

Odvození rovnice ohřevu vinutí točivého stroje

Základní rovnice: $R \cdot I^2 \cdot dt = m \cdot c \cdot d\vartheta + \mu \cdot S \cdot (\vartheta - \vartheta_E) \cdot dt$

Přeskupení a vydělení dt : $(R \cdot I^2 - \mu \cdot S \cdot (\vartheta - \vartheta_E)) dt - m \cdot c \cdot d\vartheta = 0$

$$(R \cdot I^2 - \mu \cdot S \cdot (\vartheta - \vartheta_E)) - m \cdot c \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = 0$$

Přeskupení: $-\mu \cdot S \cdot \vartheta - m \cdot c \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = -R \cdot I^2 - \mu \cdot S \cdot \vartheta_E$

$$\mu \cdot S \cdot \vartheta + m \cdot c \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = R \cdot I^2 + \mu \cdot S \cdot \vartheta_E$$

Homogenní rovnice: $\mu \cdot S \cdot \vartheta_0(t) + m \cdot c \cdot \frac{d\vartheta_0(t)}{dt} = 0$ $\vartheta_0(t) = C \cdot e^{\lambda \cdot t}$

$$\mu \cdot S \cdot C \cdot e^{\lambda \cdot t} + m \cdot c \cdot \lambda \cdot C \cdot e^{\lambda \cdot t} = 0$$

$$\mu \cdot S + m \cdot c \cdot \lambda = 0 \quad \lambda = -\frac{\mu \cdot S}{m \cdot c}$$

$$\tau = -\frac{1}{\lambda} = \frac{m \cdot c}{\mu \cdot S}$$

Partikulární řešení pro $t \rightarrow \infty$:

$$\mu \cdot S \cdot \vartheta(\infty) + m \cdot c \cdot \frac{d\vartheta(\infty)}{dt} = R \cdot I^2 + \mu \cdot S \cdot \vartheta_E$$

$$\mu \cdot S \cdot \vartheta_\infty = R \cdot I^2 + \mu \cdot S \cdot \vartheta_E \quad \vartheta_\infty = \vartheta(\infty)$$

$$\vartheta_\infty = \frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S} + \vartheta_E = \Delta\vartheta_\infty + \vartheta_E \quad \Delta\vartheta_\infty = \frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S}$$

Určení integrační konstanty: $\vartheta(t) = \vartheta_\infty + \vartheta_0(t) = \frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S} + \vartheta_E + C \cdot e^{\lambda \cdot t}$

$$\vartheta(0) = \vartheta_\infty + \vartheta_0(0) = \frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S} + \vartheta_E + C \cdot 1 = \vartheta_E$$

$$C = -\frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S} = -\Delta\vartheta_\infty$$

Konečné řešení po dosazení integrační konstanty:

$$\vartheta(t) = \vartheta_\infty + \vartheta_0(t) = \vartheta_\infty - \Delta\vartheta_\infty e^{\lambda \cdot t} = \frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S} + \vartheta_E - \frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S} e^{\lambda \cdot t}$$

$$\vartheta(t) - \vartheta_E = \frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S} (1 - e^{\lambda \cdot t}) = \frac{R \cdot I^2}{\mu \cdot S} \left(1 - e^{-\frac{\mu \cdot S}{m \cdot c} t}\right)$$

$$\vartheta(t) - \vartheta_E = \Delta\vartheta_\infty \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$