kompenzace polohy celého manipulátoru (s.s. F_0) vzhledem k bázovému s.s. F_b je určena pouze parametrem z_{0b} , který definuje vzdálenost nasazení manipulátoru na potrubí. Výsledné homogenní transformační matice

jsou tedy dány jako¹:

$$\mathbf{T}_0^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{0b} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{kompensace základny})$$

$$\mathbf{T}_e^4 = \begin{bmatrix} -s_{\phi_k} & 0 & c_{\phi_k} & x_k \\ 0 & -1 & 0 & y_k \\ c_{\phi_k} & 0 & s_{\phi_k} & z_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{kompensace konc. efektoru}) \quad (4)$$



Obrázek 8: Kompensace polohy koncového efektoru

Výsledné kinematické parametry manipulátoru Sáva jsou dány jako:

$$\xi = [L_1 \ L_2 \ L_3 \ L_4 \ z_{0b} \ x_k \ y_k \ z_k \ \phi_k]^T \quad (5)$$

2.1 Dopředný geometrický model základního modelu

Dopředný geometrický model (DGM) manipulátoru je dán jednoduše násobením homogenní transformačních matic získaných z D-H parametrů v Tabulce 1 dle předpisu (3), včetně kompenzací (4). Zobecněné souřadnice tak lze vyjádřit následovně:

$$\mathbf{T}_e^b = \mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_3^2 \mathbf{T}_4^3 \mathbf{T}_e^4 \Rightarrow \mathbf{O}_e^b = [x \ y \ z]^T, \mathbf{R}_e^b \rightarrow \phi \quad (6)$$

$$t_1 = c_{\theta_1}, t_2 = c_{\theta_2}, t_3 = c_{\theta_4}, t_4 = s_{\theta_2}, t_5 = s_{\theta_4}, t_6 = s_{\theta_1}, t_7 = z_k$$

$$t_8 = -t_7 t_3 - x_k t_5 - d_3, t_3 = -t_7 t_5 + x_k t_3 + L_3, t_5 = t_3 t_2 + t_8 t_4 + L_1, t_7 = y_k - L_4 - L_2$$

$$x = t_1 t_5 + t_7 t_6$$

$$y = t_6 t_5 - t_7 t_1$$

$$z = t_8 t_2 - t_3 t_4 + z_{0b}$$

$$\phi = \theta_2 + \theta_4 + \phi_k$$

kde t_i jsou pomocné proměnné.

¹ $s_a = \sin(a)$, $c_a = \cos(a)$, $s_{a_{123}} = \sin(a_1 + a_2 + a_3)$, $c_{a_{123}} = \cos(a_1 + a_2 + a_3)$

2.2 Inverzní geometrický model základního modelu

Inverzní geometrický model (IGM) je mnohem komplikovanější. Odvození IGM, který je s mírnými modifikacemi podobný bylo již dříve popsáno v publikacích, které se manipulátoru Sáva věnují a na které jsou uvedeny odkazy v literatuře. Zde uvádíme pouze výsledné vztahy s naznačeným postupem².

Bod \mathbf{O}_e vzhledem k s.s. F_1 lze vyjádřit dvěma způsoby:

$$\begin{aligned} \mathbf{O}_e^1 &= (\mathbf{T}_1^b)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{O}_e^b \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{\theta_1}y - L_1 + xc_{\theta_1} \\ -z - z_{0b} \\ -s_{\theta_1}x + c_{\theta_1}y \end{bmatrix} \\ \mathbf{O}_e^1 &= \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_3^2 \mathbf{T}_4^3 \mathbf{T}_e^4 = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_e^1[1] \\ \mathbf{O}_e^1[2] \\ -y_k + L_4 + L_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

Porovnáním složek x a z dostáváme řešení pro s_{θ_1} , c_{θ_1} :

$$\begin{aligned} s_{\theta_1} &= (xy_k - xL_4 - xL_2 + yL_1 + y\mathbf{O}_e^1[1])/(x^2 + y^2) \\ c_{\theta_1} &= (-yy_k + yL_4 + yL_2 + xL_1 + x\mathbf{O}_e^1[1])/(x^2 + y^2) \\ \theta_1 &= \text{atan2}(s_{\theta_1}, c_{\theta_1}) \end{aligned} \quad (8)$$

Umocněním a sečtením s_{θ_1} , c_{θ_1} dostáváme vztah pro $\mathbf{O}_e^1[1]$ a zpětným dosazením do (8) dostáváme 2 možná řešení pro θ_1 :

$$\mathbf{O}_e^1[1] = -L_1 \pm \sqrt{2y_kL_4 + 2y_kL_2 - L_4^2 - L_2^2 - 2L_4L_2 - y_k^2 + x^2 + y^2} \quad (9)$$

Navíc tak společně s pozorováním v (7) nyní známe všechny složky \mathbf{O}_e^1 :

$$\mathbf{O}_e^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_e^1[1] \text{ viz (9)} \\ -z - z_{0b} \\ -y_k + L_4 + L_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Následující řešení se tak redukuje na řešení sériového manipulátoru typu **RPR** vzhledem k s.s. F_1 s kloubovými souřadnicemi θ_2 , d_3 , θ_4 , neboť polohu \mathbf{O}_e^1 nyní známe a \mathbf{R}_e^1 má následující tvar, neboť z DGM víme, že platí $\phi = \theta_2 + \theta_4 + \phi_k$

$$\mathbf{R}_e^1 = \mathbf{T}_e^1[1 : 3, 1 : 3] = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_2 + \theta_4 + \phi_k) & 0 & \cos(\theta_2 + \theta_4 + \phi_k) \\ \cos(\theta_2 + \theta_4 + \phi_k) & 0 & \sin(\theta_2 + \theta_4 + \phi_k) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_\phi & 0 & c_\phi \\ c_\phi & 0 & s_\phi \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Rightarrow \mathbf{T}_e^1 = \begin{bmatrix} & & & \\ & \mathbf{R}_e^1 & & \mathbf{O}_e^1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Z nyní již známé transformace \mathbf{T}_e^1 , ze zadání známé kompenzace \mathbf{T}_e^4 a symbolicky vyjádřené $\mathbf{T}_4^3(\theta_4)$ lze vyjádřit souřadnice bodu \mathbf{O}_3 vzhledem k s.s. F_1 :

$$\mathbf{T}_3^1 = \mathbf{T}_e^1 (\mathbf{T}_e^4)^{-1} (\mathbf{T}_4^3)^{-1} \Rightarrow \mathbf{O}_3^1 = \begin{bmatrix} s_\phi c_{\phi_k} z_k - s_\phi s_{\phi_k} x_k - c_\phi z_k s_{\phi_k} - c_\phi c_{\phi_k} x_k + \mathbf{O}_e^1[1] \\ -c_\phi c_{\phi_k} z_k + c_\phi s_{\phi_k} x_k - s_\phi z_k s_{\phi_k} - s_\phi c_{\phi_k} x_k + \mathbf{O}_e^1[2] \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

² $\mathbf{O}_e^1[1]$ označuje 1. složku vektoru \mathbf{O}_e^1 , $\mathbf{T}_e^1[1 : 3, 4]$ vyjadřuje 1. až 3. řádek, 4. sloupec matice, tedy $= \mathbf{O}_e^1$

Ze symbolického vyjádření $\mathbf{O}_3^1 = (\mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_3^2) [1 : 3, 4]$

$$\mathbf{O}_3^1 = \begin{bmatrix} -s_{\theta_2} d_3 + c_{\theta_2} L_3 \\ c_{\theta_2} d_3 + s_{\theta_2} L_3 \\ L_2 \end{bmatrix}$$

umocněním a sečtením x a y složky a porovnáním ze známými souřadnicemi (13) dostáváme dvě řešení pro kloubovou souřadnici d_3 :

$$d_3 = \pm \sqrt{\mathbf{O}_3^1[1]^2 + \mathbf{O}_3^1[2]^2 - L_3^2} \quad (14)$$

Ze znalostí d_3 lze pak ze symbolického vyjádření \mathbf{O}_3^1 řešením soustavy lineárních rovnic snadno vyjádřit řešení pro kloubovou souřadnici θ_2 :

$$s_{\theta_2} = -\frac{-L_3 \mathbf{O}_3^1[2] + \mathbf{O}_3^1[1] d_3}{d_3^2 + L_3^2}, \quad c_{\theta_2} = \frac{L_3 \mathbf{O}_3^1[1] + \mathbf{O}_3^1[2] d_3}{d_3^2 + L_3^2} \quad (15)$$

$$\theta_2 = \text{atan2}(s_{\theta_2}, c_{\theta_2})$$

Poslední kloubová souřadnice θ_4 je pak dána jednoduše z DGM jako:

$$\theta_4 = \phi - \theta_2 - \phi_k \quad (16)$$

Poznamenejme, že díky (9), (14) tedy existují celkem 4 různá izolovaná řešení IGM. V reálné aplikaci je však možné pouze kladné řešení pro lineární aktuátor, tzn. $d_3 \geq 0$ a vzhledem k prostorovému uspořádání manipulátoru (efektor nesmí narazit do potrubí) musí platit $\mathbf{O}_e^1[1] > L_1$, tzn. v (9) je vybráno kladné řešení.

3 Generátory trajektorií svarů

Tématem generování svarů potrubí se již podrobně zabývala technická zpráva [11]. Generování trajektorie, a to i v zcela obecném případě, se rozpadá na dva klíčové problémy, které je nutné uspokojivě vyřešit:

1. Parametrizace trajektorie

Problém obnáší nalezení vhodné parametrizace požadované geometrické křivky (entity), která reprezentuje požadovaný svar. Těchto křivek může být více a mohou být vzájemně vhodně geometricky napojené (se spojitými derivacemi polohy dle parametrizačního parametru daného řádu v napojovacích bodech). Poznamenejme, že nalezení parametrizace křivky v obecném případě nemusí být triviální záležitostí a zatímco její implicitní vyjádření (rovnice či soustava rovnic v souřadnicích prostoru, ve kterém je křivka generována) vždy existuje, její parametrické vyjádření existovat nemusí. Ve všech zde uvedených případech je však možné parametrizaci požadovaných entit nalézt (přímka, kružnice, Steinmetzova křivka - průnik válcových ploch, elipsa). V obecném případě tak dostáváme parametrický předpis pro bod \mathbf{O} (koncový efektor manipulátoru) pohybující se podél dané křivky v prostoru \mathbb{R}^3 :

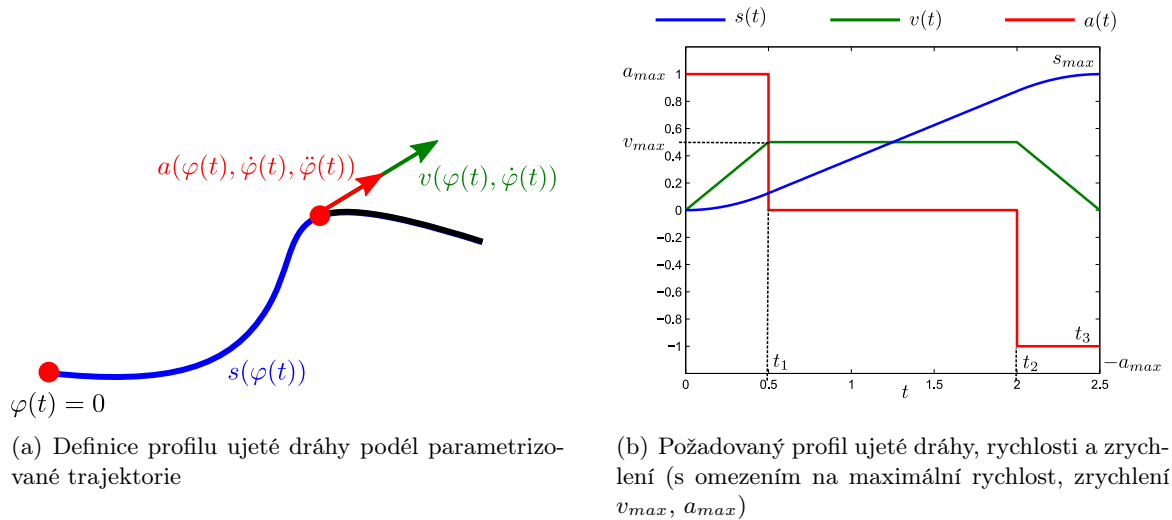
$$\mathbf{O} = \Phi(\varphi) = \begin{bmatrix} \Phi_x(\varphi) \\ \Phi_y(\varphi) \\ \Phi_z(\varphi) \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{O}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \dot{\varphi}(t), \quad \ddot{\mathbf{O}} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} \dot{\varphi}^2(t) + \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \ddot{\varphi}(t) \quad (17)$$

kde $\varphi \in \mathbb{R}$ je parametrizační parametr.

Poznamenejme, že obdobný problém musí být řešen pro parametrizaci orientaci koncového efektoru, např. prostřednictvím parametrizace Eulerových úhlů. V případě manipulátoru Sáva je jedinou zobecněnou souřadnicí popisující orientaci úhel ϕ . Pro jednoduché typy svarů (obvodový a podélný svar) je jeho parametrizace na základě pohybu koncového efektoru podél generované trajektorie \mathbf{O}_e triviální (konstantní nebo lineárně proměnná). V případě pokročilých trajektorií svarů (podélný svar v kolenu, svar nátrubku) bude výpočet orientace ϕ společně s natočením přídavného serva θ_5 parametrizován podél generované trajektorie \mathbf{O}_e na základě požadavku na orientaci UZ sondy.

2. Generování pohybu podél parametrizované trajektorie

Parametrizací křivek získáváme jejich parametrický předpis, v závislosti na parametru φ lze tedy získat body, kterými chceme projíždět. V reálných aplikacích je však vždy nutné projíždět podél dané trajektorie s danými požadavky na *profil ujeté dráhy v čase* $s(t)$ podél této křivky (a z toho vyplývající požadavky na tvar tečné rychlosti $v(t)$, tečného zrychlení $a(t)$ či vyšší časové derivace ujeté dráhy), viz Obrázek 9



Obrázek 9: Požadovaný profil ujeté dráhy $s(t)$ podél trajektorie

Zde mohou principiálně nastat dva rozdílné případy:

- **Máme k dispozici parametrický popis křivky $\Phi(t)$**

V takovém případě je nezbytné nalézt průběh parametrizačního parametru $\varphi(t)$ v závislosti na čase takový, aby profil ujeté dráhy $s(t)$ odpovídal požadovanému, tzv. *feedrate*, viz Obrázek 9, tzn. je třeba nalézt přepočít mezi $s(t)$ a $\varphi(t)$ (a jejich časovými derivacemi $v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$, $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$). Připomeňme, že ujetá dráha podél parametricky vyjádřené křivky je dána vztahem:

$$s(\varphi(t)) = \int_0^{\varphi(t)} \sqrt{\left(\frac{\partial\Phi_1(\varphi(t))}{\partial\varphi(t)}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi_2(\varphi(t))}{\partial\varphi(t)}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi_3(\varphi(t))}{\partial\varphi(t)}\right)^2} d\varphi(t)$$

$$s(\varphi(t)) = \int_0^{\varphi(t)} \sqrt{\left(\frac{\partial\Phi(\varphi(t))}{\partial\varphi(t)}\right)^T \cdot \frac{\partial\Phi(\varphi(t))}{\partial\varphi(t)}} d\varphi(t) = \int_0^{\varphi(t)} \left\| \frac{\partial\Phi(\varphi(t))}{\partial\varphi(t)} \right\| d\varphi(t) \quad (18)$$

Z rovnice (18) lze stanovit závislosti mezi časovou změnou (rychlostí) ujeté dráhy $s(t)$ a parametrem $\varphi(t)$:

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{ds(t)}{d\varphi(t)} \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt}, \text{ kde } \frac{ds(t)}{d\varphi(t)} = \left\| \frac{\partial\Phi(t)}{\partial\varphi(t)} \right\| \Rightarrow \dot{\varphi}(t) = \frac{1}{\left\| \frac{\partial\Phi(t)}{\partial\varphi(t)} \right\|} v(t) \quad (19)$$

Vztah mezi druhými časovými derivacemi (zrychlením) ujeté dráhy $a(t)$ a parametrem $\varphi(t)$ lze vypočítat následovně:

$$\ddot{\varphi}(t) = \frac{1}{\left\| \frac{\partial \Phi(t)}{\partial \varphi(t)} \right\|} \cdot \left[a(t) - \frac{\left(\frac{\partial \Phi(t)}{\partial \varphi(t)} \right)^T \cdot \frac{\partial^2 \Phi(t)}{\partial \varphi^2(t)} \cdot (v(t))^2}{\left\| \frac{\partial \Phi(t)}{\partial \varphi(t)} \right\|^3} \right] \quad (20)$$

Zatímco ze vztahů (19) a (20) je zřejmé, že se znalostí parametru $\varphi(t)$ odpovídajícímu ujeté dráze $s(t)$ je rychlost $\dot{\varphi}(t)$ resp. zrychlení $\ddot{\varphi}(t)$ parametrizačního parametru lineární funkcí tečné rychlosti $v(t)$ a zrychlení $a(t)$ dané profilem, samotný výpočet parametrizačního parametru $\varphi(t)$ z požadované dráhy $s(t)$ obnáší invertovat funkcionál (18). Vzhledem k faktu, že samotný integrál v případě obecné parametrické křivky často vede na eliptický integrál (řešení nelze nalézt v analytickém tvaru), je tato inverze, vyjma jednoduchých a přirozeně parametrizovaných křivek³, spočitatelná pouze numericky. Tento fakt výrazně komplikuje algoritmy generování feedrate.

