

1. Analýza ES

1.1 Ustálené stavy – výpočet chodu sítě

Pod pojmem elektrická síť si můžeme představit elektrický obvod, jehož větve jsou tvořeny elektrickými vedeními, transformátory, kondenzátory a tlumivkami a uzly představují přípojnice v elektrických stanicích (rozvodnách, transformovnách). Tvar tohoto elektrického obvodu je dán konfigurací řešené sítě, která je realizována pomocí dispečerského řízení tak, aby přenos a distribuce elektrické energie vyhovoval optimálním podmínkám normálního provozního stavu a aby byly optimálně řešeny poruchové stavy.

V těchto sítích se provádějí teoretické výpočty pro ustálené i přechodové děje, pro souměrné i nesouměrné stavy. Výsledky výpočtů větvových veličin jsou nutné pro dimenzování zařízení, pro zabezpečování bezporuchového chodu a pro výpočet ztrát. Základem výpočtu je znalost parametrů větvových prvků. Tyto parametry považujeme za konstantní při provozních změnách proudů a napětí, proto se označují jako „pasivní“. Toto platí při souměrných aktivních parametrech, proudu a napětí a při konstrukčním symetrizování (transpozici) vedení (viz kapitola ??).

Když se však zabýváme řešením nesouměrných stavů, máme zvláště u netočivé složkové soustavy zcela jiné podmínky než u soustav točivých (sousedné a zpětné). Ta má svoji specifiku v tom, že součet proudů a napětí jednotlivých fází v uzlu vinutí transformátorů či dalších strojů není nulový, proto je nutno zabývat se otázkou uzavřeného obvodu. Proudů této soustavy se uzavírají přes zem, zemnicí lana vedení, případně u izolovaných soustav přes kapacity mezi vodiči a zemí. To má pak zpětný vliv na velikost parametrů v řešeném náhradním schématu. U transformátorů má velký vliv na netočivou složkovou soustavu zapojení uzlů vinutí.

Pro řešení chodu soustavy (viz kapitola 1.1.2) lze použít metodu smyčkových proudů nebo uzlových napětí. Metoda uzlových napětí se však ukazuje jako výhodnější při použití výpočetní techniky, a to zejména díky snadné přípravě dat. Výsledkem této metody jsou napěťové poměry v uzlech sítě, na základě kterých lze dopočítat proudové a výkonové poměry, ztráty sítě a další výstupy.

Při sestavování modelu elektrizační soustavy vycházíme z předpokladu, že se jedná o třífázovou souměrnou soustavu v ustáleném stavu sestávající z prvků, jejichž parametry jsou známi. Vedení a transformátory nahrazujeme pomocí Π -článků, které jsou reprezentovány lineárními komplexními impedancemi nebo admitancemi. Podmínka linearity platí i pro rovnice popisující vyšetřovanou síť. Při splnění těchto kritérií můžeme při výpočtech nahradit třífázovou soustavu soustavou jednofázovou.

Při výpočtech uzlových veličin musí být vždy v každém uzlu dvě zadané a dvě se vypočítávají. Nejvíce je uzlů odběrových se zadanými odběrovými veličinami P a Q (viz níže) a vypočítává se velikost a úhel napětí. Výpočty se provádějí pro plánování provozu, pro konzultaci při dispečerských změnách (na příklad po poruše, kdy je nutné změnit konfiguraci). Veličiny pro výpočet jsou zadány podle účelu výpočtu. Vycházejí z předpokládaných konfigurací pro určené podmínky. Výpočty „v reálném čase“ vycházejí z okamžité situace. [?], [?]

1.1.1 Definování elektrické sítě

Uzly

Uzly v ES třídíme podle základních veličin, které je charakterizují, do čtyř skupin. Jsou to:

- uzly odběrové, ve kterých je zadán odebíraný činný a jalový výkon (P , Q),
- uzly zdrojové, kde je zadán činný výkon (P) a velikost napětí (U),
- referenční uzel, jeden nutný uzel, ve kterém je zadána velikost napětí (U) a úhel (ϑ) je roven 0,
- uzly kompenzační, ve kterých je známý jalový výkon (Q) a velikost napětí (U).

Aktivní veličiny v uzlu

\bar{U}_i, \bar{I}_i neboli $U_i, \vartheta_i, P_i, Q_i$ (V, A, W, VAr)

Základní vztahy mezi těmito veličinami

$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i = 3 \cdot \bar{U}_{if} \cdot \bar{I}_i^* = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^* \quad (VA) \quad (1.1)$$

$$\bar{I}_i = \frac{\bar{S}_i^*}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_i^*} \quad (A) \quad (1.2)$$

$$\bar{U}_i = U_i \cdot e^{j\vartheta_i} \quad \bar{U}_i^* = U_i \cdot e^{-j\vartheta_i} \quad (V) \quad (1.3)$$

$$P_i = \sqrt{3} \cdot U_i \cdot I_i \cdot \cos \varphi_i \quad (W) \quad (1.4)$$

