

KEE / MS

# Modelování elektrických sítí

Přednáška 2 – Modelování  
elektrických vedení

# Modelování elektrických vedení

- Různý přístup pro vedení:
  - Venkovní
  - Kabelová
- Různý přístup pro vedení:
  - Krátká (vzhledem k vlnové délce)
  - Dlouhá
- Různý přístup pro řešený problém:
  - Symetrický
  - Nesymetrický (nesymetrie dána vlastním vedením, vnějšími zařízeními či okolnostmi, obojí buď z principu, nebo poruchou)

# Modelování elektrických vedení

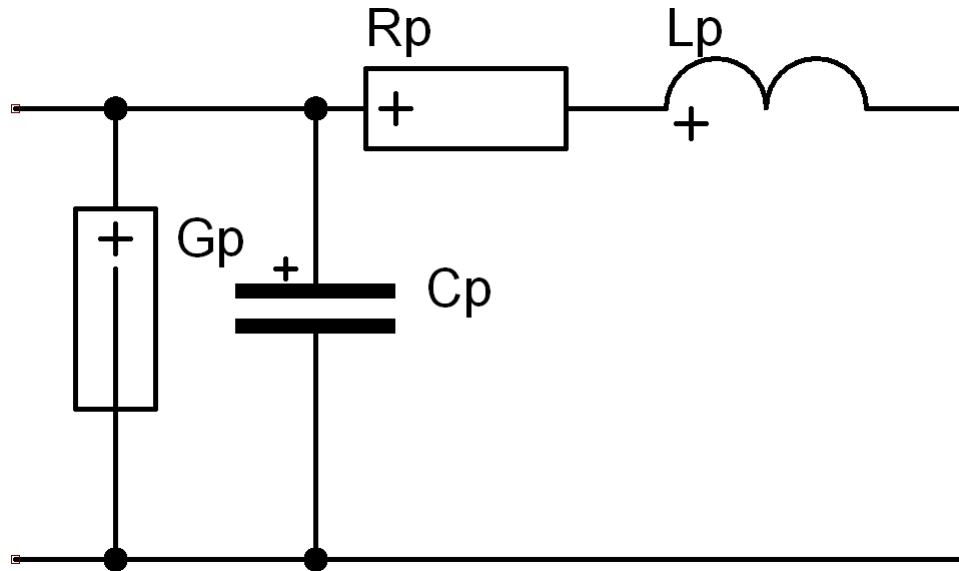
- Obvykle nutný různý přístup pro různé napěťové hladiny a režim provozu uzlu sítě.
- Různý přístup pro různou požadovanou přesnost a rychlost změn veličin modelovaného ustáleného stavu či přechodného děje.
- Různý přístup pro různé požadované vnitřní analyzované veličiny či fyzikální děje.

# Krátká vedení bez nároku na vnitřní analýzu, pro symetrický problém.

- Modelujeme dvojbranem s náhradním článkem uvnitř
- Příčné parametry lze zanedbat u řešení ustálených dějů se značným zatížením (minimálně jmenovité, běžně pro případy zkratů)
- Podélné parametry lze zanedbat u řešení ustálených dějů málo zatížených vedení