• Máme k dispozici pouze koincidenční body

V případě, že neznáme předpis pro parametrické vyjádření trajektorie, ale známe pouze body (koincidenční), kterými má koncový efektor manipulátoru projet, je nutné nejprve interpolovat zadané body vhodnou parametrickou křivkou a teprve poté spočítat feedrate parametrizačního parametru. Tato situace nastává v technické praxi velmi často právě z následujících důvodů:

- Koincidenční body jsou generovány nadřazeným systémem, do jehož výpočetního jádra nemáme přístup (typicky se jedná o CAD/CAM systémy, kde koincidenční body jsou generovány na základě 3D výkresů např. pro účely obrábění)
- Koincidenční body jsou zadávány uživatelem (např. v situacích manuálního plánování trajektorie manipulátoru)
- Koincidenční body jsou získávány nějakým numerickým algoritmem, jehož analytický předpis neexistuje

Vzhledem k faktu, že původ koincidenčních bodů je v tomto případě neznámý, neboť neznáme předpis funkce, který je generuje, nezbyvá než volit nějakou interpolační strategii. Nejčastějším případem je interpolace prostřednictvím spline polynomiálních funkcí, které po částech interpolují segmenty mezi jednotlivými koincidenčními body. Volba vhodné interpolační funkce hraje klíčovou roli s ohledem na průběh pohybu koncového efektoru (plynulost pohybu se spojitým průběhem rychlosti, zrychlení a vyšších derivací polohy, přirozený tvar interpolační křivky, atd.). Poznamenejme, že přesto, že uvedený způsob je univerzálním přístupem ke generování trajektorie koncového efektoru manipulátoru z obecně zadaných koincidenčních bodů, existuje zde jedna zásadní nevýhoda. Jelikož neznáme parametrickou funkci generující trajektorii, ze které byly koincidenční body vybrány, volba interpolační strategie nemusí nutně generovat právě tuto původní trajektorii. Tzn. Křivka mezi interpolačními body nemusí mít nutně charakter křivky původní, např. po částech polynomiální aproximace prostými polynomy nemůže generovat kružnici, neboť tato nelze vyjádřit parametrickým předpisem v konečném polynomiálním tvaru.

Přesto, že v našem případě známe předpisy parametrizací jednotlivých křivek testovaných svarů, situace, kdy máme k dispozici pouze interpolační body, je univerzálním přístupem k plánování trajektorie koncového efektoru manipulátoru. Z uvedeného důvodu byl takový přístup využit i pro plánování trajektorie manipulátoru Sáva. Generátory trajektorií, viz Kapitoly 3.1, 3.2 tedy

³Křivky, pro které vztah mezi $s(t)$ a $\varphi(t)$ je lineární, např. přímky, kružnice

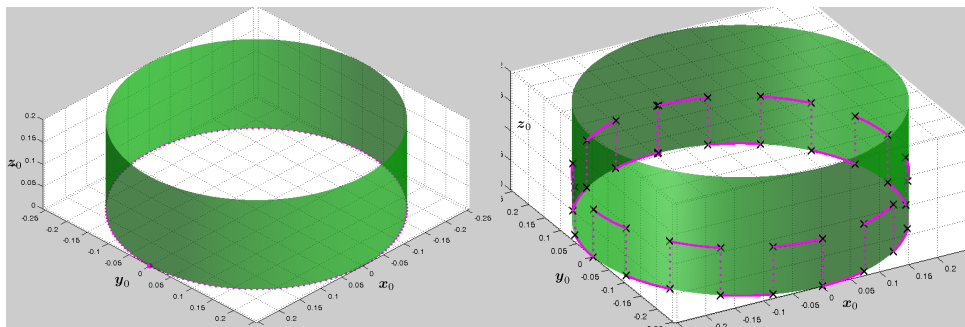
generují pouze koincidenční body (polohy \mathbf{O}_e , orientaci ϕ koncového efektoru manipulátoru případně natočení serva θ_5) v daném rozlišení. Interpolace takto získaných koincidenčních bodů je poté zajištěna vhodným interpolátorem dat, viz Kapitola 4, jehož výstupem je časový průběh zobecněných souřadnic \mathbf{O}_e , ϕ (případně θ_5) koncového efektoru.

3.1 Generátory trajektorií obvodového a podélného svaru

Základ generátorů trajektorií byl již popsán v [11]. V uvedené technické zprávě však byly algoritmy sestaveny tak, aby počítaly přímo časovou závislost polohy koncového efektoru (\mathbf{O}_e , ϕ) na čase s uvažováním omezení na v_{max} , a_{max} . Vzhledem k strategii využít pouze koincidenčních bodů, které budou až následně interpolovány vhodným interpolačním algoritmem, však byly generátoru nakonec přepracovány (upraveny některé parametry dle aktuálních požadavků). Výsledná algoritmy jsou tak definovány svými vstupy a výstupy následovně:

3.1.1 Generátor obvodového svaru

Varianta generátor bez rozmítání a s rozmítáním je znázorněna na Obrázku 10.



Obrázek 10: Obvodový svar

Vstupy generátoru:

R_1	poloměr potrubí se svarem
d	vzdálenost mezi segmenty rozmítání
L	délka segmentů rozmítání
typ	= 0 pohyb rozmítání začíná směrem k manipulátoru = 1 pohyb začíná směrem od manipulátoru
$N_{prejezd}$	vzdálenost mezi generovanými body v segmentu přejezdu
N_{mereni}	vzdálenost mezi generovanými body v segmentu měření
$trajectoryDir$	směr pohybu manipulátoru kolem potrubí (CW, CCW)

Výstupy generátoru:

\mathbf{O}_e^0	zobecněné souřadnice x, y, z (poloha koncového efektoru) ekvidistantně rozložené koincidenční body (dle $N_{prejezd}$, N_{mereni})
ϕ	orientace posledního ramene manipulátoru (konstantní hodnota)
$indexPrejezd$	indexy (pořadí) bodů, ve kterých dochází k rozmítání

Parametrizace trajektorie koncového efektoru O_e vzhledem k s.s. F_0 obvodového svaru s rozmítáním lze popsat následujícím vztahem:

$$O_e^0 = \begin{bmatrix} R_1 \cos \varphi \\ R_1 \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} + \psi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \quad (21)$$

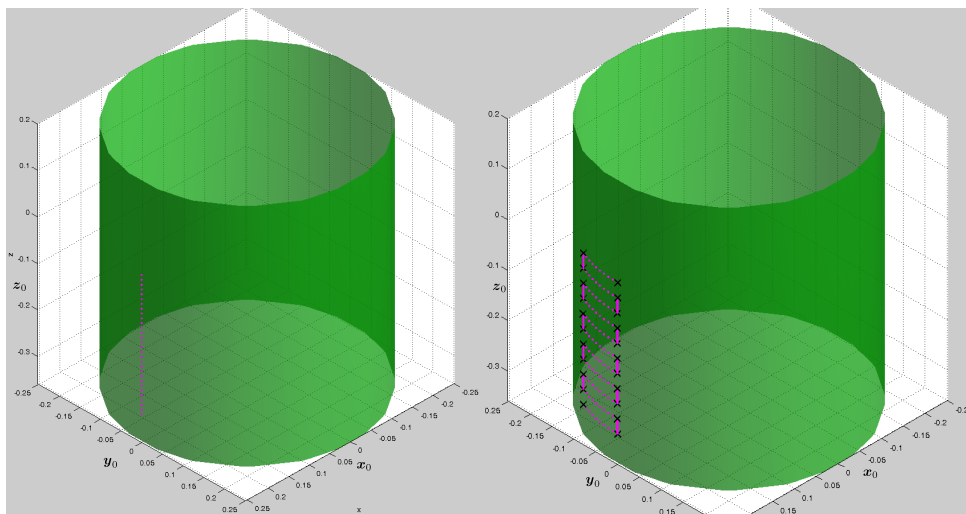
kde φ resp. ψ jsou parametry parametrizace pro obvodový pojezd resp. rozmítání.

Vzhledem k přirozené parametrizaci kružnice a přímky, lze parametry $\varphi(t)$ v $[rad]$ a ψ v $[m]$ počítat analyticky lineárním vztahem z požadovaných ujetých drah $s(t)$ po trajektoriích. Ujeté dráhy v jednotlivých segmentech trajektorie lze vyjádřit jako:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{s(t)}{R_1} && \text{(pro pohyb po kružnici)} \\ \psi(t) &= \frac{s(t)}{L} && \text{(pro pohyb po přímce)} \end{aligned} \quad (22)$$

3.1.2 Generátor podélného svaru

Varianta generátor bez rozmítání a s rozmítáním je znázorněna na Obrázku 11.



Obrázek 11: Podélný svar

Vstupy generátoru:

R_1	poloměr potrubí se svarem
l	délka podélného svaru
d	vzdálenost mezi segmenty rozmítání
L	délka segmentů rozmítání
$N_{prejezd}$	vzdálenost mezi generovanými body v segmentu přejezdu
N_{mereni}	vzdálenost mezi generovanými body v segmentu měření
$trajectoryDir$	strana, na kterou probíhá rozmítání (CW, CCW)

Výstupy generátoru:

\mathbf{O}_e^0	zobecněné souřadnice x, y, z (poloha koncového efektoru) ekvidistantně rozložené koincidenční body (dle $N_{prejezd}$, N_{mereni})
ϕ	orientace posledního ramene manipulátoru (konstantní hodnota)
$indexPrejezd$	indexy (pořadí) bodů, ve kterých dochází k rozmítání

Parametrizace trajektorie koncového efektoru \mathbf{O}_e vzhledem k s.s. F_0 obvodového svaru s rozmítáním lze popsat následujícím vztahem:

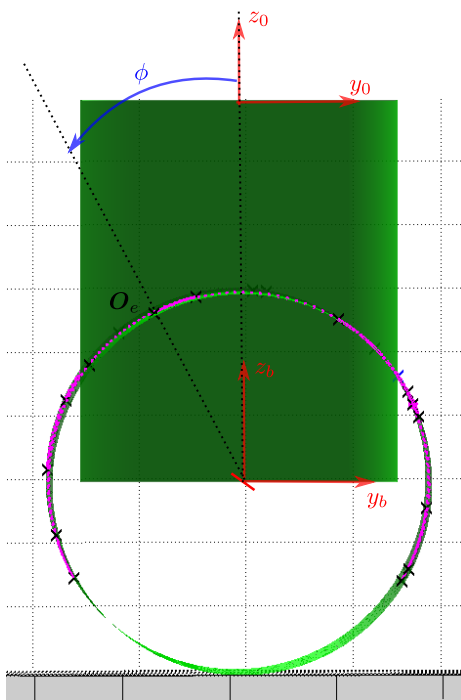
$$\mathbf{O}_e^0 = \begin{bmatrix} r \cos(\psi) \\ r \sin(\psi) \\ \varphi \end{bmatrix} \quad (23)$$

kde φ resp. ψ jsou parametry parametrizace pro obvodový pojezd resp. rozmítání.

Vzhledem k přirozené parametrizaci kružnice a přímky, lze parametry $\varphi(t)$ v $[rad]$ a ψ v $[m]$ počítat analyticky lineárním vztahem z požadovaných ujetých drah $s(t)$ po trajektoriích analogickým způsobem jako v (22).

3.2 Generátory trajektorií podélného svaru v kolenu a nátrubku

Jedná se o složitější geometrie svarů. V původní verzi generátorů [11] bylo předpokládáno, že pohyb koncového efektoru manipulátoru bude generován jako požadované body počátku s.s. koncového efektoru \mathbf{O}_e a zobecněná souřadnice ϕ reprezentující orientaci posledního ramene manipulátoru bude volena pouze intuitivně a to: Pro podélný svar v kolenu tak, aby poslední rameno vždy mířilo normálově do osy kolena. Pro svar nátrubku tak, aby úhel ϕ byl roven odklonu od osy z_0 v rovině $\mathbf{y}_b\mathbf{z}_b$, viz Obrázek 12.



Obrázek 12: Původní formulace úhlu ϕ pro generování trajektorie nátrubku

Tento předpoklad se ale bohužel ukázal jako špatný. V základní verzi kinematického modelu manipulátoru nebyl vytvořen relevantní model nosné konstrukce UZ sondy (dvojice pasivních

kloubů), viz Obrázek 7. UZ sonda se vždy svou plochou přitlačuje k ploše potrubí s testovaným svarem, čímž jednoznačně definuje natočení těchto pasivních kloubů v nosné konstrukci. Navíc orientace čela sondy podél osy směřující kolmo do plochy potrubí je také jednoznačně určena. Orientace čela sondy je však požadována tak, aby sonda čelem vždy mířila kolmo do roviny svaru (fakt vyplývající z principu provádění UZ kontrol). Bylo zjištěno, že vhodnou volbou natočení posledního ramena ϕ je sice možné částečně orientovat čelo UZ sondy, nicméně jen malém rozsahu, navíc docházelo ke kolizi nosné konstrukce sondy s potrubím. Bylo tedy přistoupeno k modifikaci a celá nosná konstrukce byla připevněna na výstup serva s kloubovou souřadnicí θ_5 , viz Obrázek 6. Výsledný manipulátor Sáva je tak považován za 5DoF⁴ manipulátor s kloubovými souřadnicemi

$$\mathbf{Q} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad d_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5]^T$$

a zobecněnými souřadnicemi

$$\mathbf{X} = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta_5]^T$$

kde θ_5 je natočení serva, které je považováno zároveň za kloubovou i zobecněnou souřadnici. To je způsobeno za prvé historickým vývojem (přidáním serva), a za druhé logickou intuitivní interpretací - dva úhly orientace UZ sondy jsou jednoznačně dány přitlakem sondy na potrubí a otočení sondy kolem osy kolmo do potrubí úhlem θ_5 .

Za účelem ověření správné funkce dále navržených generátorů zobecněných souřadnic \mathbf{X} , zejména složek orientace ϕ a θ_5 bylo nutné vytvořit kompletní kinematický model manipulátoru s respektováním nosné konstrukce sondy a serva. Vzhledem k pasivní orientaci nosné konstrukce sondy dané pohybem po válcové ploše potrubí byl zvolen model, kde UZ sonda je vázána nezávislým pasivním kinematickým řetězcem (pasivním stabilizačním elementem) tak, aby tento vázaný pohyb po válcové ploše splňovala. Tato úvaha vede na vytvoření paralelního modelu manipulátoru Sáva. Vzhledem k rozdílnosti pasivního stabilizačního elementu pro podélný svar v kolenu a svar nátrubku byly vytvořeny dva modely.