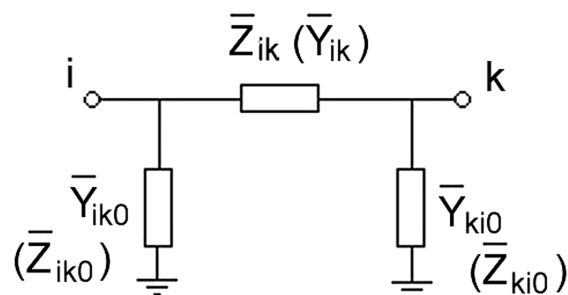
$$Q_i = \sqrt{3} \cdot U_i \cdot I_i \cdot \sin \varphi_i \quad (VAr) \quad (1.5)$$

Pozn.:

Normalizovaná řada napětí je udávána napětími sdruženými. Napětí mezi uzlem a zemí je napětí fázové. Při řešení obvodů se provádí výpočty s fázovými napětími.

Větve

Prvek větve (viz Obrázek 1.1) můžeme vyjádřit buď jako impedanci, nebo jako admitanci.



Obrázek 1.1: Náhrada větve II-článkem [?]

Aktivní parametry větví

\bar{I}_{ik} (\bar{I}_{ki}) na straně uzlu i (k)	- proudy ve větví mezi uzly i , k
$\bar{U}_i - \bar{U}_k = \Delta \bar{U}_{ik}$	- rozdíl napětí ve větví i , k
\bar{P}_{ik} (\bar{P}_{ki}) na straně uzlu i (k)	- činný výkon ve větví i , k
\bar{Q}_{ik} (\bar{Q}_{ki}) na straně uzlu i (k)	- jalový výkon ve větví i , k
$\vartheta_{ik} = \vartheta_i - \vartheta_k$	- úhel mezi napětím uzlů i , k
\bar{I}_{ik0} (\bar{I}_{ki0}) na str. i (k)	- proud na příčném parametru větve i , k

Pasivní parametry větvi**Podélné** (mezi uzly i , k)

Tyto parametry jsou označovány indexem ik .

Pro impedanci a admitanci podélného parametru platí obecně:

$$\bar{Z}_{ik} = \bar{R}_{ik} + j\bar{X}_{ik} \quad (\Omega) \quad (1.6)$$

$$\bar{Y}_{ik} = \frac{1}{\bar{Z}_{ik}} = \frac{R_{ik}}{R_{ik}^2 + X_{ik}^2} - j \frac{X_{ik}}{R_{ik}^2 + X_{ik}^2} \quad (S) \quad (1.7)$$

Příčné (mezi větví a společným pólem – zemí)

Tyto parametry jsou označovány indexem $ik0$ nebo $ki0$ podle toho, u kterého uzlu příčný parametr uvažujeme.

Pro admitanci a impedanci příčného prvku platí obecně:

$$\bar{Y}_{ik0} = \bar{G}_{ik0} + j\bar{B}_{ik0} \quad (S) \quad (1.8)$$

$$\bar{Z}_{ik0} = \frac{1}{\bar{Y}_{ik0}} = \frac{G_{ik0}}{G_{ik0}^2 + B_{ik0}^2} - j \frac{B_{ik0}}{G_{ik0}^2 + B_{ik0}^2} \quad (\Omega) \quad (1.9)$$

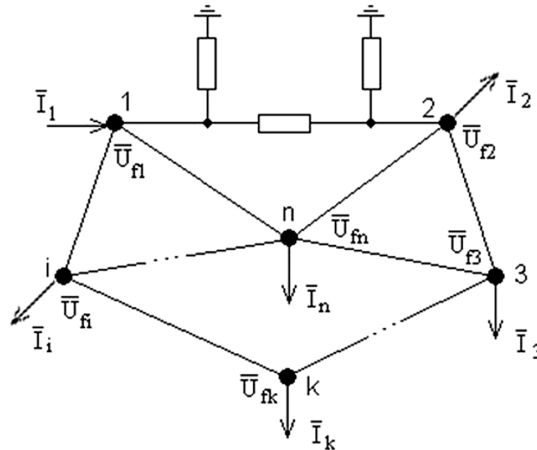
[?], [?]

1.1.2 Řešení chodu soustavy s využitím metody uzlových napětí

Pojem „chod soustavy“ vyjadřuje vzájemné závislosti mezi konfigurací sítě, dodávanými a odebíranými výkony a napěťovými poměry v řešené soustavě.

Máme n -uzlovou soustavu (viz Obrázek 1.2), kde:

- každou větev (vedení, transformátor, tlumivka, kondenzátor) nahradíme dvojbranem (Π - článkem),
- uzly (elektrická rozvodná zařízení) označíme $1 \div n$, každý popisují 4 veličiny (2 známe, 2 počítáme).



Obrázek 1.2: Schématické znázornění n-uzlové sítě [?]