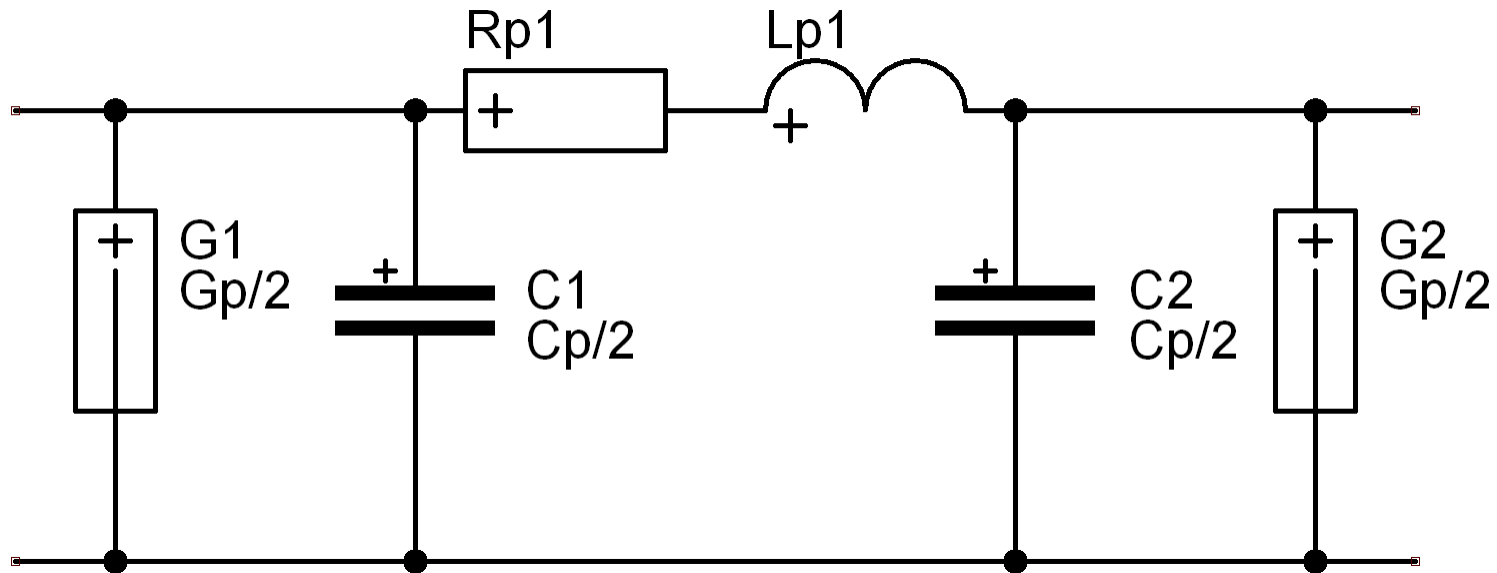
# Krátká vedení bez nároku na vnitřní analýzu, pro symetrický problém.

- Základní dvojbran ( $\Gamma$  - článek):



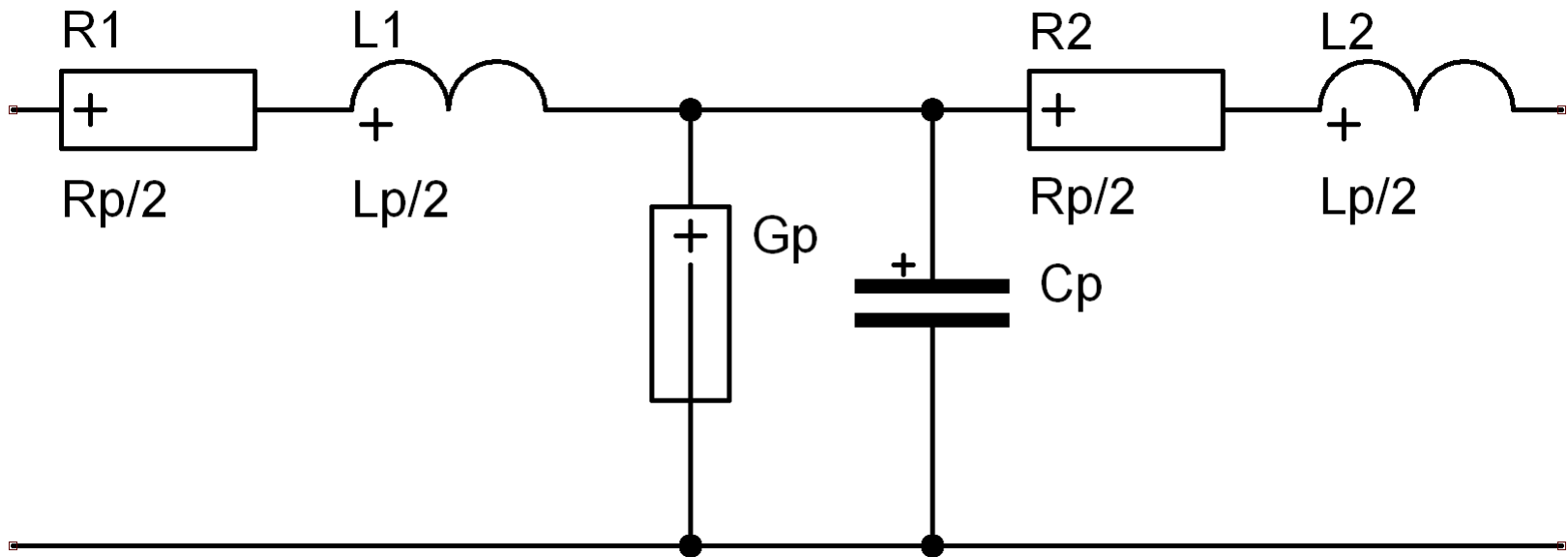
# Krátká vedení bez nároku na vnitřní analýzu, pro symetrický problém.