Poznamenejme, že kinematické parametry manipulátoru jsou pro rozšířený kinematický model dány jako (neuvažuje se kompenzace polohy koncového efektoru, v řídicím systému toto znamená nastavení $x_k = y_k = z_k = \phi_k = 0$):

$$\boldsymbol{\xi} = [L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5 \quad z_{0b}]^T \quad (24)$$

3.2.1 Rozšířený kinematický model manipulátoru (podélný svar v kolenu)

Předpokládejme podélný svar kolene na jeho vnitřní straně. Připojením serva θ_5 na stávající základní model manipulátoru v Kapitole 2 a uvažování pasivních kloubů θ_6 , θ_7 nosné konstrukce UZ sondy dostáváme modifikovaný kinematický řetězec, jehož D-H parametry jsou znázorněny v Tabulce 2. Zároveň připojením sériového kinematického řetězce v roli pasivního stabilizačního elementu, jehož D-H parametry jsou znázorněny v Tabulce 3, a jeho připojením k sériovému kinematickému řetězci manipulátoru vznikne paralelní kinematická struktura, která reprezentuje manipulátor Sáva a omezuje orientaci UZ sondy takovým způsobem, který odpovídá přitlaku sondy k ploše potrubí se zkoušeným svarem. UZ sonda (koncový efektor) má tedy celkem 5 DoF ($\mathbf{O}_7 = [x \ y \ z]^T, \phi$ a θ_5). Zavedené s.s. dle DH úmluvy jsou znázorněny na Obrázku 13. Na Obrázku 15 je znázorněn pohyb manipulátoru po potrubí s podélným svarem kolene. Model byl vytvořen v prostředí SimMechanics [6]. Pohyb manipulátoru, kde orientace UZ sondy je vázána pasivním stabilizačním elementem byl zachycen pro svar s rozmítáním a natočení serva θ_5 bylo ponecháno konstantní v poloze odpovídající její správné orientaci na začátku svaru, viz Obrázek 14. Z Obrázku 15 je zřejmé, že konstantní natočení serva nezajišťuje korektní natočení UZ sondy (čelem sondy kolmo do roviny svaru). Orientace zobecněné souřadnice ϕ byla volena

⁴Degrees of Freedom - stupňů volnosti

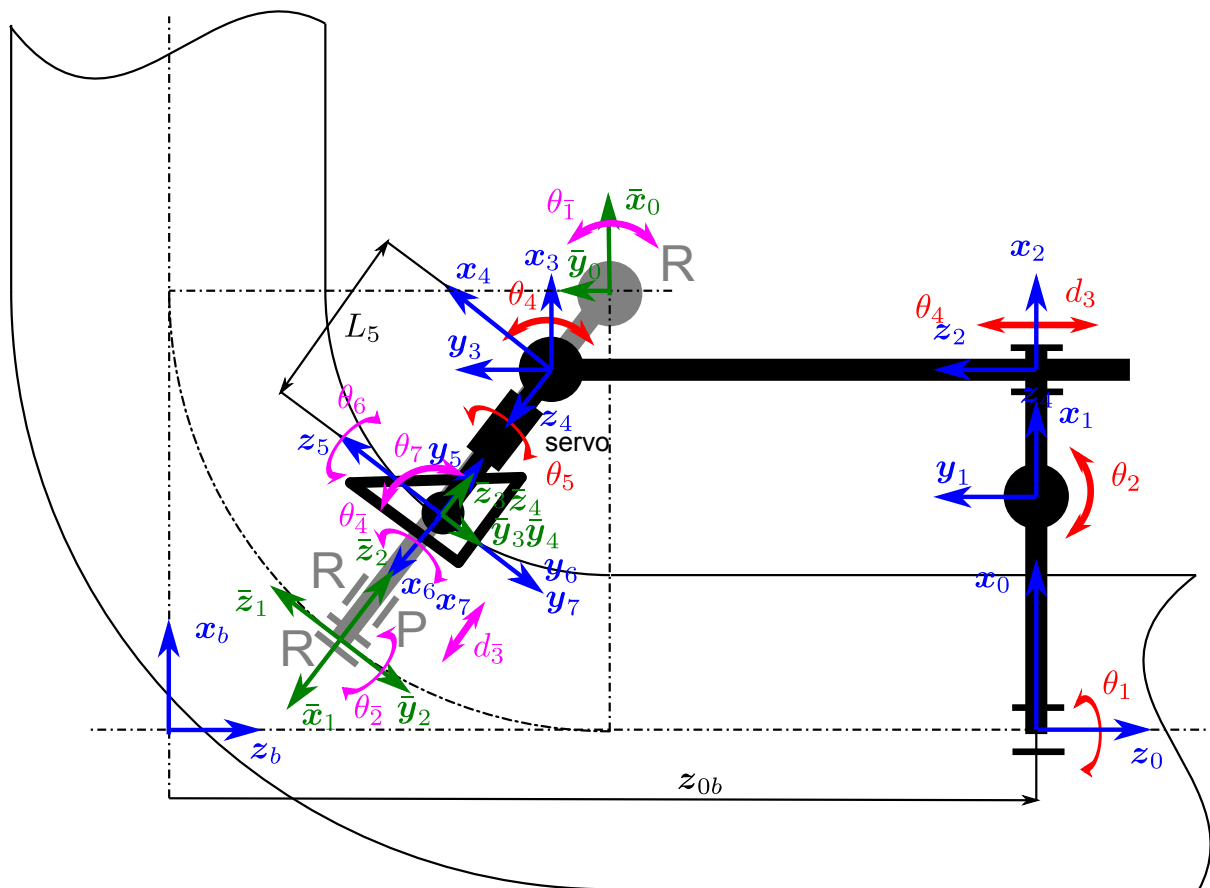
tak, aby poslední rameno vždy mířilo kolmo do osy potrubí v případě, že se koncový efektor pohybuje na hřbetu potrubí (na úsecích rozmítání bylo ϕ voleno konstantní).

i	d_i	θ_i	a_i	α_i	$q_{i_{HOME}}$
1	0	θ_1	L_1	$-\frac{\pi}{2}$	0
2	L_2	θ_2	L_3	$-\frac{\pi}{2}$	0
3	d_3	0	0	$\frac{\pi}{2}$	d_{3h}
4	L_4	θ_4	0	$-\frac{\pi}{2}$	0
5	L_5	θ_5	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$
6	0	θ_6	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$
7	0	θ_7	0	0	0

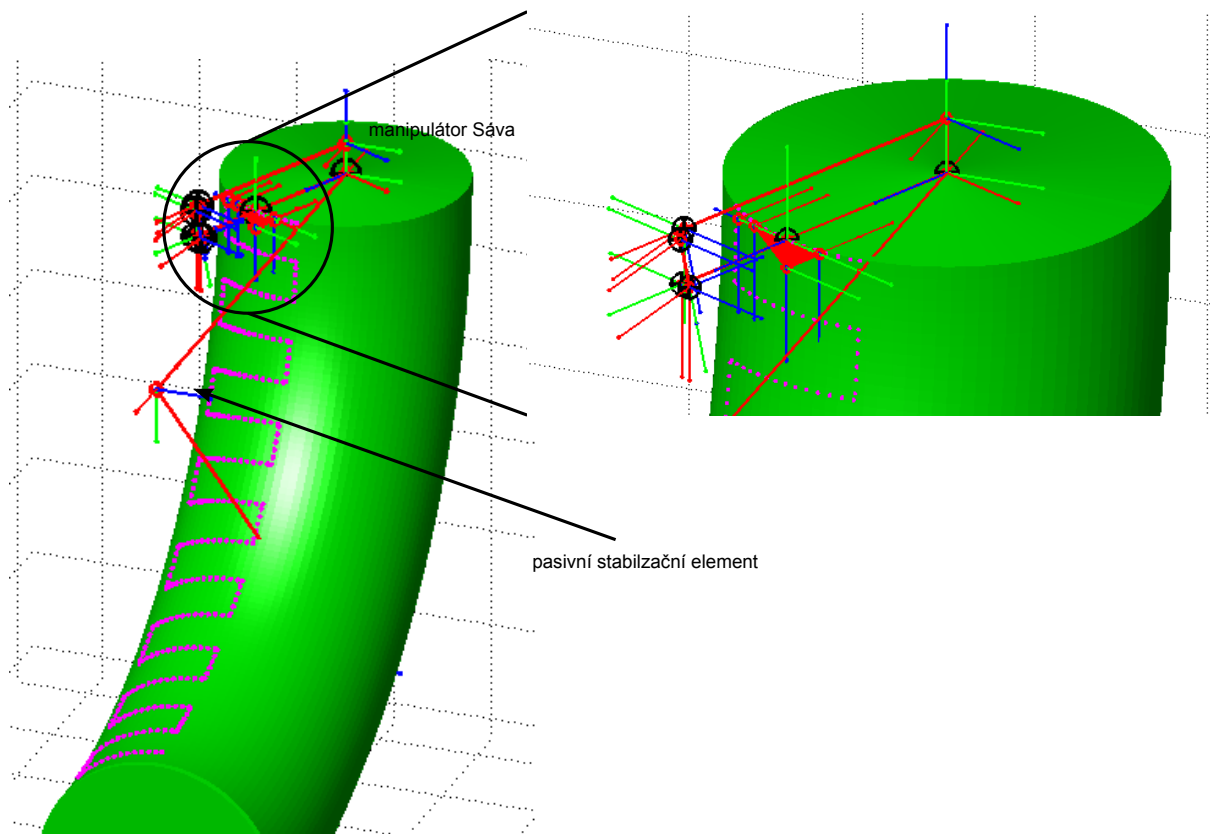
Tabulka 2: D-H parametry aktivního kinematického řetězce rozšířeného modelu. Délkové parametry $L_1 \dots L_4$ jsou shodné s popisem základního kinematického modelu na Obrázku 6

\bar{i}	\bar{d}_i	$\bar{\theta}_i$	\bar{a}_i	$\bar{\alpha}_i$	$\bar{q}_{i_{HOME}}$
$\bar{1}$	0	$\bar{\theta}_1$	$R_2 + R_1$	$\frac{\pi}{2}$	$> \frac{\pi}{2}$
$\bar{2}$	0	$\bar{\theta}_2$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$\bar{3}$	\bar{d}_3	0	0	0	R_1
$\bar{4}$	0	$\bar{\theta}_4$	0	0	0

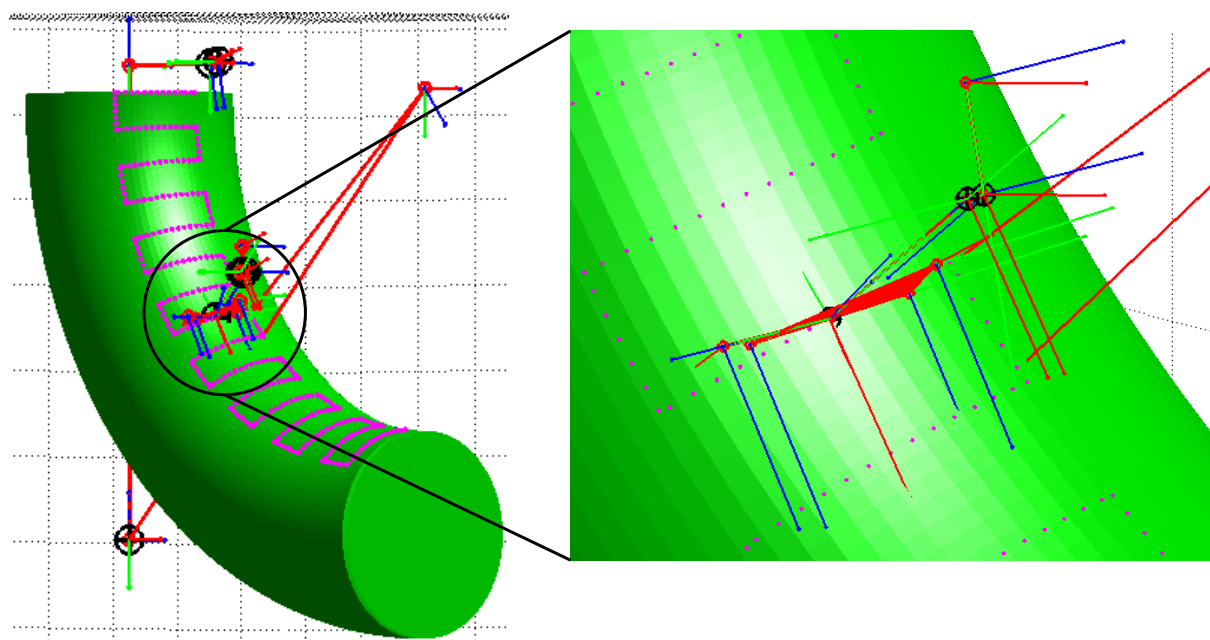
Tabulka 3: D-H parametry pasivního kinematického řetězce (stabilizačního elementu) rozšířeného modelu.



Obrázek 13: Uspořádání s.s. v rozšířeném modelu manipulátoru Sáva pro testování podélného svaru v kolenu. Šedě vyznačen kinematický řetězec pasivního stabilizačního elementu. Fialově jsou vyznačeny pasivní klouby.



Obrázek 14: Pohyb UZ sondy na ploše potrubí s konst. polohou serva θ_5 (orientace sondy na počátku pohybu)



Obrázek 15: Pohyb UZ sondy na ploše potrubí s konst. polohou serva θ_5 (patrná chyba v orientaci čela sondy)

Transformační vztahy mezi s.s. F_b a F_0 (základna pasivního stabilizačního elementu) a F_4 a F_7

umožňující uzavření aktivního a a pasivního kinematického řetězce jsou dány jako:

$$\mathbf{T}_0^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R_1 + R_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & R_1 + R_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_7^{\bar{4}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Podmínka uzavření kinematického řetězce modelující přítlak sondy na potrubí s testovaným svarem je dána jako:

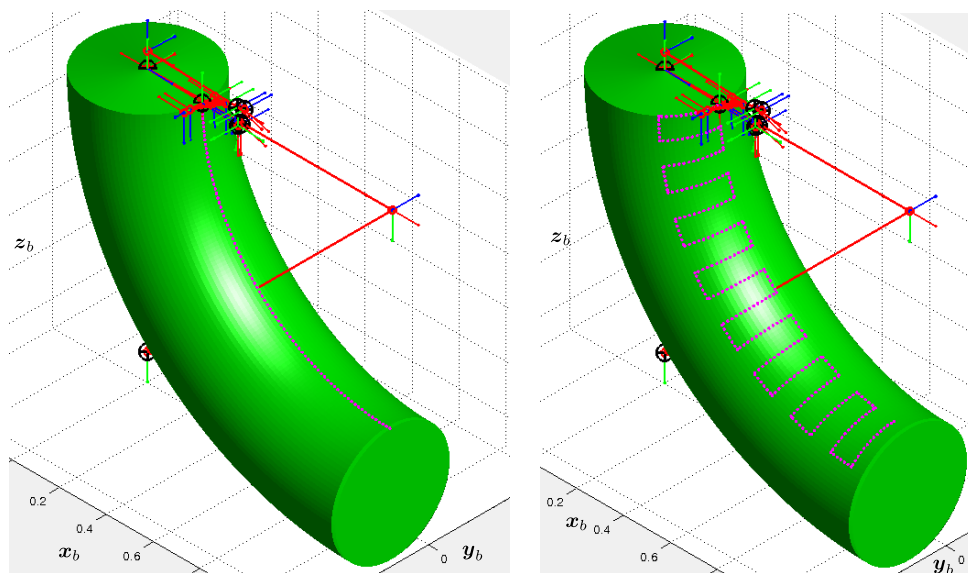
$$\mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_4^{\bar{0}} \mathbf{T}_7^{\bar{4}} \triangleq \mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_7^0 \quad (26)$$

kde $\mathbf{T}_4^{\bar{0}}$ lze vypočítat z DH parametrů pasivního stabilizačního elementu, viz Tabulka 3 a \mathbf{T}_7^0 z DH parametrů rozšířeného kinematického řetězce, viz Tabulka 2. Transformace \mathbf{T}_0^b je shodná se základním kinematickým modelem (kompensace polohy základny), viz (4).

3.2.2 Generátor podélného svaru v kolenu

Generátor podélného svaru musel být z původní verze [11] pozměněn kvůli nutnosti polohovat navíc servo θ_5 . Generované body počátku koncového efektoru \mathbf{O}_e a orientace posledního ramene ϕ zůstaly zachovány jako v původní verzi generátoru, tzn. generované body \mathbf{O}_e tvoří segmenty kružnic a orientace ϕ je odvozena přímo od parametrizačního parametru φ z parametrického vyjádření (28) trajektorie svaru, konkrétně $\phi = \frac{\pi}{2} - \varphi$. Poznamenejme, že generátor trajektorie podélného svaru v kolenu byl realizován ve dvou variantách pro vnitřní (intradós) a vnější (extradós) svar (viz vstupní parametry algoritmu generátoru). V této zprávě se však budeme zabývat pouze nástínem algoritmu pro vnitřní svar. Varianta pro vnější svar je s drobnými změnami analogická.

Varianta generátor bez rozmítání a s rozmítáním je znázorněna na Obrázku 16.