Výchozí skutečnosti

Základní typy uzlů:

- PQ uzel (odběrový) definovaný výkony P , Q (možno snadno změřit). Čistý výkon vstupující (injektovaný) do uzlu je rozdíl výkonu dodávaného ze zdroje a odebíraného spotřebiči v tomto uzlu.
- PU uzel (zdrojový) definovaný výkonem P a velikostí U (měřeno v elektrárně). Tento typ uzlu vyjadřuje připojení elektrárny, kde jalový výkon zdroje slouží pro regulaci velikosti napětí.
- Referenční uzel (volná přípojnice) může být vybrán kterýkoli uzel typu PU, je zde definováno U , ($\vartheta = 0$). Pro výpočet je vybrán pouze jeden, obvykle jde o základní uzel, kde je připojen buď velký zdroj, nebo další soustava. K tomuto uzlu vše vztahujeme.
- Kompenzační uzel definovaný výkonem Q a velikostí U . Tento typ uzlu reprezentuje připojení kompenzačního prostředku.

Minimum požadovaných dat při řešení:

- Impedance (admittance) všech elementů sítě, přenosových vedení, transformátorů, tlumičů, kondenzátorů.
- Činný výkon v uzlech PQ a PU a jalový výkon v uzlech PQ.
- Velikost napětí v PU uzlech a v referenčním uzlu.

Minimum požadovaných výstupů řešení:

- U , ϑ v každém uzlu.
- Dodávaný a odebíraný výkon v každém uzlu.
- Tok výkonů na obou koncích přenosových vedení a transformátorů a ztráty.
- Výroba a spotřeba výkonu v každém kompenzačním prostředku.
- Celkové ztráty v systému.

Předpoklady:

- Třífázová síť je souměrná, může být tedy reprezentována jako jednofázová.
- Elementy obvodu jsou reprezentovány v poměrných hodnotách, impedance je lineární komplexní a vedení je reprezentováno Π článkem.
- Rovnice popisující přenosovou síť jsou lineární.

V teorii existuje celá řada způsobů analyticky popisujících elektrickou síť, všechny mají společné vlastnosti v platnosti Kirchhoffových zákonů pro proud i napětí a Ohmova zákona. V praxi se projevily jako nejužitečnější již zmíněné dvě metody, metoda smyčkových proudů a metoda uzlových napětí. Metoda uzlových napětí je nejvýhodnější pro řešení pomocí počítačů.

Základní výhody metody uzlových napětí:

- Jednoduché očíslování uzlů přímo v jednofázovém schématu.
- Jednoduchá příprava dat.
- Počet proměnných a rovnic je obvykle menší než při použití metody smyčkových proudů.
- Příčné parametry sítě neznamenaají obtíže.
- Paralelní větve nezvyšují počet neznámých nebo rovnic.
- Napětí v uzlu je přímo dáno řešením, větvové proudy se snadno vypočtou.
- Regulační transformátory (proměnný převod) lze snadno reprezentovat.

Neznámé v této metodě jsou komplexní uzlová napětí a proudy. Injektovaný proud (výkon) je dán součtem vstupujících a vystupujících proudů (výkonů). Proud vstupující (zdroj) uvažujeme se znaménkem „+“, proud vystupující (spotřebič) má znaménko „-“, stejně tak i uzlové injektované výkony. [?]

Napěťové a proudové poměry v uzlech sítě

Jsou dány základní rovnicí:

$$\bar{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{U}}_f \quad \text{nebo} \quad \bar{\mathbf{U}}_f = \bar{\mathbf{Z}} \cdot \bar{\mathbf{I}} \quad (1.10)$$

Kde:

- $\bar{\mathbf{I}}$ - sloupcová matice injektovaných proudů v uzlech (A)
- $\bar{\mathbf{U}}_f$ - sloupcová matice fázových napětí v uzlech (V)
- $\bar{\mathbf{A}}$ - čtvercová uzlová admitanční matice, jejíž prvky (S) jsou:

$$\bar{A}_{ii} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (\bar{Y}_{ik0} + \bar{Y}_{ik}), \quad \bar{A}_{ik} = -\bar{Y}_{ik} \quad (1.11)$$

- $\bar{\mathbf{Z}}$ - čtvercová impedanční matice (Ω)

Pro výpočet chodu soustavy je znalost matice $\bar{\mathbf{A}}$, příp. $\bar{\mathbf{Z}}$ nutná. [?]

Zhodnocení použití matice $\bar{\mathbf{A}}$ či $\bar{\mathbf{Z}}$

Prvky matice $\bar{\mathbf{A}}$ jsou obecně komplexní. Jedná-li se o síť, kde $R \ll X$ (VVN), lze reálné

členy zanedbat. Potom po vytknutí je před maticí jsou diagonální členy reálná čísla záporná a mimodiagonální kladná.

Všechny mimodiagonální členy reprezentující nepropojené uzly jsou nulové. Protože v převážné většině se síť provozuje jako paprsková, je matice $\bar{\mathbf{A}}$ řídká.

Její využití je vhodné ve výpočtech sítě v normálních provozních stavech pomocí soustavy rovnic $\bar{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{U}}$.

Sestavení matice $\bar{\mathbf{Z}}$ je obtížnější než matice $\bar{\mathbf{A}}$, protože zde neexistují prvky nulové a není možné zabývat se pouze podmínkou jedné větve.

