TAČR Centrum kompetence CIDAM

Dynamická analýza manipulátoru "Vodník"

Výzkumná zpráva DV075

Martin Švejda, Arnold Jáger

8. prosince 2017





Abstrakt

Předložená technická zpráva se zabývá dynamickou analýzou manipulátoru "Vodník" vyvíjeného v rámci projektu CIDAM ve spolupráci s firmou Eurotec JKR. Cílem analýzy je stanovit předpokládané momentové zatížení rotačních aktuátorů manipulátoru v závislosti na požadované délce pracovního cyklu, kde vstupními daty je úplný 3D CAD model vyvíjeného manipulátoru (včetně rozměrových a hmotnostních parametrů ramen, kloubů a aktuátorů). Tvar trajektorie pohybu koncového efektoru manipulátoru je nakreslen přímo v 3D CAD nástroji (Inventor, SolidWorks), ve kterém je konstruován celý manipulátor, včetně zakreslení technologických komponent, které mají být manipulátorem obsluhovány (konkrétně se jedná o ofuk tlakovým vzduchem za účelem osušení komponent po procesu průmyslového mytí). Trajektorie z 3D CAD nástroje je dále exportována ve formě koincidenčních bodů a dále zpracována (editace, interpolace, parametrizace). Součástí zprávy je nástin a řešení výzkumného problému pohybu koncového efektoru manipulátoru po dané trajektorii (aproximační B-spline určený získanými koincidenčními body) s ohledem na maximální možné rychlosti a zrychlení aktuátorů manipulátoru. Zohlednění problému je nezbytné v případech, kdy se manipulátor při svém pohybu blíží do blízkosti singulární polohy a generované rychlosti/zrychlení aktuátorů extrémně rostou. Zvolený postup řešení (vhodným tvarováním feedrate parametrizace trajektorie) vede na striktní limitaci rychlostí aktuátorů, nikoliv však na jejich zrychlení).

Obsah

1	Virtuální simulační model	4
2	Generátor trajektorie pohybu robotu	6
3	Generování časové závislosti $u(t)$ s ohledem na omezení pohybu aktuátorů (korekce feedrate)	11
4	Simulační výsledky	12
5	Závěr	18
A	Přílohy	20
	A.1 Exporty z prostředí SolidWorks	20

1 Virtuální simulační model

Předložená zpráva se zabývá dynamickou analýzou robotu "Vodník", jehož virtuální simulační model včetně prvotní optimalizace rozměrů byl představen detailně v technické zprávě [4]. Finální architektura robotu byla ustálena na neredundantní verzi (bez lineárního výtahu), tzn. 5 DoF robotu s možností řízení pozice (X, Y, Z) konce trysky a její orientace definované směrovým vektorem (n_x, n_y, n_z) . Zobecněné souřadnice robotu (MCS: Machine Coordinate System) jsou dány neminimální reprezentací jako:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} X & Y & Z & n_x & n_y & n_z \end{bmatrix}^T, \quad n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$$
(1)

Kloubové souřadnice robotu (ACS: Axes Coordinate System) definující pohyb aktuátorů jsou dány jako:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 \end{bmatrix}^T \tag{2}$$

CAD výkres finální verze manipulátoru je znázorněna na Obrázku 1 včetně dvojice technologických dílů, které mají být ofukovány vzduchem. Simulační model v prostředí Simulink/SimMechanics je znázorněn na Obrázku 2.

Volené kinematické parametry robotu jsou dány délkou jednotlivých ramen robotu L_i , ostatní kinematické parametry (Denavit-Hartenbergovy parametry) jsou dány odpovídajícími konstantami charakterizující kinematické uspořádání ramen a kloubů. Detailní kinematický popis manipulátoru včetně řešení přímé inverzní kinematické úlohy je uveden v [4].

Volené kinematické parametry manipulátoru (vycházející z optimalizace (minimalizace) momentů aktuátorů na základě zjednodušeného - "tyčkového" dynamického modelu ramen, viz [4]):

Kinematické parametry manipulátoru:

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 & L_5 & L_6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.232 & 0.389 & 0 & 0.283 & 0.1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} m \end{bmatrix} \quad (3)$$