Obrázek 16: Podélný svar v kolenu

Vstupy generátoru:

- R_1 poloměr potrubí se svarem
- R_2 poloměr vnitřního ohybu kolene

ll	délka svaru v procentech
d	vzdálenost mezi segmenty rozmítání
L	délka segmentů rozmítání
c	vzdálenost dojezdu manipulátoru ke svaru
typ	= 0 vnitřní koleno = 1 vnější koleno
$N_{prejezd}$	vzdálenost mezi generovanými body v segmentu přejezdu
N_{mereni}	vzdálenost mezi generovanými body v segmentu měření
$trajectoryDir$	poloha generované trajektorie vzhledem ke svaru - nalevo, napravo (CW, CCW)

Výstupy generátoru:

\mathbf{O}_e	zobecněné souřadnice x, y, z (poloha koncového efektoru) ekvidistantně rozložené koincidenční body (dle $N_{prejezd}$, N_{mereni})
ϕ	orientace posledního ramene manipulátoru (konstantní hodnota)
θ_5	požadované natočení serva
$indexPrejezd$	indexy (pořadí) bodů, ve kterých dochází k rozmítání

Parametrizace trajektorie koncového efektoru \mathbf{O}_e vzhledem k s.s. F_b podélného svaru v kolenu lze psát jako, Obrázek 17 ilustruje zavedení přídatného s.s. F_1 , převzato z [11]:

Transformační matice ze s.s. F_0 do s.s. F_1 včetně zohlednění orientace při usazení pojezdu manipulátoru na potrubí:

$$\mathbf{T}_1^b(\varphi) = \begin{bmatrix} & & & \\ & \mathbf{R}_1^b & & \mathbf{O}_1^b \\ & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

kde

$$\mathbf{O}_1^b = \begin{bmatrix} (R_1 + R_2) \cos(\varphi + \pi) + R_1 + R_2 \\ 0 \\ (R_1 + R_2) \sin(\varphi + \pi) + R_1 + R_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_1^b = \begin{bmatrix} \cos(-\varphi) & 0 & \sin(-\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\varphi) & 0 & \cos(-\varphi) \end{bmatrix}$$

Výsledný vztah pro výpočet polohy koncového efektoru manipulátoru bude dán vztahem:

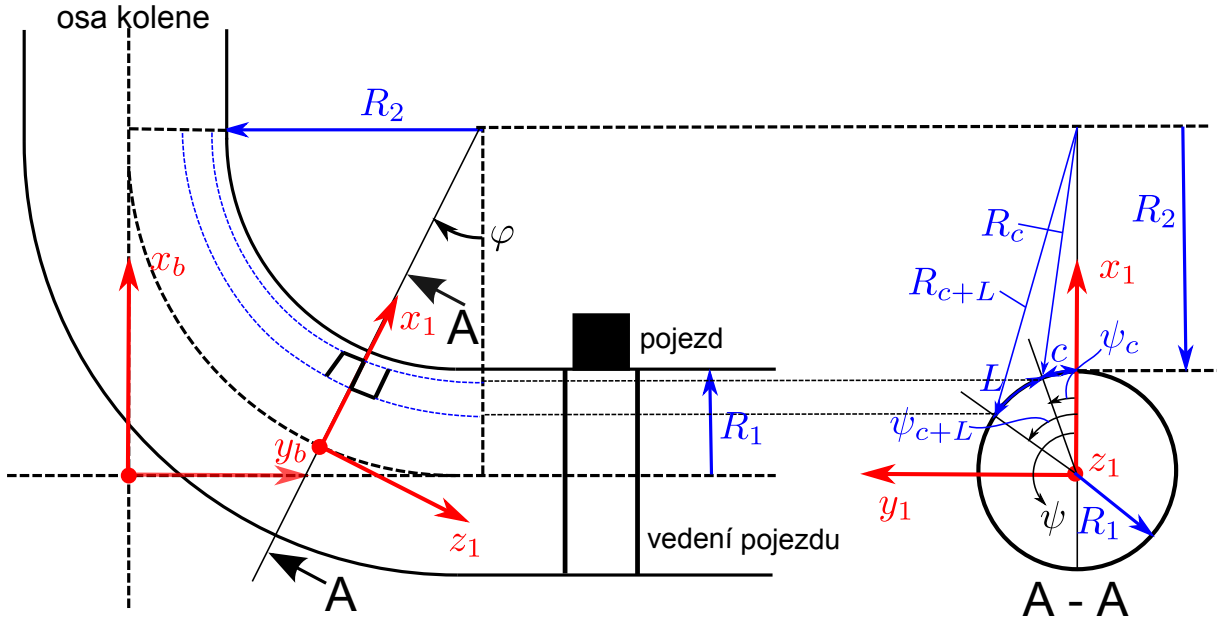
$$\begin{bmatrix} \mathbf{O}_e^b \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_1^b(\varphi) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{O}_e^1(\psi) \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{kde} \quad \mathbf{O}_e^1(\psi) = \begin{bmatrix} R_1 \cos(\psi) \\ R_1 \sin(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

kde $\varphi = \varphi(t)$ je parametr parametrizující pohyb ve směru osy kolene a $\psi = \psi(t)$ je parametr parametrizující rozmítání.

Opět vzhledem k přirozené parametrizaci segmentů přímky a kružnice lze parametry $\phi(t)$, $\psi(t)$ vyjádřit lineárně z požadované ujeté dráhy jako (podrobněji opět v [11]):

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{s(t)}{R_\star} \quad (\text{pro pohyb podél svaru}) \\ \psi(t) &= \frac{s(t)}{R_1} \quad (\text{pro pohyb pro rozmítání}) \end{aligned} \quad (29)$$

kde $R_\star = \{R_c, R_{c+L}\}$ jsou poloměry kružnic podél osy svaru ve vzdálenostech c a $c+L$ od koruny svaru, viz Obrázek 17.

Obrázek 17: zavedení pomocného s.s. F_1 pro parametrizaci podélného svaru v kolenu

Nástin výpočtu požadované orientace serva θ_5

Nyní známe požadovanou polohu $\mathbf{O}_e^b = \mathbf{O}_7^b$ (kompenzace polohy koncového efektoru se neuvažuje) a orientace koncového efektoru ϕ . Zároveň potřebujeme dopočítat polohu serva θ_5 tak, aby s.s. koncového efektoru F_7 (osa \mathbf{y}_7 reprezentuje čelo UZ sondy) byl orientován právě s osou \mathbf{y}_7 do roviny svaru. Dva DoF s.s. F_7 jsou zřejmě jednoznačně dány přtlakem UZ sondy na povrch potrubí s testovaným svarem.

Požadovaná orientace s.s. F_7 je dána maticí rotace \mathbf{R}_7^b a lze ji odvodit prostřednictvím kinematických transformací pasivního řetězce následovně, viz Obrázek 13):

Kloubová souřadnice $\theta_{\bar{1}}$ je dána:

$$\theta_{\bar{1}} = \text{atan2}(\mathbf{O}_7^{\bar{0}}[2], \mathbf{O}_7^{\bar{0}}[1]), \quad \text{kde} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{O}_7^{\bar{0}} \\ 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{T}_0^b)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{O}_7^b \\ 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Nyní lze stanovit souřadnice bodu \mathbf{O}_7 vzhledem k s.s. $F_{\bar{1}}$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{O}_7^{\bar{1}} \\ 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{T}_{\bar{1}}^{\bar{0}})^{-1} \mathbf{O}_7^{\bar{0}} \quad (31)$$

kde $\mathbf{T}_{\bar{1}}^{\bar{0}}(\theta_{\bar{1}})$ je nyní známá transformace pro vypočítanou souřadnici $\theta_{\bar{1}}$.

Tečná poloha plochy UZ sondy k potrubí s testovaným svarem určuje jednoznačně směr osy \mathbf{x}_7 vzhledem k s.s. F_b :

$$\mathbf{x}_7^b = \mathbf{R}_1^b \cdot \frac{-\mathbf{O}_7^{\bar{1}}}{\|\mathbf{O}_7^{\bar{1}}\|} \quad (32)$$

kde $\mathbf{R}_1^b = \mathbf{R}_0^b \mathbf{R}_{\bar{1}}^{\bar{0}}$ lze získat ze známých homogenních transformačních matic (25) a $\mathbf{R}_{\bar{1}}^{\bar{0}} = \mathbf{T}_{\bar{1}}^{\bar{0}}[1 : 3, 1 : 3]$.

Natočení čela sondy je dáno orientací osy \mathbf{y}_7 (tečný směr ke kružnici trajektorie rozmítání):

$$\mathbf{y}_7^b = \mathbf{R}_1^b \mathbf{y}_7^{\bar{1}}, \quad \text{kde} \quad \mathbf{y}_7^{\bar{1}} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{O}_7^{\bar{1}}[1]^2 + \mathbf{O}_7^{\bar{1}}[2]^2}} \begin{bmatrix} -\mathbf{O}_7^{\bar{1}}[2] \\ \mathbf{O}_7^{\bar{1}}[1] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Z definice pravotočivých s.s. lze dopočítat osu $\mathbf{z}_7^b = \mathbf{x}_7^b \times \mathbf{y}_7^b$ a tedy celou požadovanou orientaci s.s. F_7 jako:

$$\mathbf{R}_7^b = [\mathbf{x}_7^b \quad \mathbf{y}_7^b \quad \mathbf{z}_7^b] \quad (34)$$

Kompletní požadovaná poloha a orientace koncového efektoru je tedy určena souřadnicemi \mathbf{O}_7^b , ϕ , \mathbf{R}_7^b , tzn. celkem 3 translační DoF (souřadnice \mathbf{O}_7^b), 2 rotační DoF (1 DoF odpovídá orientaci posledního ramene, 1 DoF odpovídá orientaci nosu sondy - obsažena v \mathbf{R}_7^b .) Úkolem IGM manipulátoru pro podélný svar v kolenu je tedy nalezení transformace:

$$\{\mathbf{O}_7^b, \mathbf{R}_7^b, \phi\} \rightarrow \{\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5\} \quad (35)$$

S ohledem na základní kinematický model manipulátoru (který je implementován v reálném řídicím systému) je tedy nutné IGM počítat za účelem stanovení právě θ_5 , neboť výstupem generátoru trajektorie jsou zobecněné souřadnice základního kinematického modelu:

$$\mathbf{X} = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta_5]^T, \quad \mathbf{O}_7^b = [x \quad y \quad z]^T$$

Řešení IGM pro kloubové souřadnice $\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4$ je identické jako v případě základního kinematického v Kapitole 2.2 modelu pro $x_k = y_k = z_k = \phi_k = 0$ a nahrazením $\mathbf{O}_e \rightarrow \mathbf{O}_5$ (počátek koncového efektoru je v rozšířeném kinematickém modelu dán bodem $\mathbf{O}_5 = \mathbf{O}_6 = \mathbf{O}_7$, viz Obrázek 13). Tedy

$$\{\mathbf{O}_7^b, \phi\} \rightarrow \{\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4\}$$

Hodnoty natočení serva θ_5 a pasivních kloubových souřadnic θ_6, θ_7 nosné konstrukce UZ sondy lze vypočítat dle následujícího postupu:

Matice rotace \mathbf{R}_4^b lze získat z vypočtených kloubových souřadnic $\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4$, a tedy známých homogenních transformačních matic \mathbf{T}_i^{i-1} pro $i = \{0, 1, 2, 3, 4\}$:

$$\mathbf{T}_4^b = \mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_3^2 \mathbf{T}_4^3 \Rightarrow \mathbf{R}_4^b = \mathbf{T}_4^b[1 : 3, 1 : 3] \quad (36)$$

A z požadované orientace dané maticí rotace \mathbf{R}_7^b lze získat matici rotace s.s. F_7 vzhledem k s.s. F_4 :

$$\mathbf{R}_7^4 = \left(\mathbf{R}_4^b\right)^T \mathbf{R}_7^b \quad (37)$$

Porovnáním známé \mathbf{R}_7^4 s jejím symbolickým vyjádřením pro neznámé $\theta_5, \theta_6, \theta_7$ lze získat kompletní řešení IGM rozšířeného kinematického modelu:

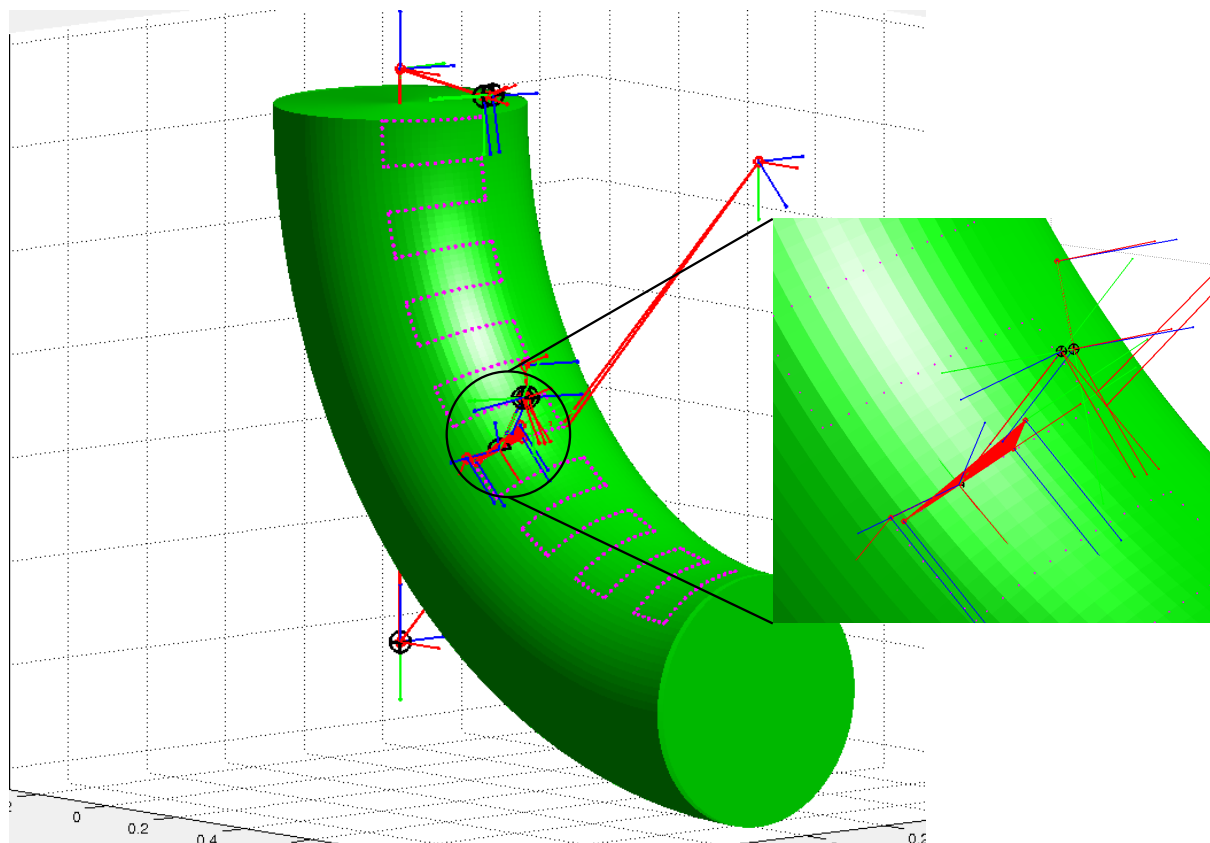
$$\theta_6 = \text{atan2}(s_6, c_6), \quad \text{kde} \quad s_6 = \pm \sqrt{\mathbf{R}_7^4[3, 1]^2 + \mathbf{R}_7^4[3, 2]^2}, \quad c_6 = -\mathbf{R}_7^4[3, 3] \quad (38)$$

$$\theta_5 = \text{atan2}(s_5, c_5), \quad \text{kde} \quad s_5 = \frac{-\mathbf{R}_7^4[2, 3]}{s_6}, \quad c_5 = -\frac{-\mathbf{R}_7^4[1, 3]}{s_6} \quad (39)$$

$$\theta_7 = \text{atan2}(s_7, c_7), \quad \text{kde} \quad s_7 = -s_5 \mathbf{R}_7^4[2, 1] + \mathbf{R}_7^4[1, 1] s_5, \quad c_7 = \frac{c_5 \mathbf{R}_7^4[1, 1] + \mathbf{R}_7^4[2, 1] s_5}{s_6} \quad (40)$$

Vztah (39) vrací hledanou hodnotu natočení serva.