- Základní dvojbran ( $\Pi$  - článek):



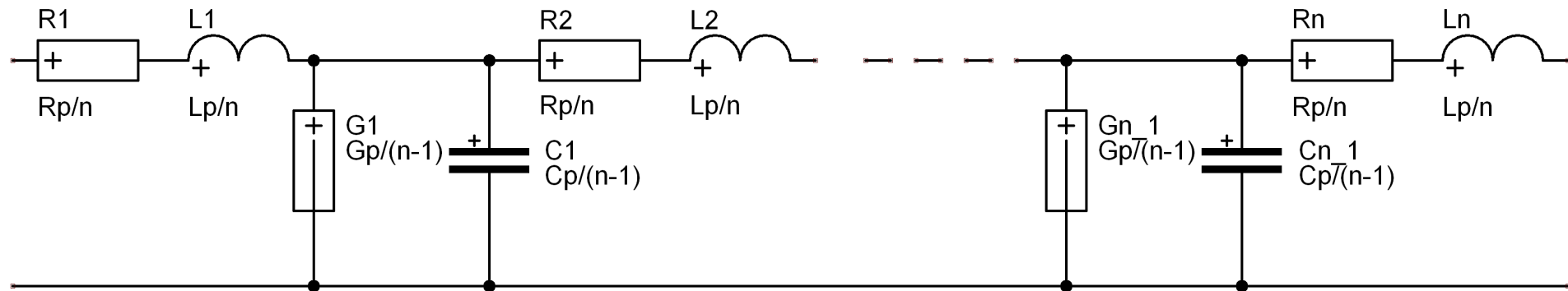
# Krátká vedení bez nároku na vnitřní analýzu, pro symetrický problém.

- Základní dvojbran (T - článek):



# Krátká vedení bez nároku na vnitřní analýzu, pro symetrický problém.

- Sériová kombinace článků:





# Náhradní provozní činný odpor $R_p$

- Základní hodnota:

$$R_{SS} = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

$$[\Omega] = \frac{[\Omega \cdot m][m]}{[m^2]} = \frac{\left[ \frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \right][m]}{[mm^2]} = \frac{[\mu\Omega \cdot m][m]}{[mm^2]}$$

- Rezistivita pro 20 °C:

Al	0.02941 $\mu\Omega m$
Cu	0.01786 $\mu\Omega m$
Fe	0.13000 $\mu\Omega m$

# Náhradní provozní činný odpor $R_p$

- Pro jeden kilometr venkovního vedení:

$$R_{SS} = \frac{0.02941 \cdot 1000}{\pi \cdot 10^2} \Omega / km \approx 0.1 \Omega / km$$

- Pro AlFe lana se počítá s paralelní kombinací (pokud se použije jen Al, tak chyba cca 5%):

$$R_{SS} = \left( \frac{1}{R_{Al}} + \frac{1}{R_{Fe}} \right)^{-1} \quad R_{SS} \approx \left( \frac{S_{Al} [mm^2]}{29.4} + \frac{S_{Fe} [mm^2]}{130} \right)^{-1} [\Omega / km]$$

# Náhradní provozní činný odpor $R_p$

- Přesný výpočet  $R_p$  pro sítě nn, nebo pro přesné určení rychlosti útlumu přechodných dějů:

$$R = R_{SS} \cdot k_g \cdot k_S \cdot k_e \cdot k_p$$

- Vliv teploty:

$$k_g = 1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_{20}) + \beta(\vartheta - \vartheta_{20})^2$$

Al	$\alpha = 0.00400 \text{ 1/K}, \beta = 1.10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Cu	$\alpha = 0.00393 \text{ 1/K}, \beta = 0.45 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Fe	$\alpha = 0.00450 \text{ 1/K}, \beta = 9.10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