Na základě odhadu kinematických parametrů manipulátoru byl vytvořen reálný 3D CAD model (vytvořeno v Inventoru) s uvažováním všech materiálových vlastností ramen manipulátoru a skutečných hmotnostních parametrů jednotlivých aktuátorů (ze známé konfigurace aktuátoru motor, převodovka, konstrukční spojovací díly, krycí elementy, atd.). 3D CAD model vytvořený v Inventoru byl následně exportován do prostředí SolidWorks, kde byl model robotu rozebrán na jednotlivé pohybující se celky - díly (typicky kinematické dvojice = rameno + kloub), byly doplněny/opraveny všechny hmotností parametry ramen (dílčí problémy s exportem z Inventoru) a následně všem ramenům přiřazen odpovídající pevný souřadný systém (CS - Coordinate System) dle Denavit-Hartenbergovy úmluvy, viz [4], odpovídající přiřazeným CS na Obrázku 2. Výpočetní jádro SolidWorksu následně umožňuje vypočítat odpovídající hmotnostní (dynamické) parametry každého dílčího ramena Link i manipulátoru, konkrétně hmotnost $M_i \in \mathbb{R}$, polohu těžiště $T_i^i \in \mathbb{R}^3$ a tensor setrvačnosti $I_i^i \in \mathbb{R}^{3,3}$ jejich souřadnice jsou vyjádřeny vzhledem (v osách) CS příslušného ramena F_i , viz Obrázek 2.

Dynamické parametry manipulátoru:

Exporty ze SolidWorks jsou přiloženy v Kapitole A.1.

$$\boldsymbol{M} = [M_1, M_2, \dots] = [24.2594, 39.4674, 13.2503, 5.5005, 0.4771] \ [kg] \tag{4}$$

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_1^1 | \boldsymbol{T}_2^2 | \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1854 & | & -0.2739 & | & -0.0005 & | & 0 & | & -0.1001 \\ 0.2069 & & 0.0000 & | & -0.0364 & | & 0.0340 & | & -0.0052 \\ -0.0325 & | & -0.2389 & | & 0.0246 & | & -0.0973 & | & -0.0146 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \end{bmatrix}$$
(5)



Obrázek 1: CAD model robotu

$oldsymbol{I} = ig[oldsymbol{I}_1^1 oldsymbol{I}_2^2 \dotsig] = igg[$	$\begin{array}{r} 0.9077 \\ -0.2028 \\ -0.0611 \end{array}$	-0.2028 0.2167 0.1266	$\begin{array}{c c} -0.0611 \\ 0.1266 \\ 1.0375 \end{array}$	$0.4302 \\ -0.0001 \\ 0.0680$	-0.0001 1.5656 -0.0000	$\begin{array}{c} 0.0680 \\ -0.0000 \\ 1.2817 \end{array}$	$ \begin{array}{c c} 0.0896 \\ -0.0003 \\ 0.0001 \end{array} $	$ \begin{array}{c} -0.0003 \\ 0.0705 \\ 0.0119 \end{array} $	$\begin{array}{ccc} 3 & 0.0001 \\ & 0.0119 \\ & 0.0584 \end{array}$	
			$\begin{array}{c c} 0.0478 \\ 0 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0.0324 \\ 0.0138 \end{array}$	0 0.0138 0.0281	0.0003 0 0 0 -	0 0.0013 - -0.0000	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.0000 \\ 0.0011 \end{bmatrix}$	$[kg \cdot m^2]$	(6)

Virtuální simulační model manipulátoru (kinematika + dynamika) byl vytvořen v prostředí Matlab/Simulink/SimMechanics na základě knihovny robotLib, viz [3], která umožňuje systematickou cestou vytvářet modely sériových manipulátorů pomocí blokových schémat a obsahuje podpůrné funkce jako elementární prerekvizity určené k řešení kinematických a dynamických úloh.



Obrázek 2: Schéma uspořádání architektury robotu (kinematické/dynamické parametry)

2 Generátor trajektorie pohybu robotu

Za účelem provedení dynamické analýzy (výpočet silových momentů v aktuátorech manipulátoru) je nezbytně nutné definovat nominální trajektorii pohybu robotu. Vzhledem k podstatě prováděné úlohy robotem a po konzultaci s vývojáři firmy Eurotec JKR, lze požadavky na trajektorie manipulátoru shrnout následovně, viz Obrázek 3, 4.

1. Generování koincidenčních bodů z CAD nástroje (SolidWorks)

Jedná se o poloautomatickou proceduru, kdy je možné exportovat seznam datových bodů (poloh), které tvoří vybranou entitu v prostředí SolidWorks. V našem případě se jednalo o diskretizaci rovinné křivky (v rovině x_0y_0), která obepínala oba uvažované technologické díly, viz Obrázek 3. Klíčovou vlastností je možnost zadávání tvaru požadované trajektorie přímo z CAD nástroje, ve kterém je již obsažen model technologické součásti a využít tedy dostupné možnosti 3D kreslení. Zároveň může být základní tvar trajektorie zadáván přímo konstruktérem/technologem, který je s budoucí vykonávanou úlohou robotem dobře seznámen.