Matici $\bar{\mathbf{Z}}$ lze získat inverzí matice $\bar{\mathbf{A}}$, ($\bar{\mathbf{Z}} = \bar{\mathbf{A}}^{-1}$). Při každé změně konfigurace je nutné provádět tuto inverzi znovu. [?]

Výpočet sloupcové matice $\bar{\mathbf{I}}$

Vzhledem k tomu, že se $\bar{\mathbf{I}}$ v uzlech se měří špatně a P , Q dobře \rightarrow vypočteme $\bar{\mathbf{I}}$ ze vztahu pro zdánlivý výkon:

$$\bar{S}_i = P + jQ_{induktivní} = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^* \quad (1.12)$$

$$\bar{I}_i^* = \frac{\bar{S}_i}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_i} \Rightarrow \bar{I}_i = \frac{\bar{S}_i^*}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_i^*} \quad (1.13)$$

Pak:

$$\bar{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{A}} \quad \sqrt{3} \cdot \bar{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{U}} \quad (1.14)$$

$$\frac{P_i - jQ_i}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_i^*} = \bar{I}_i = \bar{A}_{i1} \cdot \bar{U}_{1f} + \bar{A}_{i2} \cdot \bar{U}_{2f} + \dots + \bar{A}_{ii} \cdot \bar{U}_{if} + \bar{A}_{in} \cdot \bar{U}_{nf} \quad (1.15)$$

$$\frac{P_i - jQ_i}{\bar{U}_i^*} = \bar{I}_i = \bar{A}_{i1} \cdot \bar{U}_1 + \bar{A}_{i2} \cdot \bar{U}_2 + \dots + \bar{A}_{ii} \cdot \bar{U}_i + \bar{A}_{in} \cdot \bar{U}_n \quad (1.16)$$

[?], [?]

Rovnice chodu soustavy

(v angličtině „Load flow“ = tok výkonů)

Při jejich sestavování vyjdeme jednak z rovnice $\bar{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{U}}_f$, kde i -tá řádka je:

$$\bar{I}_i = \bar{A}_{i1} \cdot \bar{U}_{1f} + \bar{A}_{i2} \cdot \bar{U}_{2f} + \dots + \bar{A}_{ii} \cdot \bar{U}_{if} + \bar{A}_{in} \cdot \bar{U}_{nf} \quad (1.17)$$

a jednak ze vztahu pro výkon v uzlu i , tj. $\bar{S}_i = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^*$, kde:

$$\bar{I}_i^* = \bar{A}_{i1}^* \cdot \bar{U}_{1f}^* + \bar{A}_{i2}^* \cdot \bar{U}_{2f}^* + \dots + \bar{A}_{ii}^* \cdot \bar{U}_{if}^* + \bar{A}_{in}^* \cdot \bar{U}_{nf}^* \quad (1.18)$$

Výsledné vztahy pro výpočet výkonů v uzlu i pak můžeme vyjádřit s využitím dosazení uvedených komplexních veličin buď v algebraickém, nebo v exponenciálním či goniometrickém tvaru

rovněž dvěma způsoby (viz dále). [?]

Řešení chodu soustavy s využitím goniometrických či exponenciálních tvarů

$$\bar{S}_i = \sum U_i \cdot U_k \cdot A_{ik} \cdot [\cos(\vartheta_{ik} - \alpha_{ik}) + j \sin(\vartheta_{ik} - \alpha_{ik})] \quad (1.19)$$

Po rozdělení na Re a Im část:

$$\bar{P}_i = \sum U_i \cdot U_k \cdot A_{ik} \cdot \cos(\vartheta_{ik} - \alpha_{ik}) \quad (1.20)$$

$$\bar{Q}_i = \sum U_i \cdot U_k \cdot A_{ik} \cdot \sin(\vartheta_{ik} - \alpha_{ik}) \quad (1.21)$$

Řešení chodu soustavy vycházející z algebraického tvaru

$$\bar{S}_i = \sum U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} - jB_{ik}) \cdot (\cos(\vartheta_{ik} + j \sin(\vartheta_{ik})) \quad (1.22)$$

Po rozdělení na Re a Im část:

$$P_i = \sum U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos(\vartheta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin(\vartheta_{ik})) \quad (1.23)$$

$$Q_i = \sum U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \sin(\vartheta_{ik} - B_{ik} \cdot \sin(\vartheta_{ik})) \quad (1.24)$$

Činný výkon tekoucí do uzlu i lze snadno odhadnout ze známých veličin U_i , U_k , ϑ_{ik} a X_{ik} při zanedbání dále uvedených parametrů.

- zanedbáme-li R $G_{ik} = \frac{-R_{ik}}{R_{ik}^2 + X_{ik}^2} = 0$
- $\vartheta_{ik} \cdots$ malé ($\rightarrow 0$) $B_{ik} = \frac{X_{ik}}{R_{ik}^2 + X_{ik}^2} = \frac{1}{X_{ik}}$
- $\cos \vartheta_{ik} = 1$
- $\sin \vartheta_{ik} = \vartheta_{ik}$ (v radiánech)

Pak:

$$P_i = \sum \frac{U_i \cdot U_k}{X_{ik}} \cdot \vartheta_{ik} \quad (1.25)$$

[?]