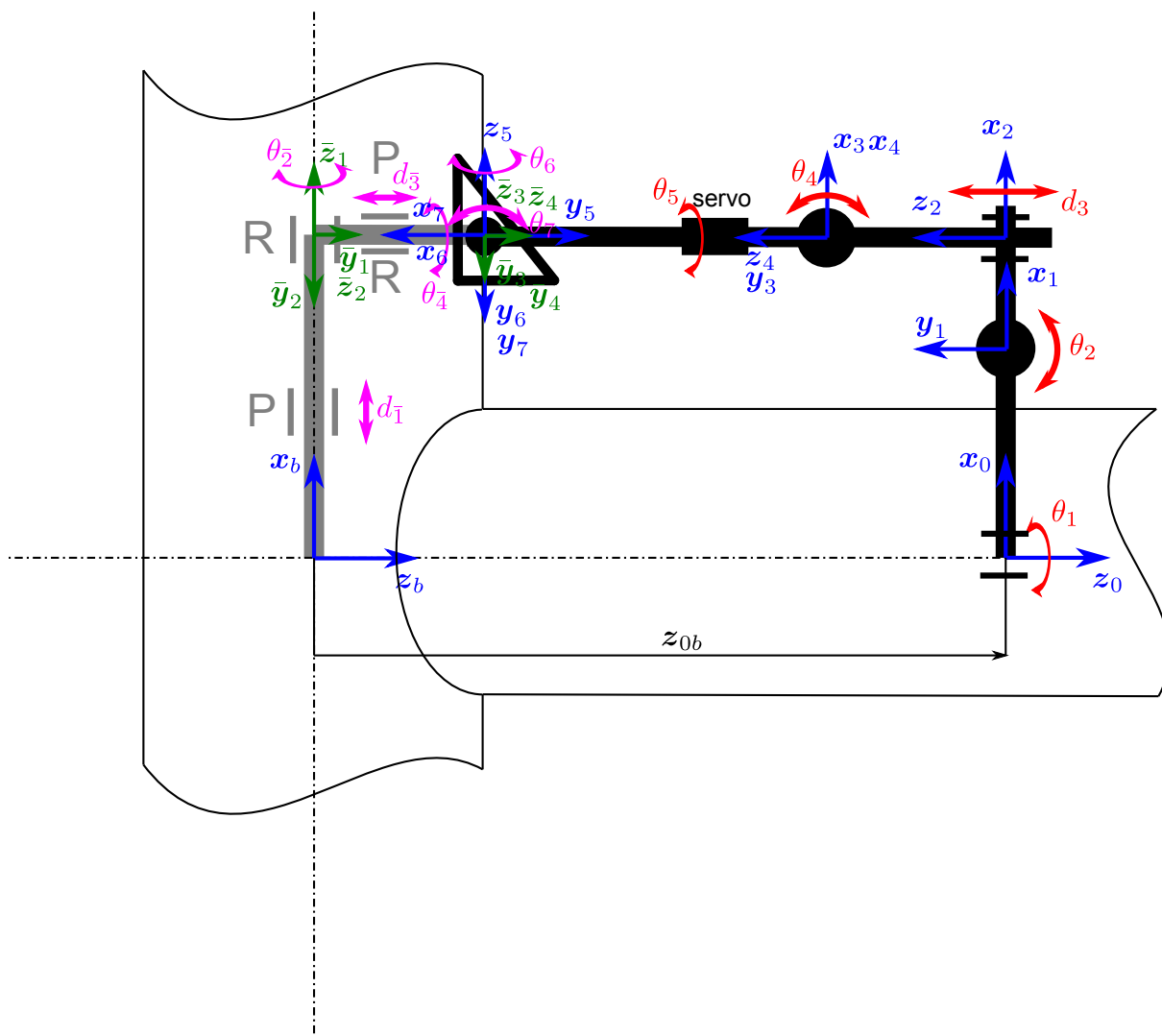
Pohyb manipulátoru po trajektorii podélného svaru v kolenu (vnitřní svar) s rozmítáním s využitím výše uvedených výpočtů zobecněných souřadnic x, y, z, ϕ, θ_5 je znázorněn na Obrázku 18.



Obrázek 18: Pohyb UZ sondy na ploše potrubí - správné orientování nosu sondy díky natočení serva θ_5

3.2.3 Rozšířený kinematický model manipulátoru (svar nátrubku)

V případě generátoru svaru nátrubku je situace velmi podobná jako v případě podélného svaru v kolenu. Kinematický řetězec reprezentující manipulátor Sáva včetně modelu nosné konstrukce UZ sondy je identický jako v Kapitole 3.2.1, včetně DH parametrů uvedených v Tabulce 2. Kinematický řetězec pasivního stabilizačního elementu zajišťující omezení pohybu UZ sondy na povrchu průběžného potrubí nátrubku je však odlišný, viz Obrázek 19. DH parametry tohoto pasivního kinematického řetězce jsou uvedeny v Tabulce 4.



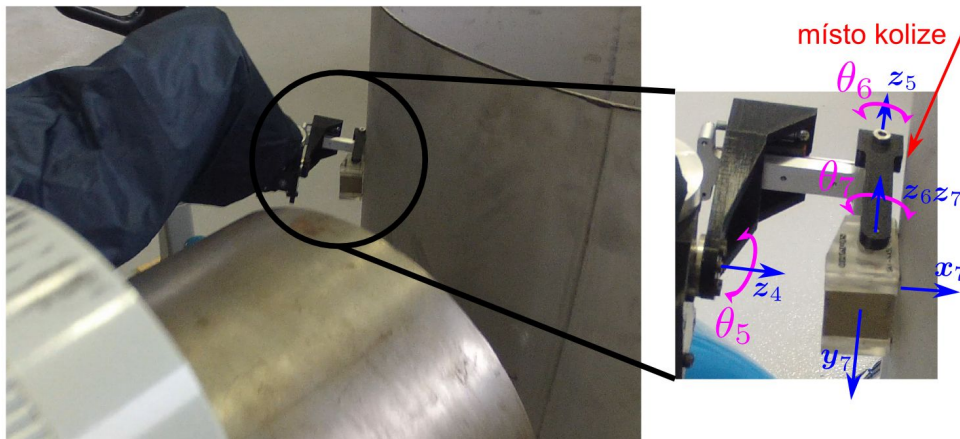
Obrázek 19: Uspořádání s.s. v rozšířeném modelu manipulátoru Sáva pro testování svaru nátrubku. Šedě vyznačen kinematický řetězec pasivního stabilizačního elementu. Fialově jsou vyznačeny pasivní klouby.

\bar{i}	$d_{\bar{i}}$	$\theta_{\bar{i}}$	$a_{\bar{i}}$	$\alpha_{\bar{i}}$	$q_{i_{HOME}}$
$\bar{1}$	$d_{\bar{1}}$	0	0	0	$L_1 + L_3$
$\bar{2}$	0	$\theta_{\bar{2}}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	0
$\bar{3}$	$d_{\bar{3}}$	0	0	0	$z_{0b} - L_5 - d_{3h}$
$\bar{4}$	0	$\theta_{\bar{4}}$	0	0	0

Tabulka 4: D-H parametry pasivního kinematického řetězce (stabilizačního elementu) rozšířeného modelu.

Opět je možné ukázat, že pasivní natočení serva θ_5 nezajišťuje korektní natočení čela sondy kolmo do roviny svaru. Pro svar nátrubku navíc nastává další klíčový problém. Z důvodu mechanického uspořádání nosné konstrukce UZ sondy, viz Obrázek20 dochází v případě původního voleného polohování orientace posledního ramene ϕ ke kolizi nosné konstrukce UZ sondy s průběžným potrubím, na kterém se sonda pohybuje. Tento problém nenastával u podélného svaru kolene, kde zobecněná souřadnice ϕ natočení posledního ramene manipulátoru byla volena nezávisle (úhel

byl diktován dle požadavku natočení posledního ramene z generátoru svaru). Experimentální vývojem se tak ukázalo, že pro řešení IGM je vhodné nahradit zobecněnou souřadnici ϕ souřadnicí θ_7 natočení klínu UZ sondy v nosné konstrukci, tedy jinými slovy využít volný nezávislý parametr ϕ orientování posledního ramene k docílení požadované orientace θ_7 klínu UZ sondy (a zabránit tak kolizi nosné konstrukce s potrubím).



Obrázek 20: Nosná konstrukce klínu UZ sondy

Transformační vztahy mezi s.s. F_b a F_0^b (základna pasivního stabilizačního elementu) a F_4^b a F_7 umožňující uzavření aktivního a pasivního kinematického řetězce jsou dány jako:

$$\mathbf{T}_0^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_7^{\bar{4}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Podmínka uzavření kinematického řetězce modelující přítlak sondy na potrubí s testovaným svarem je dána jako:

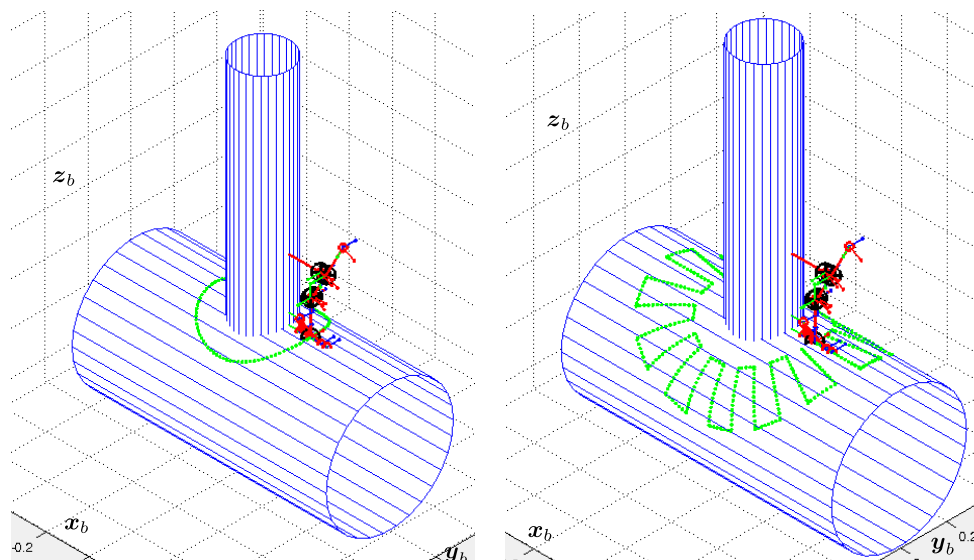
$$\mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_4^{\bar{0}} \mathbf{T}_7^{\bar{4}} \triangleq \mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_7^0 \quad (42)$$

kde $\mathbf{T}_4^{\bar{0}}$ lze vypočítat z DH parametrů pasivního stabilizačního elementu, viz Tabulka 4 a \mathbf{T}_7^0 z DH parametrů rozšířeného kinematického řetězce, viz Tabulka 2. Transformace \mathbf{T}_0^b je shodná se základním kinematickým modelem (kompensace polohy základny), viz (4).

3.2.4 Generátor svaru nátrubku

Generátor svaru nátrubku byl opět v porovnání s původní verzí [11] pozměněn z důvodu nutnosti polohování serva θ_5 a výpočtu natočení posledního ramene ϕ za účelem zabránění kolizí nosné konstrukce UZ sondy (požadovaným orientováním θ_7). V případě svaru nátrubku bohužel parametrizace křivky průniku dvou válcových ploch (tzv. Steinmetzova křivka) a elipsy (pro segmenty rozmítání) nesplňuje podmínky přirozené parametrizace. Z tohoto důvodu by vyvinut numerický algoritmus výpočtu požadovaných parametrizačních parametrů odpovídajícím délkovým rozměrům segmentů trajektorie (délka rozmítání L , vzdálenost segmentů rozmítání d , vzdálenost od svaru c), podrobněji v [11], [14].

Varianta generátor bez rozmítání a s rozmítáním je znázorněna na Obrázku 21.



Obrázek 21: Svar nátrubku

Vstupy generátoru:

R_1	poloměr potrubí s manipulátorem
R_2	poloměr průběžného potrubí
d	vzdálenost mezi segmenty rozmítání
L	délka segmentů rozmítání
c	vzdálenost dojezdu manipulátoru ke svaru
$N_{prejezd}$	vzdálenost mezi generovanými body v segmentu přejezdu
N_{mereni}	vzdálenost mezi generovanými body v segmentu měření
$trajectoryDir$	směr pohybu manipulátoru kolem potrubí (CW, CCW)

Výstupy generátoru:

O_e	zobecněné souřadnice x, y, z (poloha koncového efektoru) ekvidistantně rozložené koincidenční body (dle $N_{prejezd}, N_{mereni}$)
ϕ	orientace posledního ramene manipulátoru (konstantní hodnota)
θ_5	požadované natočení serva
$indexPrejezd$	indexy (pořadí) bodů, ve kterých dochází k rozmítání

Parametrizace trajektorie koncového efektoru O_e vzhledem k s.s. F_b svaru nátrubku lze psát jako, převzato z [11]:

Pro parametrizaci průsečíků válcových ploch:

$$O_e^b = \Phi(\phi) = \begin{bmatrix} -R_1 \sin(\varphi) \\ R_1 \cos(\varphi) \\ \sqrt{R_2^2 - R_1^2 + R_1^2 (\sin(\varphi))^2} \end{bmatrix} \quad (43)$$

kde $\varphi = \varphi(t)$ je parametr parametrizující pohyb podél průniku válcových ploch.

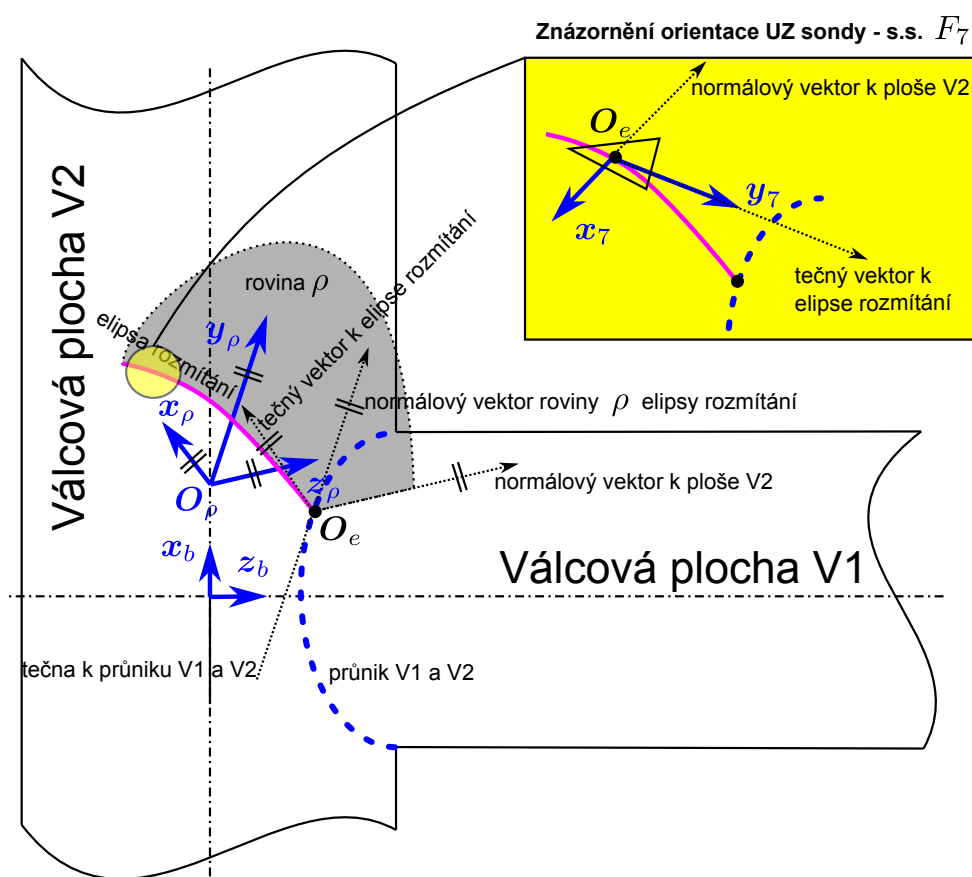
Pro parametrizaci úseků rozmítání:

V původní variantě generátoru [11] byly volena jako trajektorie rozmítání úsek elipsy, která vznikne průnikem válce průběžného potrubí a roviny procházející počátkem s.s. F_b s normálovým vektorem kolmým k ose z_b . Při ověření na kinematickém modelu manipulátoru Sáva s

modelovanou nosnou konstrukcí UZ sondy se však ukázalo, že takto vzniklá trajektorie rozmítání nevyhovuje z důvodu najíždění UZ sondy nikoliv kolmo k rovině svaru (průniku válcových ploch). Korektní trajektorie rozmítání vzniká jako elipsa průnikem průběžného potrubí a roviny procházející aktuálním bodem O_e na průniku válcových ploch s normálovým vektorem shodným s tečným vektorem průniku těchto válcových ploch. Dostáváme tak pomocný s.s. F_ρ definovaný vzhledem k s.s. F_b homogenní transformační maticí, viz Obrázek 22:

$$\mathbf{T}_\rho^b = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{c_\varphi B}{AR_2} & -\frac{s_\varphi}{A} & \frac{R_1 c_\varphi}{R_2} & 0 \\ \frac{s_\varphi R_2}{AB} & \frac{c_\varphi}{A} & 0 & R_1 s_\varphi \\ -\frac{c_\varphi R_1}{AR_2} & \frac{R_1 s_\varphi c_\varphi}{AB} & \frac{B}{R_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (44)$$

kde $A = \sqrt{(c_\varphi^4 R_1^2 - R_2^2)/(-R_2^2 + R_1^2 c_\varphi^2)}$, $B = \sqrt{R_2^2 - R_1^2 c_\varphi^2}$



Obrázek 22: Zavedení pomocného s.s. F_ρ

Úseky rozmítání tvořené elipsami lze parametrizovat jednoduše vzhledem k s.s. F_ρ a následně přepočítat prostřednictvím \mathbf{T}_ρ^b zpět do s.s. F^b :

$$\begin{bmatrix} O_e^b \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\rho^b \begin{bmatrix} -a \cos(\psi) \\ 0 \\ b \sin(\psi) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

kde $a = R_2 \sqrt{(c_\varphi^4 R_1^2 - R_2^2)/(c_\varphi^2(-R_2^2 + R_1^2 c_\varphi^2))}$, $b = R_2$ jsou poloosy elipsy a $\psi = \psi(t)$ je parametr parametrizující rozmítání po elipse.