2. Editace/parametrizace CAD koincidenčních bodů

V případě nutnosti mohou být vygenerované koincidenční body z CAD nástroje dále upravovány/parametrizovány. V našem případě se jedná o parametrizaci trajektorie následujícími parametry (přechod z rovinné trajektorie do prostorové trajektorie - spirálovitý pohyb v ose z_0), viz Obrázek 4.

$N_{\rm rev}$	Počet závitů spirály
$oldsymbol{z}_{\mathrm{range}}$	$= [z_{\min}, z_{\max}]$ Rozsah rozmítání v os e $\boldsymbol{z}_0~(\Rightarrow$ výška spirály) $[m]$
$\alpha_{\rm slope}$	Odklon od roviny $\boldsymbol{x}_0 \boldsymbol{y}_0 \; [rad]$



Obrázek 3: Koincidenční body (\star) na rovinné křivce vytvořené v Solid
Worksu jako základní tvar trajektorie pohybu koncového efektoru

3. Aproximace výsledných koincidenčních bodů (v pozici XYZ)

Výsledné (parametrizované) koincidenční body (modré body na Obrázku 4) jsou dále aproximovány kvintickým B-spline

$$\boldsymbol{O}(u) = [X(u), Y(u), Z(u)], \quad u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$\tag{7}$$

viz [2], kde míra aproximace je dána počtem řídicích segmentů Nve smyslu rozdělení parametru

$$u = [0 = u_1 < u_2 < u_3 < \dots < u_N = 1]$$

Na každém segmentu $[u_i, u_{i+1}]$ je poloha O(u) aproximována kvintickým polynomem zajišťující dostatečnou hladkost trajektorie (ve smyslu spojitosti jejích vyšších derivací dle parametru u). První a poslední koincidenční bod trajektorie splňuje okrajovou podmínku:

O(0) = První koincidenční bod traj., O(1) = Poslední koincidenční bod traj.

4. Generátor časové závislost parametru u = u(t)

Poznamenejme, že parametrizace kvintickým B-splinem nesplňuje podmínky přirozené parametrizace trajektorie, tedy neplatí lineární závislost délky ujeté dráhy $s(u(t)) = k \cdot u(t)$, k = konst., tzn. zvolený profil rychlosti parametru $\dot{u}(t)$ negeneruje identický profil tečné rychlosti

$$\dot{s}(t) = \sqrt{\frac{\partial \mathbf{O}^{T}(u(t))}{\partial t} \cdot \frac{\partial \mathbf{O}(u(t))}{\partial t}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\partial \mathbf{O}^{T}(u)}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{O}(u)}{\partial u}}_{=k \neq \text{konst.}} \dot{u}(t) \tag{8}$$

Vzhledem k podstatě plánované trajektorie byl zvolen profil parametru u(t), viz Obrázek 5 s následujícími parametry:

 \ddot{u}_{max} maximální zrychlení parametru $[1/s^2]$

 $T_{\rm end}$ délka cyklu (čas potřebný k projetí celé naplánované trajektorie)[s]



Obrázek 4: Parametrizace trajektorie - koincidenčních bodů (\star) na Obrázku 3, aproximace koincidenčních bodů kvintickým B-spline a vypočtená orientace koncového efektoru



Obrázek 5: Použitý profil parametru u(t) - maximální rychlost dána požadovanou délkou cyklu.

5. Výpočet orientace n_x, n_y, n_z (v aproximovaných bodech polohy XYZ)

K parametrizovaným bodů translace XYZ koncového efektoru O(u(t)) byla dopočítána požadovaná orientace směrového vektoru n_x, n_y, n_z (včetně jeho rychlosti a zrychlení). Směrový vektor byl generován jako normálový vektor ke směru XYZ pohybu v diskrétních časových okamžicích $O(u(t_{i-1}))O(u(t_i))$, který je odkloněn od roviny x_0, y_0 o úhel α_{slope} , viz Obrázek 4. Parametrizaci orientace lze tak psát analogicky jako v (7) jako:

$$\boldsymbol{n}(u) = [n_x(u), n_y(u), n_z(u)], \quad u \in \langle 0, 1 \rangle$$
(9)

Typický průběh generovaných zobecněných souřadnic robotu ${\boldsymbol X}$ je znázorněn na Obrázku 6 pro požadované parametry:

$$N_{\text{rev}} = 5, \ \boldsymbol{z}_{\text{range}} = [0, 0.4], \ \alpha_{\text{slope}} = \frac{\pi}{8}$$
 (Parametrizace CAD koincidenčních bodů)
 $\ddot{u}_{\text{max}} = 0.5, \ T_{\text{end}} = 20$ (Profil parametru $u(t)$, viz Obrázek 5)