Pro 40 °C je přibližně:  $k_g = 1.08$

# Náhradní provozní činný odpor $R_p$

- Vliv skin efektu:

$$m = \sqrt{\frac{\mu \cdot f \cdot 10^3}{2R_{SS}}}$$

$$m \leq 1.2 \rightarrow k_s = 1 + \frac{m^4}{12} - \frac{m^8}{180} + \frac{m^{12}}{2442}$$

$$m > 1.2 \rightarrow k_s = 0.25 + 0.708m + \frac{0.06625}{m}$$

Pro vodič 240 mm<sup>2</sup> je přibližně:  $k_s = 1.005$

# Náhradní odpor $R_p$

Průměr lana na pozici n-tého dílčího vodiče

- Vliv kroucení vodičů

Průměr dílčího vodiče

$$k_e = \frac{\sqrt{a_n^2 + (D_n - d)^2 \pi^2}}{a_n}$$

Výška závitu n-tého vodiče

Pro běžné lano je přibližně:  $k_e = 1.02$

- Vliv průhybu lanové řetězovky:

Délka řetězovky

Horizontální namáhání vodiče

$$k_p = \frac{l_p}{a}$$

$$l_p = 2c \cdot \sinh \frac{a}{2c}$$

$$c = \frac{F_{horizont}}{q} = \frac{\sigma_H}{\gamma \cdot z}$$

Pro 100 m rozpětí je

Tíha na 1 m lana  $P = 1.0004$

Rozpětí stožárů

Měrná tíha vodiče na 1 m<sup>3</sup>

Přetížení vodiče

# Náhradní provozní indukčnost $L_P$

- Obsahuje složky:

- Vlastní vnější
- Vlastní vnitřní
- Vzájemnou

$$L' = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} l \left( \ln \frac{2l}{r} - 1 \right)$$

$$L'' = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \cdot \frac{l}{4}$$

$$M = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \cdot l \left( \ln \frac{2l}{d} - 1 \right) [H]$$

$$L = 2 \cdot 10^{-7} l \left( \ln \frac{2l}{r} - 0.75 \right) [H]$$

$$M = 0,46 \log \frac{2l}{d} - 0,2 [mH / km]$$

$$L = 0,46 \cdot \log \frac{2l}{r} - 0,15 [mH / km]$$

$$L_P = 0,46 \log \frac{d}{r} + 0.05 [mH / km]$$

$$L_P \approx 1 mH / km$$

# Náhradní provozní indukčnost $L_P$

- Alternativně:

$$L_P = 0,46 \log \frac{d}{r} + 0,05$$

$$0,05 \mu_{RI} \alpha = 0,46 \log \left( \frac{1}{\xi} \right)$$

$$L_P = 0,46 \log \frac{d}{r} + 0,05 \mu_{RI} \alpha + [mH / km]$$

$$\xi = 10^{-\frac{0,05 \mu_{RI} \alpha}{0,46}}$$

$$L_P = 0,46 \log \frac{d}{\xi \cdot r}$$

Typ vodiče	$\xi$
masivní vodič kruhového průřezu	0,779
lano z jednoho materiálu	0,726
7 dílčích vodičů	0,758
19	0,768
37	0,772
61	0,774
91	0,776
127	0,809
lana AlFe	0,826
26 dílčích vodičů ve 2 vrstvách	0,810
30	0,55 až 0,7
2	0,223 5 (a + b)
54	
3	
s jednou vrstvou vodičů Al	
vodič obdélníkového profilu se stranami a, b	

# Náhradní provozní indukčnost $L_P$

- Pro nesymetrické vzdálenosti vodičů a svazkový vodič:

$$L_P = 0,46 \log \frac{\sqrt[3]{d_{ab} \cdot d_{bc} \cdot d_{ca}}}{r_E} + \frac{0.05}{N} \text{ [mH / km]}$$

$$r_E = \sqrt[N]{r \cdot m^{N-1}} = \sqrt[3]{r \cdot m^2}$$

- Pro dvojité vedení stejně transponované:

$$L_P = 0,46 \log \frac{\sqrt[3]{d_{ab} \cdot d_{bc} \cdot d_{ca}} \cdot \sqrt[3]{d_{ab'} \cdot d_{bc'} \cdot d_{c'a}}}{r_E \cdot \sqrt[3]{d_{aa'} \cdot d_{bb'} \cdot d_{cc'}} + \frac{0.05}{N} \text{ [mH / km]}$$



# Náhradní provozní indukčnost $L_P$

- Provozní reaktance:

$$X_P = \omega L_P = 0,145 \log \frac{\sqrt[3]{d_{ab} \cdot d_{bc} \cdot d_{ca}}}{r_E} + \frac{0.016}{N} [\Omega / km]$$

$$X_P \approx 0.3 \div 0.4 \Omega / km$$

- Provozní reaktance pro netočivou složkovou soustavu:

	Jednoduché vedení		Dvojité vedení	
	AlFe, Cu	Fe	AlFe, Cu	Fe
Jeden fázový vodič	$X_0 = 1.9X_P$	$X_0 = 2.7X_P$	$X_0 = 3.0X_P$	$X_0 = 4.8X_P$
Svazkový vodič	$X_0 = 2.4X_P$	$X_0 = 3.2X_P$	$X_0 = 3.5X_P$	$X_0 = 5.5X_P$

# Náhradní provozní kapacita $C_P$

- Obsahuje složky:

- Mezifázovou
- Proti zemi

$$C' = \frac{D'}{(D + 2D')(D - D')}$$

$$C_0 = \frac{1}{(D + 2D')}$$

$$D' = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{\sqrt{(2h_{stř})^2 + d_{stř}^2}}{d_{stř}}$$

$$D = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{2 \cdot \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}}{\sqrt[3]{r_1 \cdot r_2 \cdot r_3}} = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{2 \cdot h_{stř}}{r_{stř}}$$

$$C_P = C_0 + 3C' = \frac{1}{(D - D')}$$

$$C_P \approx 10 \text{ nF} / \text{km}$$

# Náhradní provozní kapacita $C_P$

- Pro dvojité symetrické vedení:

$$D + D_{I,II} \rightarrow D \qquad D' + D'_{I,II} \rightarrow D'$$

$$D_{I,II} = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{\sqrt{4h_{stř}^2 + d_{VZ}^2}}{d_{VZ}}$$

$$D'_{I,II} = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{\sqrt{4h_{stř}^2 + d'_{VZ}^2}}{d'_{VZ}}$$

$$d_{VZ} = \sqrt[3]{d_{aa'} \cdot d_{bb'} \cdot d_{cc'}}$$

$$d'_{VZ} = \sqrt[3]{d_{ab'} \cdot d_{bc'} \cdot d_{c'a}}$$

# Náhradní provozní kapacita $C_P$

- Respektování zemního lana (jednoho):

$$D - D_R \rightarrow D$$

$$D' - D_R \rightarrow D'$$

$$D_R = \frac{D_{VZ}^2}{D_{ZZ}}$$

$$D_{VZ} = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{\sqrt{4h_{stř} h_Z + d_{ZS}^2}}{d_{ZS}}$$

$$D_{ZZ} = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{2h_Z}{r_Z}$$

$$d_{ZS} = \sqrt[3]{d_{aZ} \cdot d_{bZ} \cdot d_{cZ}}$$

# Náhradní provozní kapacita $C_P$

- Respektování dvou zemních lan:

$$D - D_R \rightarrow D$$

$$D' - D_R \rightarrow D'$$

$$D_R = \frac{2D'_{VZ}{}^2}{D_{ZZ} + D_Z}$$

$$D'_{VZ} = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{\sqrt{4h_{stř} h'_Z + d_{ZZS}{}^2}}{d_{ZZS}}$$

$$D_Z = 41,4 \cdot 10^6 \log \frac{\sqrt{4h'_Z{}^2 + d_Z{}^2}}{d_Z}$$

$$h'_Z = \sqrt{h_{Z1} \cdot h_{Z2}}$$

$$d_{ZZS} = \sqrt[6]{d_{aZ1} \cdot d_{aZ2} \cdot d_{bZ1} \cdot d_{bZ2} \cdot d_{cZ1} \cdot d_{cZ2}}$$

# Náhradní provozní svod $G_P$

- Respektování následujících fyzikálních okolností:
  - Vzdálenost vodičů od sebe a od konstrukce stožáru
  - Tvar, materiál a čistota izolátoru
  - Velikost provozovaného napětí
  - Vlhkost vzduchu odhadovaná nadmořskou výškou
  - Poloměr a nerovnosti povrchu vodiče

# Kabelová vedení

- Provozní činný odpor  $R_P$  a indukčnost  $L_P$  analogicky jako u venkovních vedení.
- Provozní kapacita  $C_P$  má vyšší hodnoty:

$$C_P = C_0 = \frac{0,0242 \cdot \varepsilon_r}{\log \frac{R}{r}}$$

# Možnosti zanedbání parametrů pro výpočty ustálených stavů

- Pro sítě nn  
 $G_P, C_P, (L_P)$
- Pro sítě vn  
 $G_P, (C_P)$
- Pro sítě vvn  
 $R_P, (G_P)$