Poznamenejme, že výpočet parametrizačních parametrů φ a ψ je počítán z požadovaných vzdáleností a délek segmentů trajektorie výše uvedeným numerickým algoritmem.

Nástin výpočtu požadované orientace serva θ_5 a orientace posledního ramene ϕ

Obdobně jako u podélného svaru v kolenu v Kapitole 3.2.2 nyní známe požadovanou polohu $\mathbf{O}_e^b = \mathbf{O}_7^b$ (kompenzace polohy koncového efektoru opět neuvažujeme). Požadovaná orientace UZ sondy $\mathbf{R}_7^b = \mathbf{R}_7^b$ na povrch potrubí s testovaným svarem (2 DoF orientace UZ sondy jsou opět dány přitlakem k potrubí a jeden DoF orientací čela sondy) lze odvodit z Obrázku 19 a Obrázku 22 následovně:

Osa \mathbf{y}_7 (čelo sondy) je dána tečným vektorem k parametrizované elipse rozmítání (45):

$$\mathbf{y}_7^b = -\frac{\partial \mathbf{O}_e^b}{\partial \psi} = -\mathbf{R}_\rho^b \begin{bmatrix} a \sin(\psi) \\ 0 \\ b \cos(\psi) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_\rho^b = \mathbf{T}_\rho^b[1:3, 1:3] \quad (46)$$

$$\mathbf{y}_7^b = \frac{\mathbf{y}_7^b}{\|\mathbf{y}_7^b\|} \quad (47)$$

Osa \mathbf{x}_7 je dána přitlakem UZ sondy k válcové ploše jako:

$$\mathbf{x}_7^b = -\frac{1}{\sqrt{\mathbf{O}_e^b[2]^2 + \mathbf{O}_e^b[3]^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{O}_e^b[2] \\ \mathbf{O}_e^b[3] \end{bmatrix} \quad (48)$$

Z definice pravotočivých s.s. lze dopočítat osu $\mathbf{z}_7^b = \mathbf{x}_7^b \times \mathbf{y}_7^b$ a tedy celou požadovanou orientaci s.s. F_7 jako:

$$\mathbf{R}_7^b = [\mathbf{x}_7^b \quad \mathbf{y}_7^b \quad \mathbf{z}_7^b] \quad (49)$$

Kompletní požadovaná poloha a orientace koncového efektoru je tedy určena nyní známými souřadnicemi \mathbf{O}_7^b , požadovanou orientací \mathbf{R}_7^b (1 rotační DoF) a požadovaným úhlem θ_7 . Úkolem IGM manipulátoru pro svar nátrubku je tedy nalezení transformace:

$$\{\mathbf{O}_7^b, \mathbf{R}_7^b, \theta_7\} \rightarrow \{\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5\} \quad (50)$$

S ohledem na základní kinematický model manipulátoru (který je implementován v reálném řídicím systému) je tedy nutné IGM počítat za účelem stanovení právě ϕ a θ_5 , neboť výstupem generátoru trajektorie jsou zobecněné souřadnice základního kinematického modelu:

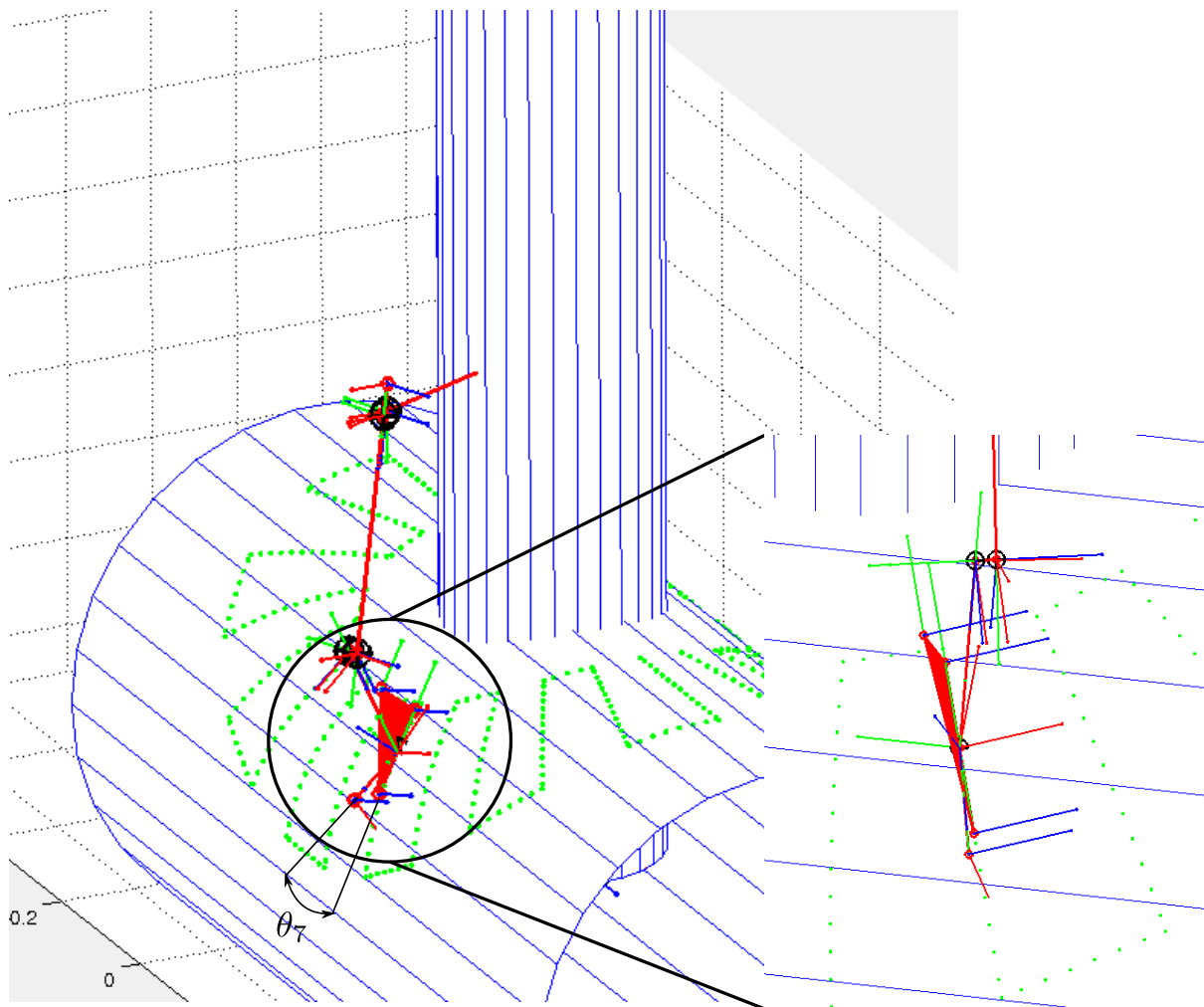
$$\mathbf{X} = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta_5]^T, \quad \mathbf{O}_7^b = [x \quad y \quad z]^T$$

Řešení IGM pro kloubovou souřadnici θ_1 je identické jako v případě základního kinematického v Kapitole 2.2 modelu pro $x_k = y_k = z_k = \phi_k = 0$ a nahrazením $\mathbf{O}_e \rightarrow \mathbf{O}_5$ (počátek koncového efektoru je v rozšířeném kinematickém modelu dán bodem $\mathbf{O}_5 = \mathbf{O}_6 = \mathbf{O}_7$, viz Obrázek 19).

Z nyní známé homogenní transformační matice $\mathbf{T}_1^b = \mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_1^0(\theta_1)$ a zadané orientace \mathbf{R}_7^b lze vypočítat kloubové souřadnice θ_5, θ_6 následovně:

$$\theta_5 = \text{atan2}(s_5, c_5), \quad \text{kde} \quad s_5 = -\sqrt{\mathbf{R}_6^1[3,1]^2 + \mathbf{R}_6^1[3,3]^2}, \quad c_5 = \mathbf{R}_6^1[3,2] \quad (51)$$

$$\theta_6 = \text{atan2}(s_6, c_6), \quad \text{kde} \quad s_6 = \frac{\mathbf{R}_6^1[3,3]}{s_5}, \quad c_6 = -\frac{\mathbf{R}_6^1[3,1]}{s_5} \quad (52)$$



Obrázek 23: Pohyb UZ sondy na ploše potrubí - správné orientování nosu sondy a klínu UZ sondy vzhledem k její nosné konstrukci (zde $\theta_7 = 20$ deg) díky natočení serva θ_5 a orientování posledního ramene manipulátoru ϕ

Poznamenejme, že postup odvození algoritmů pro uvedené generátory trajektorií v Kapitole 3 je pouze nastíněn a v reálných implementacích musí být řešeny další problémy, které zde uvádíme pouze v bodech:

- **Selhání výpočtu IGM ve specifických polohách**, např. v rovnici (40) dělení nulou pro $s_6 = 0$ (pro takovou situaci je výpočet vhodně modifikován)
- **Modifikace generátoru pro vnější podélný svar v kolenu**
- **Modifikace algoritmů pro dané směry pohybu (CW, CCW) a typy pohybu (bez/s rozmítáním)**
- **Výpočet všech pasivních kloubových souřadnic.** Vyřešení kompletního IGM pro celý paralelní kinematický řetězec je nezbytně nutné pro vytvoření modelu manipulátoru v prostředí SimMechanics. Přesto, že je poloha manipulátoru ze strukturální podstaty definována pro zadané aktivní kloubové souřadnice $\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5$, existuje více izolovaných řešení. Tzn. model vytvořený v SimMechanicsu musí být sestaven jednoznačně v poloze, kdy uspořádání ramen odpovídá prvnímu bodu trajektorie, což docílíme výpočtem všech (aktivních i pasivních) kloubů manipulátoru a výběrem vhodného řešení. Pokud je však

model manipulátoru vytvořen (sestaven) v jiném bodě, než je počáteční bod trajektorie, může dojít díky nespojitosti v aktivních kloubových souřadnicích k „vybrání“ nevhodného řešení výpočetním jádrem SimMechanicsu při zahájení pohybu manipulátoru.

- **Vlastní systematická tvorba modelu.** Za účelem rychlého návrhu prototypových nestandardních robotických architektur byla vytvořena v prostředí Matlab/Simulink/SimMechanics knihovna funkčních bloků reprezentující ramena a klouby otevřených a uzavřených kinematických řetězců. Současně byly implementovány generické algoritmy pro systematickou tvorbu kinematického modelu jako např.: automatická konfigurace modelu ze zadaných DH parametrů a typu kloubů případně dynamických parametrů (poloha těžišť, hmotnosti, momenty setrvačnosti), předdefinované funkce pro výpočet kinematických transformací implementované uživatelem, nástroje pro řešení okamžitých kinematických úloh (automatický výpočet jakobiánu a jeho časové derivace ze zadaného typu kloubů a DH parametrů otevřeného kinematického řetězce), aj.
- atd.

4 Interpolátory dat (koincidenčních bodů)

Generátory požadovaných trajektorií svarů v Kapitole 3 nám tedy poskytují koincidenční body v zobecněných souřadnicích manipulátoru

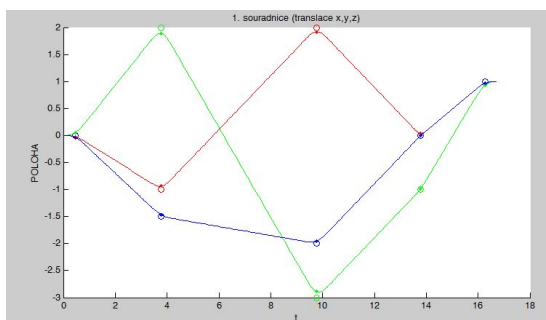
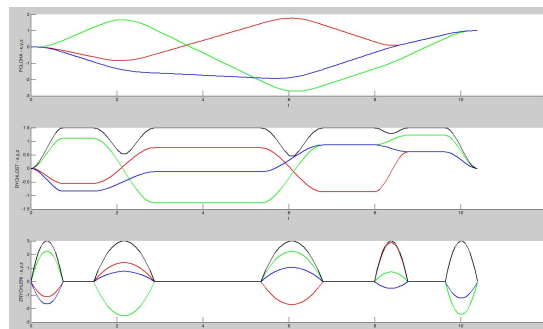
$$\mathbf{X} = [x \quad y \quad z \quad \phi]^T \quad (\text{pro obvodový a podélný svar})$$

$$\mathbf{X} = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta_5]^T \quad (\text{pro spodélný svar v kolenu a svar nátrubku})$$

, kterými má koncový efektor manipulátoru projet s požadovaným profilem tečné rychlosti a tečného zrychlení, viz Obrázek 9. V rámci projektu byla vytvořena relativně obsáhlá rešerše stávajících metod interpolace mezi zadanými body za účelem plánování trajektorie koncového efektoru manipulátoru s následujícími poznatky:

- **Standardní přístupy pro plánování pohybu koncového efektoru manipulátoru jako pohyb po lineárních segmentech mezi koincidenčními body s polynomiálním napojením**

Lineární segmenty jsou počítány z maximální požadované translační/rotační rychlosti v_{max} , segmenty polynomiálního napojení jsou počítány z požadavků maximálního povoleného translačního/rotačního zrychlení koncového efektoru či z požadavku na maximální vzdálenost projetí od koincidenčních bod. Poznamenejme, že metoda neprojízdí přesně koincidenčními body, ale pouze v jejich okolí. Přesto, že se takové metody v robotice úspěšně používají v aplikacích ručního plánování pohybu např. pick and place aplikacích, v případě velkého množství koincidenčních bodů se jeví jako nepoužitelné. V takovém případě dochází vlivem polynomiálního napojování k vybudování mechanické konstrukce manipulátoru dané zrychlením v napojovacích segmentech (přesto, že toto zrychlení má spojitý průběh), viz Obrázek 24.

(a) Koincidenční body - pouze translace (x, y, z) (b) Polohy, rychlosti, zrychlení souřadnic koincidenčních bodů, černě znázorněna tečná rychlost s hodnotou max. omezení $v_{max} = 1.5$ a zrychlení (celkové) s hodnotou max. omezení $a_{max} = 3$

Obrázek 24: Interpolátor - lineární segmenty s polynomiálním napojením

• Interpolace pomocí spline funkcí

Nejčastější přístup k interpolaci. Lze nalézt celou řadu interpolačních splinů, které zadané koincidenční body interpolují po částech (jednotlivých segmentech mezi koincidenčními body) s danými požadavky na derivace dle parametrizačního parametru v koincidenčních bodech (tedy na okrajích daných segmentů). Otevřenou otázkou ovšem zůstává, jaké podmínky na interpolační spliny (polynomiální funkce) ale volit. Přírozeným požadavkem je také druhá část úlohy a to, jak stanovit feedrate parametru parametrizujícího pohyb po interpolačních polynomech pro daný profil tečné rychlost, zrychlení.