Obrázek 6: Plánovaný průběh zobecněných souřadnic manipulátoru (poloha a orientace koncového efektoru)

Prostřednictvím nelineární transformace mezi zobecněnými X a kloubovými Q souřadnicemi manipulátoru (viz inverzní kinematická úloha manipulátoru [4]) lze vypočítat odpovídající rychlosti a zrychlení aktuátorů manipulátoru, viz Obrázek 7. Z průběhů lze snadno pozorovat, že pro plánovanou trajektorii v prostoru zobecněných souřadnic se manipulátor dostává do blízkosti singulární polohy, která veden na velké navýšení kloubových rychlostí/zrychlení. Takový pohyb nelze aktuátory manipulátoru realizovat a časový průběh parametru u(t) tak musí být korigován - obvykle pak dle požadavků na maximální dovolenou rychlost \dot{Q}_{max} a zrychlení \ddot{Q}_{max} aktuátorů.



Obrázek 7: Plánovaný průběh kloubových souřadnic manipulátoru (rychlosti/zrychlení aktuátorů)

Ze známých vztahů pro závislosti mezi polohou/rychlostí/zrychlením kloubových a zobecněných souřadnic manipulátoru (a jejich odpovídající inverze)

$$\boldsymbol{X} = \mathbf{F}(\boldsymbol{Q}), \quad \dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{Q}) \cdot \dot{\boldsymbol{Q}}, \quad \ddot{\boldsymbol{X}} = \dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{Q}) \cdot \dot{\boldsymbol{Q}} + \boldsymbol{J}(\boldsymbol{Q}) \cdot \ddot{\boldsymbol{Q}}$$
(10)

kde $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{Q})$ je jakobián příslušného zobrazení,

a s uvažováním použité parametrizace (7, 9) trajektorie parametrem u(t)

$$\boldsymbol{X}(u) = \begin{bmatrix} X(u) & Y(u) & Z(u) & n_x(u) & n_y(u) & n_z(u) \end{bmatrix}^T$$
(11)

lze odvodit následující závislosti mezi rychlostí/zrychlením kloubových souřadnic a parametru $\boldsymbol{u}(t)$:

$$\dot{\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{\mathbf{G}}(u) \cdot \dot{\boldsymbol{u}} \tag{12}$$

$$\ddot{\boldsymbol{Q}} = \mathbf{G}(u) \cdot \ddot{u} + \mathbf{K}(u) \cdot (\dot{u})^2 \tag{13}$$

kde

$$\mathbf{G}(u) = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{Q}) \cdot \frac{\partial \mathbf{X}(u)}{\partial u}$$

$$\mathbf{K}(u) = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{Q}) \cdot \left(\frac{\partial^2 \mathbf{X}(u)}{\partial u^2} - \frac{\partial \mathbf{J}(\mathbf{Q})}{\partial \mathbf{Q}} \otimes \left(\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{Q}) \cdot \frac{\partial \mathbf{X}(u)}{\partial u}\right) \cdot \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{Q}) \cdot \frac{\partial \mathbf{X}(u)}{\partial u}\right)$$
(14)

kde $\mathbf{X}(u)$ a parciální derivace $\frac{\partial \mathbf{X}(u)}{\partial u}$, $\frac{\partial^2 \mathbf{X}(u)}{\partial u^2}$ jsou známy z aproximace trajektorie B-splinem, viz [2], a následného výpočtu orientace, \otimes je tensorový součin.

Ze vztahů (12, 13) lze určit omezující křivku rychlosti a zrychlení parametru u(t) jako¹:

• Omezení rychlosti \dot{u} plynoucí z omezení maximální rychlosti aktuátorů plynoucí z (12):

$$-\dot{Q}_{\max} \le \dot{\boldsymbol{Q}}[i] \le +\dot{Q}_{\max} \quad \Rightarrow \quad 0 \le \dot{u} \le \dot{u}_{\max}^{vel}(u) \tag{15}$$

• Omezení rychlosti \dot{u} plynoucí z omezení maximálního zrychlení aktuátorů plynoucí z (12) za předpokladu $\ddot{u} = 0$ (pohyb s konstantní rychlostí parametru u(t), tzn. konstantní rychlost parametru u(t) může generovat zrychlení aktuátorů nad maximální povolený rozsah):

$$-\ddot{Q}_{\max} \leq \ddot{\mathbf{Q}}[i] \leq +\ddot{Q}_{\max} \quad \Rightarrow \text{ pro: } \ddot{u} = 0 \Rightarrow \quad 0 \leq \dot{u} \leq \dot{u}_{\max}^{accel}(u) \tag{16}$$

Poznamenejme, že obě předchozí omezení $\dot{u}_{\max}^{vel}(u)$, $\dot{u}_{\max}^{accel}(u)$ rychlosti parametru \dot{u} závisí pouze na aktuální poloze u (tedy konkrétní poloze X podél uvažované trajektorie koncového efektoru robotu).