# Souhrnné přibližné parametry vedení

## Venkovní vedení

Un [kV]/S[mm <sup>2</sup> ]	Rp [Ohm/km]	Lp [mH/km]	Xp [Ohm/km]	Cp [nF/km]	Bp [uS/km]	Gp [nS/km]
22 / 50 – 150	0.7 - 0.2	1.1 - 1.3	0.35 - 0.4	9 - 10	2.8 - 3.1	0
110 / 120 – 670	0.2 - 0.06	0.9 - 1.3	0.27 - 0.4	9	2.8	0 nebo 50
220 / 210, 300	0.08, 0.06	1	0.32	11	3.5	30
400 / 350, 450	0.03, 0.02	1.0, 1.1	0.31, 0.35	11, 12	3.6, 3.9	20

## Kabelová vedení

Un [kV]/S[mm <sup>2</sup> ]	Rp [Ohm/km]	Lp [mH/km]	Xp [Ohm/km]	Cp [nF/km]	Bp [uS/km]	Gp [nS/km]
6 / 50 - 240	0.62 - 0.13	0.25 - 0.22	0.08 - 0.07	290 - 370	90 - 115	0
22 / 35 - 240	0.9 - 0.1	0.7 - 0.4	0.22 - 0.12	200 - 400	65 - 125	0

# Reálné parametry vedení

## Venkovní

$U_n$ [kV]	$S$ [mm <sup>2</sup> ]	$R_{20^\circ\text{C}}$ [Ω/km]	$X$ [Ω/km]	$B$ [μS/km]	$G$ [nS/km]	$I_z$ [A]
22	50	0,69	0,35	3,1	—	200
22	70	0,49	0,35	3,1	—	240
22	95	0,37	0,4	2,8	—	370
22	120	0,28	0,38	2,9	—	440
22	150	0,22	0,36	3,1	—	510
35	50	0,69	0,38	2,9	—	200
35	95	0,36	0,38	2,9	—	370
35	150	0,23	0,38	2,9	—	510
110	120	0,31	0,27	2,9	—	440
110	150	0,26	0,35	2,9	—	510
110	185	0,18	0,404	2,8	50	580
110	210	0,16	0,4	2,8	50	620
110	240	0,15	0,4	2,8	50	670
110	300	0,12	0,4	2,8	50	760
110	350	0,1	0,41	2,8	50	840
110	450	0,08	0,396	2,8	50	950
110	670	0,06	0,38	2,9	50	1200
220	2 x 210	0,08	0,324	3,4	30	1000
220	2 x 300	0,06	0,32	3,5	30	2000
400	3 x 350	0,03	0,307	3,6	20	2200
400	3 x 450	0,03	0,35	3,9	20	2500

## Kabelová

$U_n$ [kV]	$S$ [mm <sup>2</sup> ]	$R_{20^\circ\text{C}}$ [Ω/km]	$X$ [Ω/km]	$B$ [μS/km]	$I_z$ [A]
6	50	0,62	0,082	90	210
6	70	0,44	0,079	90	250
6	95	0,33	0,076	98	310
6	120	0,26	0,075	98	350
6	150	0,21	0,073	98	420
6	185	0,17	0,072	115	470
6	240	0,13	0,071	115	540
10	50	0,62	0,09	80	210
10	70	0,44	0,094	90	250
10	95	0,33	0,09	90	310
10	120	0,26	0,088	90	350
10	150	0,21	0,085	90	420
10	185	0,17	0,084	100	470
10	240	0,13	0,082	100	540
22	50	0,62	0,155	75	210
22	70	0,44	0,14	94	250
22	95	0,33	0,13	100	310
22	120	0,26	0,13	107	350
22	150	0,21	0,12	114	420
22	185	0,17	0,12	125	470
22	240	0,13	0,11	130	540

# Reálné parametry vedení

Vedení 400 kV				
Počet systémů	1		2	
Celkové ochranné pásmo [m] xxx)	72		79	
Vodiče ve fázi	3 x 350mm <sup>2</sup>	3 x 450mm <sup>2</sup>	3 x 350mm <sup>2</sup>	3 x 450mm <sup>2</sup>
Přirozený výkon [MW]	750	850	1500	1700
Krajní výkon [MVA]	1505	1710	3010	3420
Odpor [ $\Omega$ /km/fázi]	0,0283	0,0217	0,0283	0,0217
Reaktance [ $\Omega$ /km]	0,305	0,307	0,287	0,293
Susceptance [S/km]	$3,8 \cdot 10^{-6}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$3,97 \cdot 10^{-6}$
$X_0 : X$	2,27 x)	2,33 x)	5,9 x)	5,9 x)
Nabíjecí výkon [MVAr/km]	0,2	0,205	0,426	0,44