Vývojem interpolátoru pro účely řízení manipulátoru Sáva se ukázalo, že nejvhodnějším interpolačním splinem je kubický polynom v uvedeném tvaru, který interpoluje všechny složky vektoru zobecněných souřadnic \mathbf{X} :

$$\begin{aligned}
 p_i^m(u) &= a_{i3}^m \varphi^3 + a_{i2}^m \varphi^2 + a_{i1}^m \varphi + a_{i0}^m & (56) \\
 \frac{\partial p_i^m(\varphi)}{\partial \varphi} &= 3a_{i3}^m \varphi^2 + 2a_{i2}^m \varphi + a_{i1}^m \\
 \frac{\partial^2 p_i^m(\varphi)}{\partial \varphi^2} &= 6a_{i3}^m \varphi + 2a_{i2}^m
 \end{aligned}$$

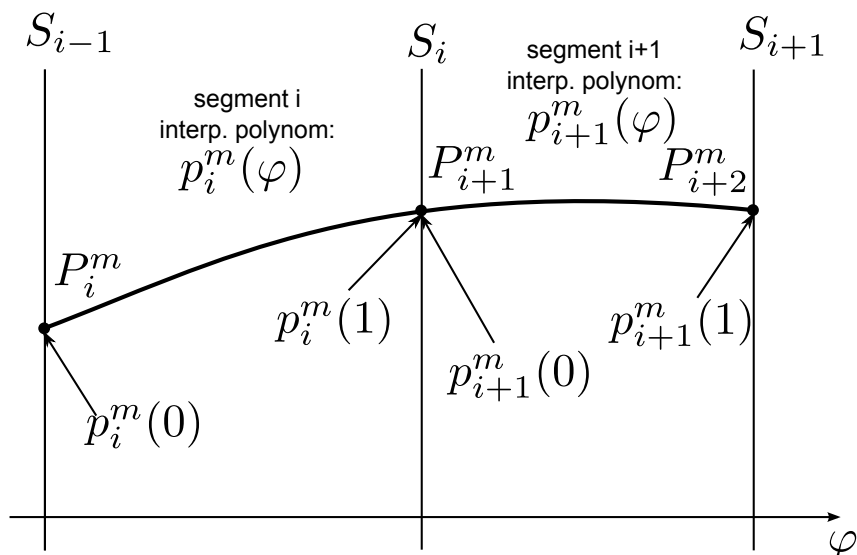
kde $p_i^m(\varphi)$ reprezentuje kubický polynom a $a_{i3}^m \dots a_{i0}^m$ jeho parametry v i -tém segmentu pro m -tou zobecněnou souřadnici $m = \{x, y, z, \phi, \theta_5\}$. $\varphi \in \langle 0, 1 \rangle$ je interpolační parametr podél polynomu.

Interpolační spline a jeho derivace dle parametru φ lze vektorově psát jako:

$$\begin{aligned}
 p_i^m(\varphi) &= [\varphi^3 \quad \varphi^2 \quad \varphi \quad 1] \cdot A_i^m & (57) \\
 \frac{\partial p_i^m(\varphi)}{\partial \varphi} &= [3\varphi^2 \quad 2\varphi \quad 1 \quad 0] \cdot A_i^m \\
 \frac{\partial^2 p_i^m(\varphi)}{\partial \varphi^2} &= [6\varphi \quad 2 \quad 0 \quad 0] \cdot A_i^m
 \end{aligned}$$

kde $A_i^m = [a_{i3}^m \quad a_{i2}^m \quad a_{i1}^m \quad a_{i0}^m]^T$.

Uvažujme nyní N daných koincidenčních bodů P_i^m , $i = 1 \dots N$ (z generátorů trajektorie svarů pro všechny složky \mathbf{X}), viz Obrázek 25. Okrajové podmínky v koincidenčních bodech pro interpolační polynom $p_i^m(\varphi)$ jsou dány následovně:



Obrázek 25: Interpolace po částech polynomiální funkcí v segmentech mezi koincidenčními body

Spojítost v koincidenčních bodech P_i^m :

$$\begin{aligned} [0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot A_i^m &= P_i^m \\ [1 \ 1 \ 1 \ 1] \cdot A_i^m &= P_{i+1}^m \end{aligned} \quad (58)$$

\Rightarrow pro $i = 1 \dots N - 1$ dohromady $2N - 2$ rovnic.

Spojítost prvních derivací dle φ ve vnitřních bodech segmentů (spojítost rychlosti dle φ):

$$[3 \ 2 \ 1 \ 0] \cdot A_i^m = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \cdot A_{i+1}^m \quad (59)$$

\Rightarrow pro $i = N - 2$, dohromady $N - 2$ rovnic.

Spojítost druhých derivací dle φ ve vnitřních bodech segmentů (spojítost zrychlení dle φ):

$$[6 \ 2 \ 0 \ 0] \cdot A_i^m = [0 \ 2 \ 0 \ 0] \cdot A_{i+1}^m \quad (60)$$

\Rightarrow pro $i = 1 \dots N - 2$, dohromady $N - 2$ rovnic.

Nulová druhá derivace dle φ v prvním a posledním koincidenčním bodě (nulové zrychlení dle φ):

$$\begin{aligned} [0 \ 2 \ 0 \ 0] \cdot A_1^m &= \mathbf{0} \\ [6 \ 2 \ 0 \ 0] \cdot A_{N-1}^m &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (61)$$

\Rightarrow , dohromady 2 rovnice.

Bylo simulačně ukázáno, že volbou právě uvedených podmínek v koincidenčních bodech klademe na tvar výsledného spline minimální nutné požadavky, a to pouze strukturálně (tzn. nediktujeme konkrétní hodnoty směrových derivací v koincidenčních bodech). Z toho plyne, že spline se chová přirozeně s minimálními požadavky na rázy v rychlosti/zrychlení dle interpolačního parametru φ (potažmo později v rychlosti a zrychlení ve smyslu časových derivací).

Celkem tak dostáváme $4N - 4$ rovnic pro právě $4(N - 1)$ neznámých parametrů A_i^m $i = 1 \dots N - 1$ polynomů, tedy existuje právě jediné řešení soustavy lineárních rovnic, kterou lze souhrnně zapsat

z rovnic (58-61) jako (příklad pro $N = 4 \Rightarrow 3$ segmenty):

$$\begin{bmatrix} \varphi_0^3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \varphi_0^3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \varphi_0^3 \\ \hline \varphi_1^3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \varphi_1^3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \varphi_1^3 \\ \hline \varphi_1^2 & -\varphi_0^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \varphi_1^2 & -\varphi_0^2 \\ \mathbf{0} & -\varphi_1^1 & \mathbf{0} \\ \hline \varphi_0^1 & \mathbf{0} & -\varphi_0^1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \varphi_1^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1^m \\ A_2^m \\ A_3^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^m \\ P_2^m \\ P_3^m \\ \hline P_2^m \\ P_3^m \\ P_4^m \\ \hline \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (62)$$

kde

$$\begin{aligned} \varphi_0^3 &= [0 \ 0 \ 0 \ 1], & \varphi_1^3 &= [1 \ 1 \ 1 \ 1] \\ \varphi_0^2 &= [0 \ 0 \ 1 \ 0], & \varphi_1^2 &= [3 \ 2 \ 1 \ 0] \\ \varphi_0^1 &= [0 \ 2 \ 0 \ 0], & \varphi_1^1 &= [6 \ 2 \ 0 \ 0] \end{aligned}$$

Poznamenejme, že z podstaty struktury interpolačního spline, musí být soustava rovnic (62) řešena najednou pro všechny koincidenční body, což vede na řešení rozsáhlé soustavy lineárních rovnic s řídkou maticí.

V případě, že máme interpolovány koincidenční body, tzn. známe parametry všech interpolačních polynomů v jednotlivých segmentech, musíme nyní řešit již dříve zmíněný problém výpočtu interpolačního parametru φ s ohledem na požadovaný profil tečné rychlosti/zrychlení podél trajektorie (feedrate). Lze bohužel ukázat, že pro kubický polynom $p_i^m(\varphi)$ není možné analyticky vypočítat ujetou dráhu $s(\varphi)$, analogicky dle vztahu (18):

$$s(\varphi(t)) = \int_0^{\varphi(t)} \left\| \frac{\partial \Phi(\varphi(t))}{\partial \varphi(t)} \right\| d\varphi(t), \quad \Phi(\varphi(t)) = \begin{bmatrix} p_i^x(\varphi(t)) \\ p_i^y(\varphi(t)) \\ p_i^z(\varphi(t)) \end{bmatrix} \quad (63)$$

kde $s(\varphi(t))$ je ujetá dráha po interpolované trajektorii v souřadnicích x, y, z , tedy ujetá dráha se počítá pouze z požadované translační polohy koncového efektoru - nikoliv z jeho orientace. Úkolem výpočtu feedrate je tedy nalezení přepočtu:

$$s(t), v(t) = \dot{s}(t), a(t) = \dot{v}(t) \rightarrow \varphi(t), \dot{\varphi}(t), \ddot{\varphi}(t) \quad (64)$$

kde $s(t), v(t), a(t)$ jsou požadované profily ujeté dráhy, tečné rychlosti a zrychlení.

Časové průběhy v jednotlivých segmentech jsou potom dány jako:

$$\begin{aligned} p_i^m(t) &= [\varphi(t)^3 \ \varphi(t)^2 \ \varphi(t) \ 1] \cdot A_i^m \\ \dot{p}_i^m(t) &= \frac{\partial p_i^m(\varphi)}{\partial \varphi} \dot{\varphi}(t) = [3\varphi(t)^2 \ 2\varphi(t) \ 1 \ 0] \cdot A_i^m \cdot \dot{\varphi}(t) \\ \ddot{p}_i^m(t) &= \frac{\partial^2 p_i^m(\varphi)}{\partial \varphi^2} \dot{\varphi}^2(t) + \frac{\partial p_i^m(\varphi)}{\partial \varphi} \ddot{\varphi}(t) = [6\varphi(t) \ 2 \ 0 \ 0] \cdot A_i^m \cdot \dot{\varphi}^2(t) + \\ &\quad + [3\varphi(t)^2 \ 2\varphi(t) \ 1 \ 0] \cdot A_i^m \cdot \ddot{\varphi}(t) \end{aligned} \quad (65)$$

Vlastní algoritmus výpočtu feedrate (64) je založen na následujícím algoritmu:

1. Výpočet ujetých drah podél interpolované křivky v koincidenčních bodech:

Prostřednictvím adaptivního Simpsonova pravidla [2] (aproximativní numerická integrační metoda, která umí zajistit danou přesnost výpočtu integrálu pod křivkou, v Matlabu funkce: `quad`) lze vypočítat ujeté dráhy S_i v koincidenčních bodech P_i^m :

$$S_{i+1} = S_i + \underbrace{\int_0^1 \left\| \frac{\partial \Phi_{i+1}(\varphi(t))}{\partial \varphi(t)} \right\| d\varphi(t)}_{\text{Adaptivní Simpsonův alg.}}, \quad \Phi_i(\varphi(t)) = \begin{bmatrix} p_i^x(\varphi(t)) \\ p_i^y(\varphi(t)) \\ p_i^z(\varphi(t)) \end{bmatrix}, \quad S_0 = 0, \quad i = 0 \dots N-2 \quad (66)$$

Dostáváme tedy posloupnost $S_1 \dots S_{N-1}$, která aproximativně odpovídá ujetým drahám v jednotlivých interpolovaných segmentech.

2. Výběr odpovídajícího segmentu a výpočet přesné hodnoty φ v segmentu

Ze zadané hodnoty profilu ujeté dráhy s , viz Obrázek 9 a posloupnosti $S_1 \dots S_{N-1}$ lze určit, v jakém segmentu se aktuálně pohybujeme, nechť se jedná o i -tý segment. Tedy je aktivní polynom $p_i^m(\varphi)$. Hodnotu parametru $\varphi \in \langle 0, 1 \rangle$ v i -tém segmentu určíme následujícím Newtonovým numerickým algoritmem:

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \left\| \frac{\partial \Phi_i(\varphi)}{\partial \varphi} \right\|^{-1} \cdot \left((s - S_{i-1}) - \underbrace{\int_0^{\varphi_k} \left\| \frac{\partial \Phi_i(\varphi)}{\partial \varphi} \right\| d\varphi}_{\text{Adaptivní Simpsonův alg.}} \right) \quad (67)$$

kde $k = 0, 1, \dots$, $\varphi_0 = 0.5$ a počet kroků alg. je určený podmínkou zohledňující změnu hledaného φ_k . Poznamenejme, že v případě uvažovaných malých vzdáleností mezi aproximovanými body se jedná o počet iterací v řádu jednotek. Použití numerické metody druhého řádu se počet iterací sníží sice na polovinu, nicméně z důvodu většího množství operací nepřináší toto zlepšení úsporu výpočetního času.

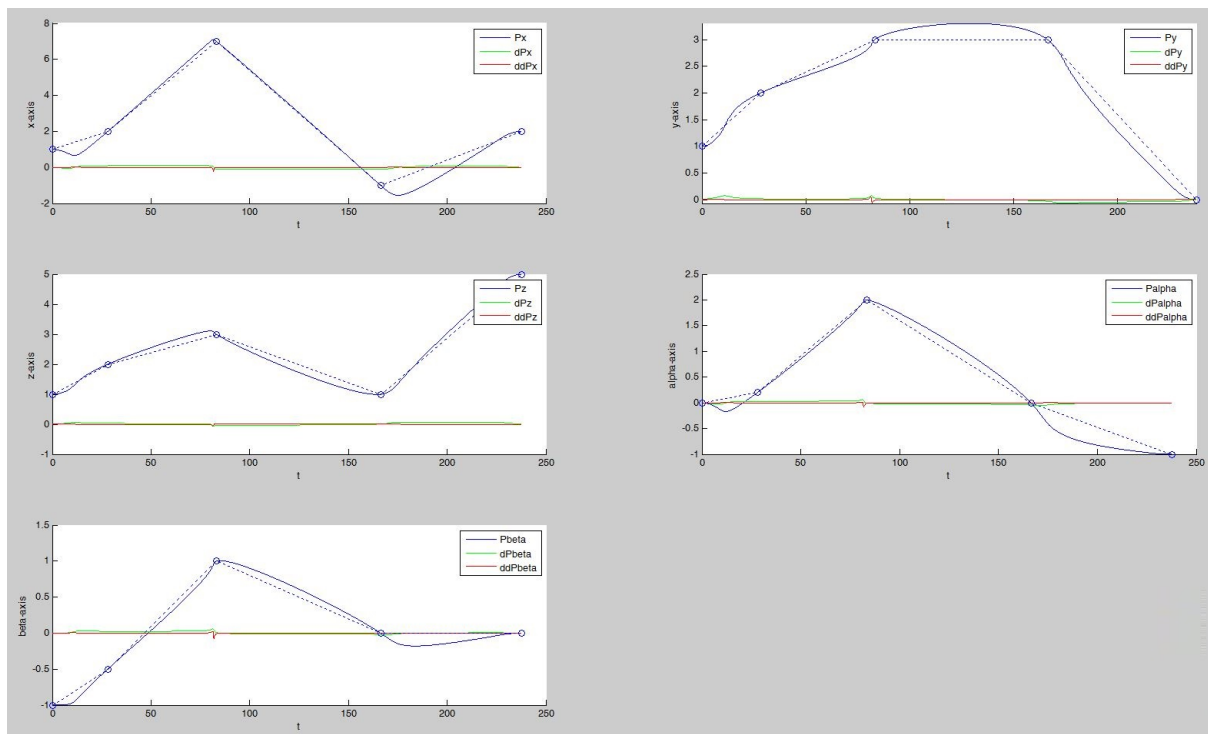
3. Výpočet časových derivací parametru $\varphi(t)$:

Nyní ze známé hodnoty profilu po ujeté dráze $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$, viz Obrázek 9, a vypočteného parametru $\varphi(t)$ lze s pomocí vztahů (19), (20) vypočítat časové derivace $\varphi(t)$.