• Omezení zrychlení u plynoucí z omezení maximálního zrychlení aktuátorů plynoucí z (12) za předpokladu $\ddot{u} \neq 0$ (pohyb se zrychlením parametru u):

$$-\ddot{Q}_{\max} \le \ddot{\mathbf{Q}}[i] \le +\ddot{Q}_{\max} \quad \Rightarrow \text{ pro: } \ddot{u} \ne 0 \Rightarrow \quad \ddot{u}_{\min}^{accel}(u,\dot{u}) \le \ddot{u} \le \ddot{u}_{\max}^{accel}(u,\dot{u}) \tag{17}$$

Poznamenejme, že horní a spodní mez maximálního omezení zrychlení \ddot{u} je závislá na aktuální poloze u i rychlosti \dot{u} .

Omezení na průběh rychlosti \dot{u} a zrychlení \ddot{u} v závislosti na u je znázorněna na Obrázku 8.

3 Generování časové závislosti u(t) s ohledem na omezení pohybu aktuátorů (korekce feedrate)

Z výše uvedené analýzy vyplývá, že v případě nutnosti zahrnutí omezení na maximální rychlosti a zrychlení aktuátorů při pohybu po naplánované trajektorii $\mathbf{X}(u(t))$ koncového efektoru manipulátoru je nutné zohlednit tato omezení při generování parametru posunu u(t) v čase. Obrázek 9 znázorňuje dvě možné realizace rychlosti \dot{u} splňující omezení (15, 16). Poznamenejme, že tyto realizace jsou generovány s omezením maximálního zrychlení \ddot{u} - algoritmus byl převzat z práce [1].

Bohužel, viz (17), díky závislosti omezení $\ddot{u}_{\min}^{accel}(u, \dot{u})$, $\ddot{u}_{\max}^{accel}(u, \dot{u})$ na konkrétní realizaci rychlosti \dot{u} , je již velmi obtížné zajistit podmínku $\ddot{u}_{\min}^{accel}(u, \dot{u}) \leq \ddot{u} \leq \ddot{u}_{\max}^{accel}(u, \dot{u})$, neboť zároveň platí $\ddot{u}(t) = \frac{d\dot{u}(t)}{dt}$. Některé pokročilé algoritmy lze nalézt v [1].

Jelikož pro $\ddot{u} \to 0$ nutně platí (16), lze konstatovat, že snižováním zrychlení \ddot{u} (ekvivalentně vyhlazováním průběhu \dot{u}) se blížíme dodržení omezení na maximální zrychlení aktuátorů. Tedy lze předpokládat, že "rozumným" tvarováním průběhu

$$\dot{u}(t) \le \min\left(\dot{u}_{\max}^{vel}(u), \dot{u}_{\max}^{accel}(u)\right)$$
(18)

lze manuálně kontrolovat míru překročení omezení na zrychlení aktuátorů (bude předmětem dalšího výzkumu jako alternativa k metodám v [1]).

¹Označení $\boldsymbol{X}[i]$ odpovídá *i*-té složce vektoru \boldsymbol{X} .



Obrázek 8: Omezení průběhu rychlosti a zrychlení parametru u(t) dle známých omezení na max. rychlosti a zrychlení aktuátorů. Poznamenejme, že plánovaný průběh (modře) odpovídá průběhu polohy a rychlosti u(t) definovanému (v závislosti na čase) v Obrázku 5.



Obrázek 9: Dvě možné realizace průběhu \dot{u} splňující omezení na maximální rychlosti aktuátorů (však nikoliv nutně omezení na zrychlení aktuátorů).

4 Simulační výsledky

Cílem dynamické analýzy uvažovaného robotu "Vodník" bylo analyzovat momentové namáhání aktuátorů pro konkrétní tvar trajektorie pohybu manipulátoru za předpokladu různých časů

cyklů (čas potřebný k projetí celé trajektorie).

Vstupní parametry analýzy

• Kinematické a dynamické parametry uvažovaného manipulátoru \Rightarrow virtuální simulační model, viz Kapitola 1, založený na skutečné technologické realizaci manipulátoru.

Kinematické parametry (délky ramen manipulátoru):

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 & L_5 & L_6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.232 & 0.389 & 0 & 0.283 & 0.1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} m \end{bmatrix}$$
(19)

Dynamické parametry, viz Příloha A.1.