# Reálné parametry vedení

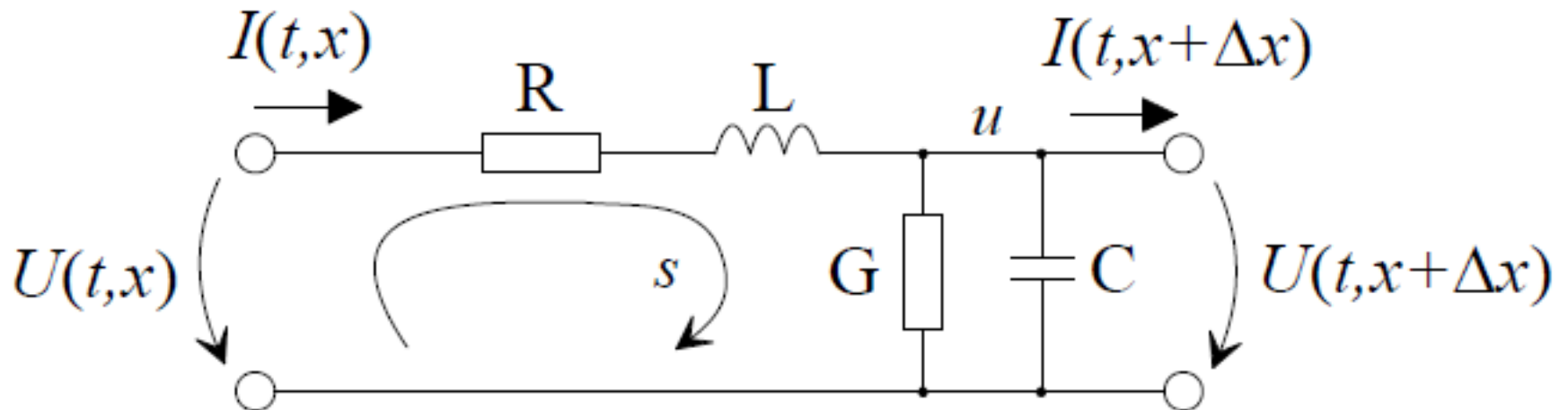
Vedení 110 kV dvojitá				
Celkové ochranné pásmo [m] xxx)	37	37	44	45
Vodiče ve fázi	1 x 185mm <sup>2</sup>	1 x 240mm <sup>2</sup>	1 x 450mm <sup>2</sup>	1 x 670mm <sup>2</sup>
Odpor [ $\Omega$ /km/fázi]	0,156	0,125	0,067	0,04
Reaktance [ $\Omega$ /km]	0,417	0,41	0,38	0,35
Susceptance [S/km]	$2,7 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$3,2 \cdot 10^{-6}$
$X_0 : X$	5,1 xx) 3,99 x)	5,45 xx) 4 x)	4,4 xx) 2,9 x)	5,9 xx) 3,7 x)
Nabíjecí výkon [MVA <sub>r</sub> /km]	0,011	0,011	0,012	0,017

# Vlnová rovnice pro výpočet rychlých jevů na dlouhých vedeních

- Pro homogenní dlouhé vedení:

$$u(t, x + \Delta x) = u(t, x) + \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} \cdot \Delta x$$

$$i(t, x + \Delta x) = i(t, x) + \frac{\partial i(t, x)}{\partial x} \cdot \Delta x$$