1.1.3 Matematické řešení soustavy rovnic (numerické metody)

Uzlové rovnice (1.14, 1.15, 1.16) v soustavě jsou nelineární, neboť neznámá uzlová napětí jsou obsažena jak ve vektoru neznámých, tak ve jmenovateli vlevo (ve své komplexně sdružené formě). Analyticky proto lze řešit jen velmi malé sítě (dvouuzlové, jednoduché trialové). Pro reálné sítě je nutno použít vhodné numerické metody.

Obecně každá numerická metoda vychází z počátečního odhadu řešení, který vstupuje do algoritmu metody. V jednom běhu algoritmu (tzv. iteraci) dojde k nalezení nového odhadu, který by měl být blíže k hledanému řešení. Stará hodnota se nahradí novou vypočtenou hodnotou a iterační výpočet se opakuje, dokud nedojde k číselnému ustálení neboli nalezení hledaného

řešení (tzv. konvergence). Pro vyhodnocení konvergence se porovnává rozdíl mezi starou a vypočtenou hodnotou s předem stanovenou, dostatečně malou povolenou odchylkou. Pro případy velkých meziiteračních oscilací (případ divergence) je určen také maximální počet iterací, po jehož dosažení je výpočet ukončen.

Ukončení numerického výpočtu se tedy provede za těchto podmínek:

- pokud odchylka mezi dvěma sousedními iteracemi je menší než odchylka přednastavená - reaguje při dosažení určitého stupně konvergence
- pokud je dosažen maximální počet iterací, zadaný pro daný numerický výpočet - reaguje převážně při divergenci numerického výpočtu

Pro řešení chodu soustavy se používají dvě běžné numerické metody - tzv. Gauss-Seidelova a Newton-Raphsonova. Z algoritmu druhé jmenované metody došlo v minulosti k odvození dvou výpočtových procedur pro analýzu sítí - tzv. Fast-Decoupled a DC load flow metoda.

Gauss-Seidelova metoda

Charakteristika

- pro Load Flow aplikována jako první (1950-60)
- výpočtově jednoduchá, výhodná pro první počítače
- pouze pro řešení malých sítí (do 50 uzlů)
- časově náročnější pro modelování velkých sítí (absence požadavku na rychlost výpočtu)
- dnes se používá pouze pro velmi vysokou spolehlivost výsledků (stabilita numerického výpočtu)
- svou jednoduchostí vhodná pro výukové účely

Postup výpočtu

Označíme-li referenční uzel jako 1, pak řešená soustava rovnic přejde na tvar:

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \cdot \bar{I}_2 - \bar{A}_{21} \cdot \bar{U}_1 &= \bar{A}_{22} \cdot \bar{U}_2 \dots \bar{A}_{2n} \cdot \bar{U}_n \\ \cdot & \cdot \cdot \\ \cdot & \cdot \cdot \\ \cdot & \cdot \cdot \\ \sqrt{3} \cdot \bar{I}_n - \bar{A}_{n1} \cdot \bar{U}_1 &= \bar{A}_{n2} \cdot \bar{U}_2 \dots \bar{A}_{nn} \cdot \bar{U}_n \end{aligned} \quad (1.26)$$

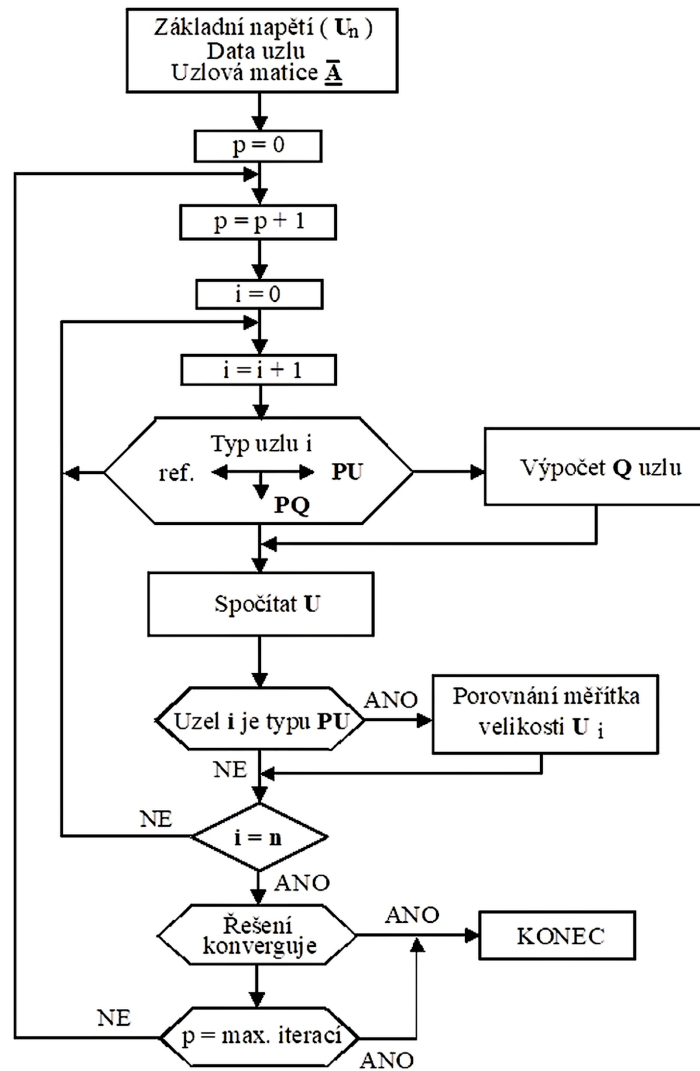
Gauss-Seidelův postup pro iterační řešení napětí v závislosti na proudech je:

$$\bar{U}_i^{(p)} = \frac{1}{\bar{A}_{ii}} \cdot \left[\sqrt{3} \cdot \bar{I}_i - \bar{A}_{i1} \cdot \bar{U}_1 - \sum_{k=2}^{i-1} \bar{A}_{ik} \cdot \bar{U}_k^{(p)} - \sum_{k=i+1}^n \bar{A}_{ik} \cdot \bar{U}_k^{(p-1)} \right] \quad (1.27)$$

Pro všechny uzly typu PQ můžeme psát $\sqrt{3} \cdot \bar{I}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{U}_i^*}$

Dosažením získáme rovnici, kde bude neznámá pouze \bar{U}_i .

$$\bar{U}_i^{(p)} = \frac{1}{\bar{A}_{ii}} \cdot \left[\frac{P_i - jQ_i}{(\bar{U}_i^*)^{(p-1)}} - \bar{A}_{i1} \cdot \bar{U}_1 - \sum_{k=2}^{i-1} \bar{A}_{ik} \cdot \bar{U}_k^{(p)} - \sum_{k=i+1}^n \bar{A}_{ik} \cdot \bar{U}_k^{(p-1)} \right] \quad (1.28)$$



Obrázek 1.3: Vývojový diagram řešení G-S metodou [?]

Pro uzly PU je Q_i neznámé, proto je nutné je vypočítat:

$$Q_i^{(p-1)} = \text{Im} \left\{ \bar{U}_i^{(p-p)} \cdot \sqrt{3} \cdot \bar{I}_i^{*(p-1)} \right\} \quad (1.29)$$

$$\sqrt{3} \cdot \bar{I}_i^{(p-1)} = \sum_{k=i+1}^n \bar{A}_{ik} \cdot \bar{U}_k \quad (1.30)$$

[?]

Algoritmus výpočtu

Vývojový diagram řešení chodu soustavy pomocí Gauss-Seidelovy metody je vidět na Obrázku 1.3.

Výhody použití G-S metody

- snadný matematický model (bez matic, derivací), jednoduché naprogramování
- pomalé přibližování k hledanému řešení (malé změny v jednotlivých iteracích), tj. vysoká spolehlivost nalezení výsledku

- nízké výpočtové a časové nároky vztažené na iteraci

Nevýhody G-S metody

- pracujeme s komplexními čísly
- silná závislost počtu iterací na velikosti řešené sítě
- má pouze lineární konvergenci (velký počet iterací kvůli nevýrazné diagonální dominanci matice A)
- delší doba výpočtu (zvláště pro velké sítě)
- problémy u řídicí propojených sítí a špatně podmíněných soustav (divergence)

Pozn.:

Špatně podmíněné soustavy jsou sítě, které jsou provozované na hranici svých technických možností. Příčiny jsou zejména velká zatížení v jednotlivých uzlech, řídká topologie (problém s distribucí jalového výkonu), příliš úzké meze jalového výkonu v PU uzlech a rozsahu odboček regulačních transformátoru, záporné větвовé reaktance, dlouhá vedení a chybně zvolený referenční uzel.

Možná opatření spočívají v uvolnění mezí jalového výkonu a rozsahu převodu, zanedbání dlouhých vedení (je-li to možné), změně referenčního uzlu, přidání kompenzačních prvku do problematických oblastí sítě a rozdělení sítě na menší části, které lze řešit samostatně.

Kvůli svým nevýhodám se G-S metoda v dnešní době prakticky nepoužívá, nicméně je stále dodávána v komerčních výpočtových aplikacích a svou jednoduchostí je vhodná hlavně pro výukové účely. [?]