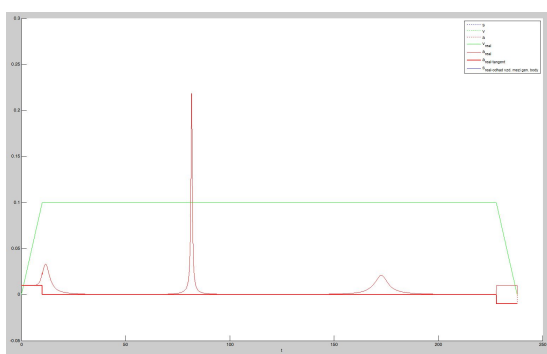
4. Výpočet aktuální polohy, rychlosti a zrychlení na interpolované trajektorii:

Z nyní známých hodnot parametru $\varphi(t)$, jeho časových derivací $\dot{\varphi}(t)$, $\ddot{\varphi}(t)$ a znalosti segmentu, ve kterém se nacházíme, je možné vypočítat aktuální hodnoty zobecněných souřadnic daných polynomiálními funkcemi $p_i^m(\varphi(t))$ a jejími časovými derivacemi $\dot{p}_i^m(\varphi(t), \dot{\varphi}(t))$, $\ddot{p}_i^m(\varphi(t), \dot{\varphi}(t), \ddot{\varphi}(t))$, viz (65).

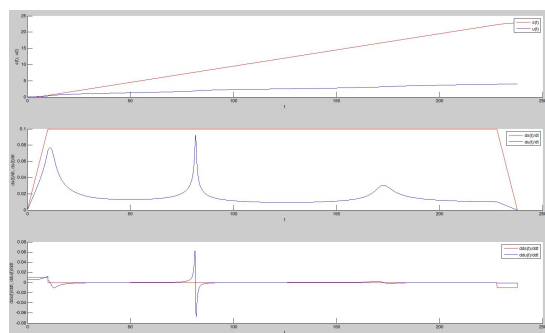
Na Obrázku 26 je znázorněn ilustrativní příklad interpolátoru dat ($N = 5$). Požadovaný profil ujeté dráhy byl volen v souladu s Obrázkem 9 s omezením $v_{max} = 0.1 \frac{m}{s}$, $a_{max} = 0.01 \frac{m}{s^2}$. Zobecněnými souřadnicemi jsou 3 translační souřadnice x , y , z a dvě souřadnice orientace ϕ , θ_5 . Výsledný profil tečné rychlosti, tečného zrychlení a celkového zrychlení (tečné + normálové) je znázorněn na Obrázku 27(a), feedrate potom na Obrázku 27(b). Všimněme si, že celkové zrychlení prudce roste v blízkosti koincidenčních bodů. To je způsobeno požadavkem na konstantní rychlost podél trajektorie, kdy při projetí „rohu“ v blízkosti koincidenčních bodů zřejmě dochází k nárůstu složky normálového zrychlení. V případě, pohybu manipulátoru Sáva se však předpokládá, že v rozích rozmítání (přechod mezi fází měření a přejezdu koncového efektoru) se zastavuje (neprojíždí se tento roh kontinuálně, což by generovalo právě vysokou složku normálového zrychlení). V jednotlivých úsecích trajektorie jsou potom obsaženy koincidenční body v takovém uspořádání, že leží za sebou pouze s malými směrovými odchylkami (na pozvolném úseku kružnice, elipsy, atd), tzn. generované normálové zrychlení při pohybu bude výrazně redukováno.



Obrázek 26: Interpolované koincidenční body v souřadnicích x, y, z, ϕ, θ_5 (v grafech $\phi = \alpha, \theta_5 = \beta$)



(a) Výsledný profil $s(t), v(t), a(t)$ a celkového zrychlení a_{real}



(b) Feedrate $s(t), v(t) = \dot{s}(t), a(t) = \dot{v}(t) \rightarrow \varphi(t), \dot{\varphi}(t), \ddot{\varphi}(t)$ (v grafu $u = \varphi$)

Obrázek 27: Vlastnosti interpolované trajektorie

5 Závěr

Uvedená technická zpráva se zabývá algoritmy generování pohybu manipulátoru Sáva. Předlohou zprávy byla technická zpráva [11] publikovaná na toto téma už dříve v řešení projektu. Však z důvodu, že metodologie tvorby řídicího systému tohoto specifického manipulátoru se nepřetržitě vyvíjela, neboť byly postupně odkrývány dílčí problémy, které nebylo možné v počátku řešení předpokládat, bylo nutné celou řadu dříve vyvinutých algoritmů více či méně modifikovat. V první části zprávy je diskutován základní kinematický model manipulátoru popsany standardními postupy prostřednictvím přiřazení s.s. popsanych DH parametry. Kinematické transformace základního kinematického modelu (konkrétně DGM a IGM) byly implementovány do finálního řídicího systému manipulátoru. Zobecněné souřadnice popisující pohyb koncového efektoru 5doF

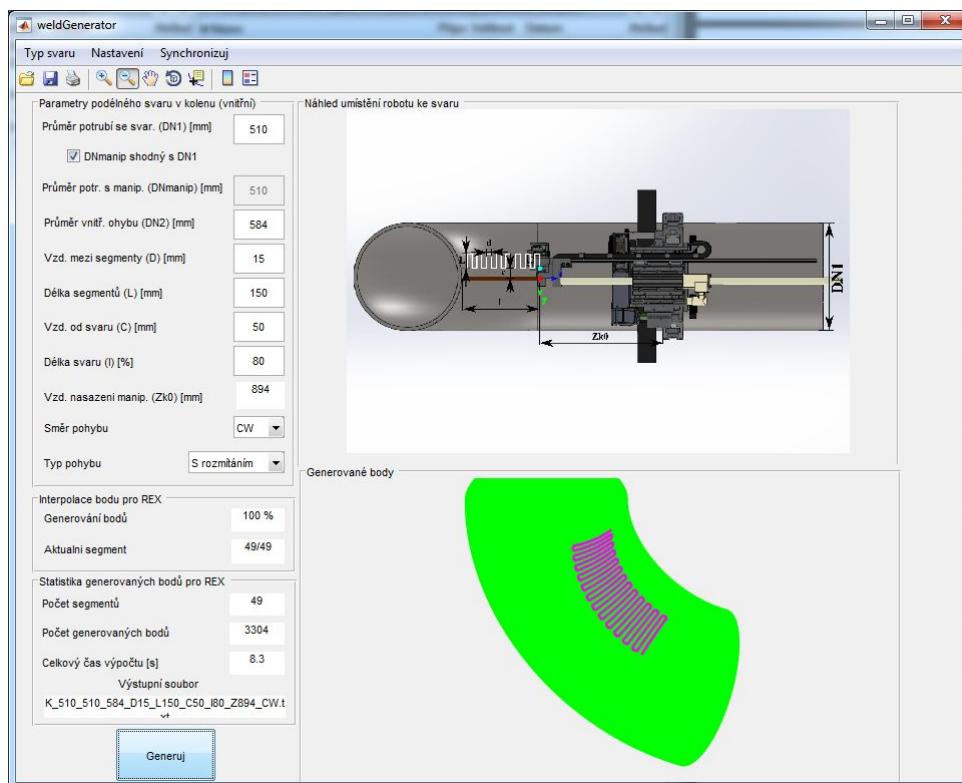
manipulátoru Sáva byly tak dány jako x , y , z - pozice středu UZ sondy, ϕ - orientace posledního ramene manipulátoru a θ_5 - úhel natočení serva s nosnou konstrukcí UZ sondy. Za účelem generování požadované polohy zobecněných souřadnic byly modifikovány již dříve implementované algoritmy generátorů trajektorií, a to generátory pro jednoduché trajektorie svarů (obvodový, podélný) a komplexní geometrie svarů (podélný svar v kolenu, svar nátrubku). Výstupy z modifikovaných generátorů trajektorií tvoří právě polohy zobecněných souřadnic (koincidenčních bodů) v definovaném rozlišení (vzdálenostech).

Takto získané body bylo nutné dále interpolovat vhodným interpolačním algoritmem za účelem získání polohy zobecněných souřadnic v daných časových okamžicích (s danou periodou vzorkování) dle požadovaného profilu ujeté vzdálenosti, tečné rychlosti a zrychlení podél generované trajektorie. Takto získané datové body byly následně interpretovány vlastním řídicím algoritmem. Takový přístup umožnil vývoj interpolačního algoritmu bez nutnosti jeho opakované implementace do řídicího systému. Výsledný interpolační algoritmus byl založen na interpolaci koincidenčních bodů po částech kubickým polynomem s podmínkami na spojitou rychlosti a zrychlení dle interpolačního parametru (geometrická spojitost) v koincidenčních bodech \Rightarrow minimální počet podmínek kladených na tvar interpolační křivky, který zajišťuje její přirozený průběh. Výpočet časového vývoje interpolačního parametru (feedrate) byl dán numerickým algoritmem dle požadovaného profilu ujeté dráhy podél trajektorie.

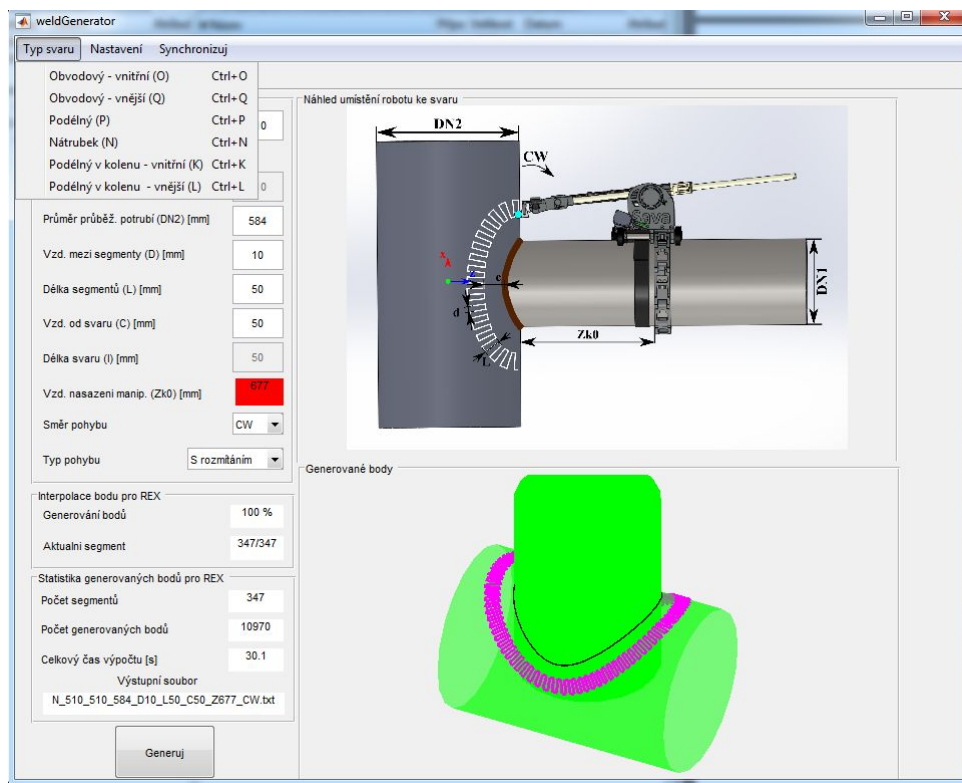
Všechny popsané algoritmy plánování pohybu manipulátoru Sáva byly nakonec integrovány do grafického uživatelského prostředí vytvořené v programu Matlab a prostřednictvím nástroje *Matlab Compiler* převedeny do samostatné aplikace k jejímuž běhu je nutná pouze instalace *Matlab Runtime* (volně stáhnutelný balík na stránkách www.mathworks.com). Vzniklá aplikace *Weld Generator* je tak možná nainstalovat na libovolnou platformu (např. na počítač s ovládacím SW manipulátoru) a generovat tak požadované trajektorie svarů intuitivní cestou. Výstupem z aplikace *Weld Generator* je soubor s datovými body, které tvoří výše zmíněné polohy zobecněných souřadnic manipulátoru v daných časových diferencích. Vygenerovaný soubor je uložen do příslušného adresáře v řídicím počítači manipulátoru a následně interpretován řídicím algoritmem. Jako součást aplikace *Weld generator* byl implementován optimalizační algoritmus pro výpočet vzdálenosti umístění manipulátoru na potrubí pro komplexní svary potrubí (podélný svar v kolenu, svar nátrubku) tak, aby byly splněny konstrukční omezení manipulátoru. Obrázky 28, 29 ukazují screenshoty aplikace *Weld Generator*.

Klíčové vlastnosti aplikace *Weld Generator* lze shrnout do následujících bodů:

- komplexní nástroj pro generování svarů (podélný, obvodový, podélný svar v kolenu (vnější/vnitřní), svar nátrubku)
- volba geometrických vlastností svaru (rozměry potrubí, vzdálenosti a délky segmentů rozmítání, vzdálenost od svaru)
- volba vlastností trajektorie (směr pohybu, rychlost pohybu dané omezeními rychlostí a zrychlení pro jednotlivé úseky)
- vizualizace generovaných svarů
- výstup generovaných datových bodů do souboru (vstup pro řídicí algoritmus)
- automatická synchronizace vygenerovaných svarů s databází uloženou na řídicím počítači
- optimalizace umístění manipulátoru na potrubí pro podélný svar v kolenu a svar nátrubku



Obrázek 28: Screenshot aplikace *Weld Generator* pro podélný svar v kolenu



Obrázek 29: Screenshot aplikace *Weld Generator* svar nátrubku

Reference

- [1] Čechura, T.: Řídící software a vizualizace manipulátoru Sáva. Technická zpráva, ZČU v Plzni, katedra kybernetiky, 2015.
- [2] Gander, W.; Gautschi, W.: Adaptive Quadrature-Revisited. *BIT Numerical Mathematics*, ročník 40, č. 1, 2000: s. 84–101, ISSN 0006-3835, doi:10.1023/A:1022318402393.
URL <http://dx.doi.org/10.1023/A%3A1022318402393>
- [3] Khalil, W.; Dombre, E.: *Modeling, Identification and Control of Robots*. Kogan Page Science paper edition, Elsevier Science, 2004, ISBN 9780080536613.
URL <http://books.google.cz/books?id=nyrY0Pu5k10C>
- [4] Plajt, V.; Meduna, J.; Machka, T.; aj.: Manipulátor pro nedestruktivní zkoušení. Technická zpráva, Ústav jaderného výzkumu Řež a. s., Divize integrity a technického inženýringu, 2011.
- [5] Sciavicco, L.; Siciliano, B.: *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer London, 2000, ISBN 9781852332211.
URL <http://books.google.fr/books?id=v9PLbcYd9aUC>
- [6] The MathWorks, I.: Matlab (Simulink, SimMechanics).
URL <http://www.mathworks.com/>
- [7] Švejda, M.: Kinematická a dynamická analýza robotických architektur pro potřeby moderních ultrazvukových kontrol svarových spoju komplexních potrubních systému jaderných elektráren. Technická zpráva, ZČU v Plzni, Katedra kybernetiky, 2011.
URL http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2011/2_UJKinematikaManipulatoru.pdf
- [8] Švejda, M.: Kinematika robotických architektur. Katedra Kybernetiky, ZČU v Plzni (online: http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2011/rigo.pdf), 2011.
- [9] Švejda, M.: Robotické architektury pro účely NDT svarových spojů komplexních potrubních systémů jaderných elektráren. Technická zpráva, ZČU v Plzni, Katedra kybernetiky, 2012.
URL http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2012/4_PrezentaceUJV_vyberArchitektur.pdf
- [10] Švejda, M.: Algoritmy řízení pro vybranou variantu manipulátoru pro NDT - návrh realizace. Technická zpráva, ZČU v Plzni, Katedra kybernetiky, 2013.
URL http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2013/7_UJV_ridiciSoftware.pdf
- [11] Švejda, M.: Manipulátor pro NDT (varianta 2: RRPR manipulátor). Technická zpráva, Katedra Kybernetiky, ZČU v Plzni (online: http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2013/6_generatoryUJVrobot.pdf), 2013.
- [12] Švejda, M.: Přímá a inverzní kinematika manipulátoru pro NDT (implementační poznámky) (varianta 2: RRPR manipulátor). Technická zpráva, ZČU v Plzni, Katedra kybernetiky, 2013.
URL http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2013/3_UJV_kinematikaNDTrobotRRPR.pdf
- [13] Švejda, M.: Výběr architektury manipulátoru, plánování trajektorií. Technická zpráva, ZČU v Plzni, 2013.
URL http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2013/1_UJV_NDTrobot_vyberArchitektur.pdf

- [14] Švejda, M.: New Robotic Architecture for NDT Applications. In *World Congress IFAC*, ročník 19, 2014, s. 11761–11766, doi:10.3182/20140824-6-ZA-1003.00989.