• Tvar trajektorie pohybu koncového efektoru s parametry, viz Obrázek 4 (vyplývající z nutnosti ofuku reálných technologických komponent):

$$N_{\rm rev} = 5, \ \boldsymbol{z}_{\rm range} = [0, 0.4], \ \alpha_{\rm slope} = \frac{\pi}{8}$$
 (20)

• Profil parametru u(t) daný požadovaným časem cyklu T_{end} a omezením na zrychlení parametru \ddot{u}_{max} , viz Obrázek 5 - tedy plánovaný průběh parametrizace trajektorie pohybu $X(u), u(t) \in \langle u(0) = 0, u(T_{\text{end}}) = 1 \rangle$:

$$T_{\text{end}} = [10, 12, 14, \dots, 62] \ [s], \quad \ddot{u}_{\text{max}} = 0.5 \ [1/s^2]$$
(21)

• Omezení na maximální rychlosti (a zrychlení aktuátorů za podmínky $\ddot{u} = 0$), viz Kapitola 3.

$$\dot{Q}_{\max} = 2\pi \; [rad/s], \quad \ddot{Q}_{\max} = 10\pi \; [rad/s^2]$$
 (22)

• Průběh rychlosti $\dot{u}(t)$ splňující podmínku omezení rychlosti (18) je generován algoritmem zajišťujícím maximální zrychlení $\ddot{u} \leq \ddot{u}_{\text{max}}$, viz algoritmus v [1].

Ukázky průběhů pro jeden konkrétní požadovaný čas cyklu $T_{end} = 10 s$

Z průběhů je patrné, že skutečná doba cyklu je díky nutnosti dodržení omezení na rychlosti aktuátorů $T_{\rm end}=17.98~s.$



Obrázek 10: Plánované a výsledné průběhy parametru u(t) v závislosti na čase



Obrázek 11: Výsledné průběhy zobecněných souřadnic (poloha a orientace konc. efektoru manipulátoru) s vyznačenými místy limitace rychlosti (zrychlení) z důvodu přiblížení se k singulárním polohám



Obrázek 12: Výsledné průběhy kloubových souřadnic (patrné je striktní dodržení omezení pouze na rychlosti aktuátorů)



Obrázek 13: Výsledné průběhy silových momentů působící na aktuátory robotu

Výsledky dynamické analýzy - v závislosti na délce cyklu

Zde jsou postupně uvedeny výsledky dynamické analýzy pro různé požadované časy cyklu v rozsahu:

$$T_{\rm end} = [10, 12, 14, \dots, 62] \ [s], \quad \ddot{u}_{\rm max} = 0.5 \ [1/s^2]$$
(23)

Požadovaný $T_{\rm end}$ a skutečný čas cyklu, viz Obrázek 14, se v důsledku uvažovaných omezení na rychlost a zrychlení aktuátorů odlišují (zejména pro krátké požadované časy). V dalších průbězích budeme již uvažovat skutečný čas cyklu (nikoliv požadovaný).



Obrázek 14: Požadovaný a skutečný čas cyklu

Průběhy na Obrázcích 15,16 zahrnují maximální a průměrné hodnoty rychlostí a zrychlení aktuátorů manipulátoru v závislosti na skutečné době cyklu. Z průběhu rychlostí je patrné, že k limitaci dochází v kloubové souřadnici q_4 pro všechny časy cyklu a v souřadnicích q_2 , q_5 pro krátké požadované časy cyklu. V průbězích zrychlení je zřejmé, že nedochází k striktnímu omezení (není algoritmicky ošetřováno při generování feedrate, viz Kapitola 3). Požadované zrychlení aktuátorů však často není v technické praxi u skutečných pohonů často limitující.



Obrázek 15: Maximální a průměrná rychlost dílčích aktuátorů manipulátoru v závislosti na skutečné době cyklu



Obrázek 16: Maximální a průměrné zrychlení dílčích aktuátorů manipulátoru v závislosti na skutečné době cyklu

Obrázek 17 zahrnuje maximální a průměrné hodnoty silových momentů aktuátorů (získaných z virtuálního simulačního modelu prostřednictvím inverzní dynamické úlohy) v závislosti na skutečné době cyklu, které jsou potřebné k realizaci požadovaného pohybu koncového efektoru manipulátoru.