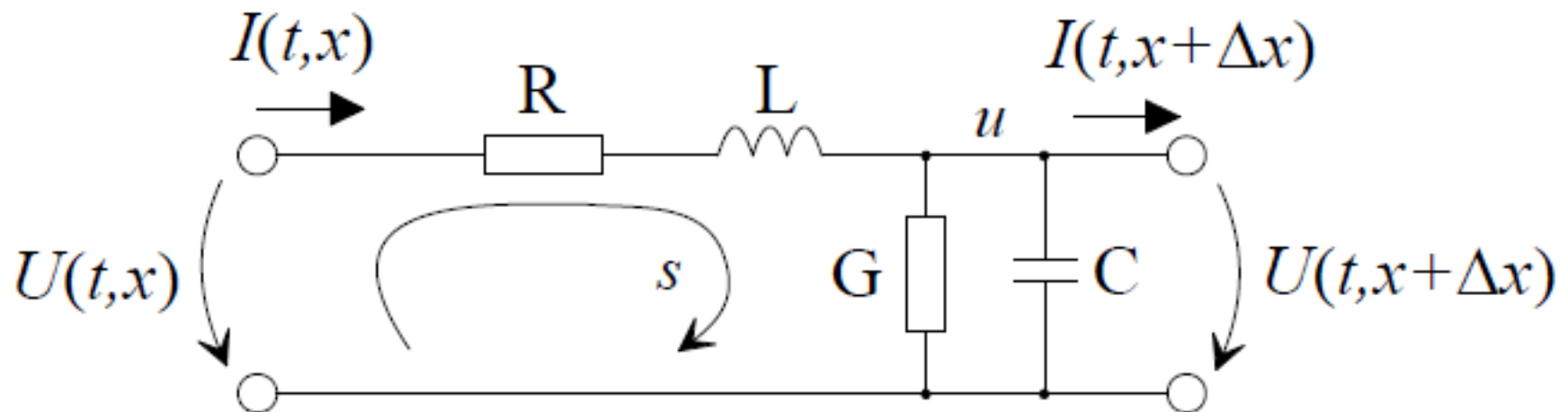


# Vlnová rovnice pro výpočet rychlých jevů na dlouhých vedeních

- Rovnice pro smyčku  $s$  a uzel  $u$ :

$$-u(t, x) + R \cdot \Delta x \cdot i(t, x) + L \cdot \Delta x \frac{\partial i(t, x)}{\partial t} + u(t, x) + \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} \cdot \Delta x = 0$$

$$-i(t, x) + i(t, x) + \frac{\partial i(t, x)}{\partial x} \cdot \Delta x + G \cdot \Delta x \cdot u(t, x) + C \cdot \Delta x \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = 0$$



# Vlnová rovnice pro výpočet rychlých jevů na dlouhých vedeních

- Úpravou získáme:

$$\frac{\partial u^2(t, x)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial u^2(t, x)}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + RG \cdot u(t, x)$$

$$\frac{\partial i^2(t, x)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial i^2(t, x)}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial i(t, x)}{\partial t} + RG \cdot i(t, x)$$

- Pro ustálený harmonický stav:

$$-\frac{d\mathbf{U}(x)}{dx} = (R + j\omega L) \cdot \mathbf{I}(x)$$

$$-\frac{d\mathbf{I}(x)}{dx} = (G + j\omega C) \cdot \mathbf{U}(x)$$

# Vlnová rovnice pro výpočet rychlých jevů na dlouhých vedeních

- Úpravou získáme:

$$\frac{d^2 \mathbf{U}(x)}{dx^2} - (R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C) \cdot \mathbf{U}(x) = 0$$

$$\frac{d^2 \mathbf{I}(x)}{dx^2} - (R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C) \cdot \mathbf{I}(x) = 0$$

- Řešení s integračními konstantami  $A$  a  $B$ :

$$\mathbf{U}(x) = \mathbf{A}e^{\gamma x} + \mathbf{B}e^{-\gamma x} \quad \gamma = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)}$$

$$\mathbf{I}(x) = -\frac{1}{(R + j\omega L)} \cdot \frac{d\mathbf{U}(x)}{dx}$$



# Vlnová rovnice pro výpočet rychlých jevů na dlouhých vedeních

- Integrační konstanty dle okrajových podmínek:

$$U(x) = \frac{1}{2}(U_p - Z_0 I_p) \cdot e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(U_p + Z_0 I_p) \cdot e^{-\gamma x}$$

$$I(x) = -\frac{\frac{1}{2}(U_p - Z_0 I_p)}{Z_0} e^{\gamma x} + \frac{\frac{1}{2}(U_p + Z_0 I_p)}{Z_0} e^{-\gamma x}$$

- V maticovém tvaru:

$$\bar{Z}_0 = \sqrt{\frac{R + jX}{G + jB}} = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}}$$

$$\begin{pmatrix} U(x) \\ I(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) & -Z_0 \cdot \frac{1}{2}(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}) \\ -\frac{1}{Z_0} \cdot \frac{1}{2}(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}) & \frac{1}{2}(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_p \\ I_p \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U(x) \\ I(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma x) & -Z_0 \sinh(\gamma x) \\ -\frac{1}{Z_0} \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_p \\ I_p \end{pmatrix}$$