Newton-Rapsonova metoda

Charakteristika

- používá se pro on-line řízení, stavovou estimaci, kontingenční analýzy, optimalizace chodu sítě, studie napěťové a přechodové stability, aj. již od 70. let 20. století
- je populární zvláště díky jednoduchému převedení soustavy nelineárních rovnic na lineární

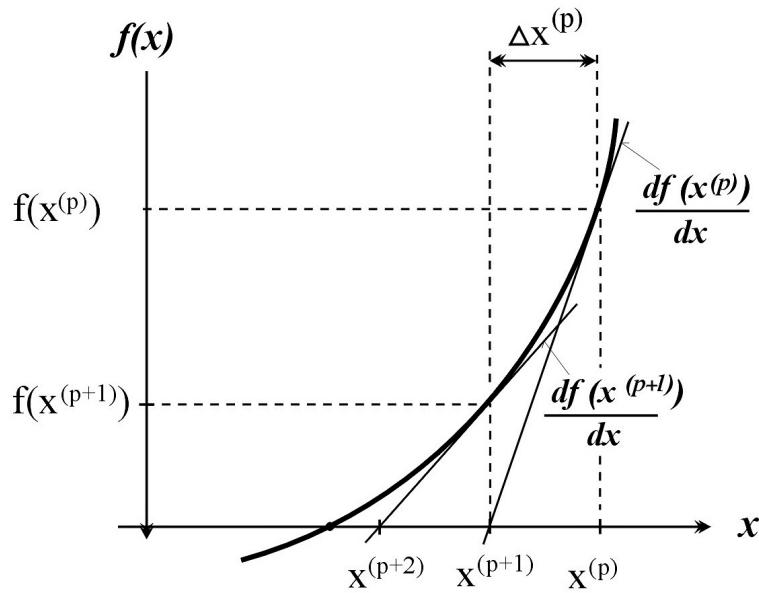
Metoda využívá N-R algoritmus pro řešení nelineárních rovnic $\mathbf{F}(x) = 0$, kde \mathbf{F} je vektor funkcí $f_1 \dots f_n$ neznámých $x_1 \dots x_n$.

Při každé iteraci N-R metody je nelineární problém aproximován lineární maticovou rovnicí:

$$\mathbf{F} \cdot (x^{(p-1)}) = -\mathbf{J} \cdot (x^{(p-1)}) \cdot \Delta x^{(p)} \quad \Delta x^{(p)} = x^{(p)} - x^{(p-1)} \quad (1.31)$$

Čtvercová matice \mathbf{J} je Jacobiho matice funkce $\mathbf{F}(x)$, kde prvek na pozici i, k je definován jako $\frac{\partial f_i}{\partial x_k}$. [?]

Linearizační aproximace je patrná z Obrázku 1.4.



Obrázek 1.4: Linearizační aproximace N-R metody [?]

Postup výpočtu

Řešením rovnice $\bar{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{U}}_f$ a $S_i = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^*$ (viz výše) dostaneme výkonové rovnice typu:

$$P_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^n U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos \vartheta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin \vartheta_{ik}) \quad (1.32)$$

$$Q_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^n U_k \cdot (G_{ik} \cdot \sin \vartheta_{ik} + B_{ik} \cdot \cos \vartheta_{ik}) \quad (1.33)$$

kde: $A_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$ a $\vartheta_{ik} = \vartheta_i - \vartheta_k$

Funkční závislosti $f(x)$ z obecného vyjádření výše představují pro uzly PQ rovnice:

$$\Delta P_i = P_i - U_i \cdot \sum_{k=1}^n U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos \vartheta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin \vartheta_{ik}) = 0 \quad (1.34)$$

$$\Delta Q_i = Q_i - U_i \cdot \sum_{k=1}^n U_k \cdot (G_{ik} \cdot \sin \vartheta_{ik} + B_{ik} \cdot \cos \vartheta_{ik}) \quad (1.35)$$

Používá se:

- pro uzly PU pouze rovnice pro ΔP_i
- pro referenční uzel žádná rovnice

Soustava rovnic je vytvořená tedy následovně:

- dvě pro každý PQ uzel
- jedna pro každý PU uzel.

Neznámé jsou U a ϑ pro každý PQ uzel, pro každý PU, případně pro QU uzel. Počet rovnic je roven počtu neznámých.

Algoritmus řešení je tedy:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}^{(p-1)} \\ \Delta \mathbf{Q}^{(p-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(p-1)} & \mathbf{N}^{(p-1)} \\ \mathbf{J}^{(p-1)} & \mathbf{L}^{(p-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \vartheta^p \\ \frac{\Delta U^p}{U^{(p-1)}} \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Dělení každého $\Delta U^p/U^{(p-1)}$ neovlivňuje algoritmus numericky, ale zjednodušuje vztahy v Jacobiho matici:

$$H_{ik} = \frac{-\partial \Delta P_i}{\partial \vartheta_k} = \frac{\partial P_i}{\partial \vartheta_k} \quad N_{ik} = -U_k \cdot \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_k} = U_k \cdot \frac{\partial P_i}{\partial U_k} \quad (1.37)$$

$$J_{ik} = \frac{-\partial \Delta Q_i}{\partial \vartheta_k} = \frac{\partial Q_i}{\partial \vartheta_k} \quad L_{ik} = -U_k \cdot \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_k} = U_k \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial U_k} \quad (1.38)$$

Pro výpočet prvků H , N , J , L se vychází z výrazů získaných výpočtem parciálních derivací základních rovnic:

Pro $i \neq k$:

$$H_{ik} = L_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \sin \vartheta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \vartheta_{ik}) \quad (1.39)$$

$$J_{ik} = N_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos \vartheta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin \vartheta_{ik}) \quad (1.40)$$

Pro $i = k$:

$$H_{ii} = -B_{ii} \cdot U_i^2 - Q_i \quad N_{ii} = G_{ii} \cdot U_i^2 + P_i \quad (1.41)$$

$$J_{ii} = -G_{ii} \cdot U_i^2 - P_i \quad L_{ii} = -B_{ii} \cdot U_i^2 + Q_i \quad (1.42)$$

Vlastnosti Jacobiho matice:

- symetrická svojí strukturou, ne však hodnotami
- velmi řídká (min. 2x více než admitanční matice, nenulové prvky jsou pouze v případě fyzického propojení uzlů)
- silně diagonálně dominantní, což vede k rychlé konvergenci

[?], [?], [?]