5 Závěr

Hlavní simulační výsledky dynamické analýzy jsou shrnuty v Kapitole 4. Na základě dostupných dat o maximálních a průměrných rychlostech, zrychlení a silových momentů v závislosti na skutečné délce cyklu (tedy času potřebnému k objetí celé požadované spirálovité trajektorie manipulátorem)² lze usuzovat na dimenzování pohonů manipulátoru ve smyslu minimální délky cyklu, která lze ještě s osazenými pohony dosáhnout. Poznamenejme, že dynamická analýza vychází z aktuální podoby manipulátoru "Vodník" tak, jak byl manipulátor navržen v Inventoru konstruktéry z firmy Eurotec JKR (verze výkresu z 27. 10. 2017).

Poděkování

Tento výzkum byl podpořen Technologickou agenturou České republiky z prostředků projektu Centra Kompetence CIDAM TE02000103.

 $^{^{2}}$ Poznamenejme, že trajektorie byla za účelem simulací realizována ze spodní úvratě do horní, přesto, že v realném procesu tomu bude opačně, nemá tato změna vliv na dynamickou analýzu.

Reference

- Bláha, L.: Plánování pohybu podél specifikované cesty s uvažováním všech pohybových omezení. Dizertační práce, Západočeská univerzita v Plzni, Katedra kybernetiky, 2014.
- [2] Goubej, M.; Švejda, M.; Schlegel, M.: Úvod do mechatroniky, robotiky a systémů řízení pohybu (skripta). Západočeská univerzita v Plzni, 2012.
 URL http://home.zcu.cz/~msvejda/URM/materialy/Uvod%20do%20mechatroniky.pdf
- [3] Švejda, M.: Optimalizace robotických architektur. Dizertační práce, Západočeská univerzita v Plzni, 2016.
 URL http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2016/4_SvejdaMartin_thesis_2016_06_14.pdf
- [4] Švejda, M.: Návrh, řízení a optimalizace manipulátoru do průmyslových myček ("vodník"). Technická zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2017.
 URL http://home.zcu.cz/~msvejda/_publications/2017/1_vodnik_optimalizace_ rizeni.pdf

A Přílohy

A.1 Exporty z prostředí SolidWorks

Iyx = -1.13311 Iyy = 1.07596 Iyz = -0.03635 Izx = 0.08493 Izy = -0.03635 Izz = 2.90928

Link 1

```
Fyzikální vlastnosti Link_1
     Konfigurace: Default
     Souřadný systém: SS1
Hmotnost = 24.25936 kilogramů
Objem = 0.00305 metry krychlové
Plošný obsah = 0.40768 metry čtvereční
Těžiště: ( metry )
X = -0.18538
Y = 0.20687
Z = -0.03246
Hlavní osy setrvačnosti a hlavní momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Vybrané z těžiště.
Ix = (-0.26385, 0.95246, 0.15232)
                                        Px = 0.14032
Iy = (-0.92562, -0.29444, 0.23775)
                                       Py = 0.95651
Iz = (0.27130, -0.07826, 0.95931)
                                       Pz = 1.06507
Momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Pochází z těžiště a je zarovnaný s výstupním souřadným systémem.
Lxx = 0.90768 Lxy = -0.20281 Lxz = -0.06106
Lyx = -0.20281 Lyy = 0.21674 Lyz = 0.12656
Lzx = -0.06106 Lzy = 0.12656 Lzz = 1.03748
Momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Získány z výstupního souřadného systému.
Ixx = 1.97139 Ixy = -1.13311 Ixz = 0.08493
```



```
Fyzikální vlastnosti Link_2
     Konfigurace: Default
     Souřadný systém: SS2
Hmotnost = 39.46737 kilogramů
Objem = 0.00897 metry krychlové
Plošný obsah = 2.11787 metry čtvereční
Těžiště: ( metry )
X = -0.27394
Y = 0.00001
Z = -0.23888
Hlavní osy setrvačnosti a hlavní momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Vybrané z těžiště.
Ix = (-0.99686, 0.00006, -0.07913)
                                     Px = 0.42478
Iy = (-0.07913, -0.00014, 0.99686) Py = 1.28714
Iz = (0.00005, 1.00000, 0.00014)
                                     Pz = 1.56555
Momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Pochází z těžiště a je zarovnaný s výstupním souřadným systémem.
Lxx = 0.43018 Lxy = -0.00006 Lxz = 0.06803
Lyx = -0.00006 Lyy = 1.56555 Lyz = -0.00004
Lzx = 0.06803 Lzy = -0.00004 Lzz = 1.28174
Momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Získány z výstupního souřadného systému.
Ixx = 2.68234 Ixy = -0.00016 Ixz = 2.65072
Iyx = -0.00016 Iyy = 6.77943 Iyz = -0.00013
Izx = 2.65072 Izy = -0.00013 Izz = 4.24346
U jedné nebo více součástí jsou přepsány fyzikální vlastnosti:
PHQ422EZ301U_1
```

PSBF622_R EPH04_14_11@PSBF622EPH04+TGN4-0510-KE1 TGN4-0510-30-560@PSBF622EPH04+TGN4-0510-KE1



```
Fyzikální vlastnosti Link_3
     Konfigurace: Default
     Souřadný systém: SS3
Hmotnost = 13.25030 kilogramů
Objem = 0.00187 metry krychlové
Plošný obsah = 0.57480 metry čtvereční
Těžiště: ( metry )
X = -0.00053
Y = -0.03639
Z = 0.02464
Hlavní osy setrvačnosti a hlavní momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Vybrané z těžiště.
Ix = (0.00210, -0.52277, -0.85247)
                                     Px = 0.05115
Iy = (-0.02128, 0.85225, -0.52270) Py = 0.07780
Iz = (0.99977, 0.01924, -0.00933)
                                     Pz = 0.08956
Momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Pochází z těžiště a je zarovnaný s výstupním souřadným systémem.
Lxx = 0.08956 Lxy = -0.00026 Lxz = 0.00006
Lyx = -0.00026 Lyy = 0.07052 Lyz = 0.01188
Lzx = 0.00006 Lzy = 0.01188 Lzz = 0.05844
Momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Získány z výstupního souřadného systému.
Ixx = 0.11514 Ixy = 0.00000 Ixz = -0.00011
Iyx = 0.00000 Iyy = 0.07857 Iyz = 0.00000
Izx = -0.00011 Izy = 0.00000 Izz = 0.07598
```

U jedné nebo více součástí jsou přepsány fyzikální vlastnosti: PH321EZ301U_1



Fyzikální vlastnosti Link_4 Konfigurace: Default Souřadný systém: SS4 Hmotnost = 5.50054 kilogramů Objem = 0.00080 metry krychlové Plošný obsah = 0.40492 metry čtvereční Těžiště: (metry) X = 0.00000Y = 0.03403Z = -0.09733Hlavní osy setrvačnosti a hlavní momenty setrvačnosti: (kilogramů * metry čtvereční) Vybrané z těžiště. Ix = (-0.00002, 0.65023, 0.75973)Px = 0.01623Iy = (0.00017, -0.75973, 0.65023) Py = 0.04422 Iz = (1.00000, 0.00014, -0.00010)Pz = 0.04778Momenty setrvačnosti: (kilogramů * metry čtvereční) Pochází z těžiště a je zarovnaný s výstupním souřadným systémem. Lxx = 0.04778 Lxy = 0.00000 Lxz = 0.00000Lyx = 0.00000 Lyy = 0.03239 Lyz = 0.01383Lzx = 0.00000 Lzy = 0.01383 Lzz = 0.02807Momenty setrvačnosti: (kilogramů * metry čtvereční) Získány z výstupního souřadného systému. Ixx = 0.10626 Ixy = 0.00000 Ixz = 0.00000Iyx = 0.00000 Iyy = 0.08450 Iyz = -0.00439Izx = 0.00000 Izy = -0.00439 Izz = 0.03444

U jedné nebo více součástí jsou přepsány fyzikální vlastnosti: TGS1-0010-K1 (2)@Pohon tryska



```
Fyzikální vlastnosti Link_5
     Konfigurace: Default
     Souřadný systém: SS5
Hmotnost = 0.47709 kilogramů
Objem = 0.00006 metry krychlové
Plošný obsah = 0.04020 metry čtvereční
Těžiště: ( metry )
X = -0.10012
Y = -0.00523
Z = -0.01456
Hlavní osy setrvačnosti a hlavní momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Vybrané z těžiště.
Ix = (-0.99999, 0.00042, -0.00344)
                                     Px = 0.00032
Iy = (-0.00346, -0.15351, 0.98814) Py = 0.00108
Iz = (-0.00011, 0.98815, 0.15351) Pz = 0.00132
Momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Pochází z těžiště a je zarovnaný s výstupním souřadným systémem.
Lxx = 0.00032 Lxy = 0.00000 Lxz = 0.00000
Lyx = 0.00000 Lyy = 0.00132 Lyz = -0.00004
Lzx = 0.00000 Lzy = -0.00004 Lzz = 0.00109
Momenty setrvačnosti: ( kilogramů * metry čtvereční )
Získány z výstupního souřadného systému.
Ixx = 0.00044 Ixy = 0.00025 Ixz = 0.00070
Iyx = 0.00025 Iyy = 0.00620 Iyz = 0.00000
Izx = 0.00070 Izy = 0.00000 Izz = 0.00588
```