Algoritmus řešení

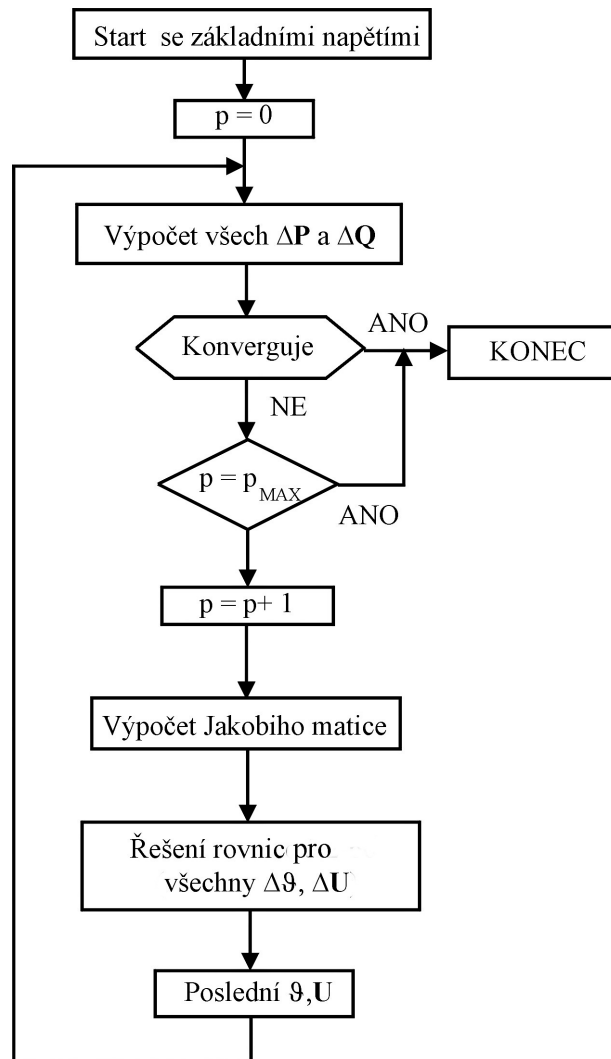
Vývojový diagram řešení chodu soustavy pomocí N-R metody je vidět na Obrázku 1.5

Výhody použití N-R metody

- vysoká (kvadratická) rychlost konvergence, tj. rychlý postup k hledanému výsledku
- počet iterací není závislý na velikosti sítě (k nalezení řešení je většinou potřeba 3 – 7 iterací)
- časové nároky jsou nízké (i pro velké sítě), zvyšují se jen lineárně
- možnost využití parciálních derivací Jakobiánu (hlavně submatice L) pro citlivostní analýzu soustavy

Nevýhody N-R metody

- komplikovanější matematický model (matice, derivace, řídkostní algoritmy)



Obrázek 1.5: Vývojový diagram řešení Newton-Rapsonovou metodou [?]

- počet iterací je ovlivněn zahrnutím jalových mezí pro PU uzly a regulačních transformátoru
- silná závislost na počátečním odhadu stavových veličin (divergence, pomalá konvergence)
- vysoká nejistota během update procesu stavových veličin (divergence, pomalá konvergence)
- vysoké požadavky na paměť (4-5 krát větší než u G-S), lze řešit řídkostními algoritmy
- problémy při řešení řídkce propojených a špatně podmíněných sítí

V současnosti se i přes tyto nevýhody N-R metoda intenzivně používá pro nadřazené výpočty zejména velkých soustav. [?], [?]

Postup pro zlepšení chování numerických metod

Z výše uvedeného vyplývá, že Gauss-Seidelova metoda může buď konvergovat k reálnému řešení (s vysokým počtem iterací) nebo divergovat u špatně podmíněných a řídkce propojených sítí.

Obdobně u Newton-Raphsonovy metody může docházet k numerickým oscilacím, konvergenci k nereálnému řešení nebo divergenci (a to i v případě existence reálného výsledku). Toto chování je způsobeno buď nevhodným počátečním odhadem nebo aktualizacím procesem stavových

proměnných (plný update může vést k divergenci, zatímco částečný update může směřovat k nalezení řešení, např. metoda tečen u funkce „arctan“). [?]

Pro vylepšení chodu těchto numerických metod existuje řada postupů, blíže např. viz kapitola 3.1.4 v literatuře [?].