PJS – Přednáška číslo 3

Výpočet souměrných zkratových proudů v složitých soustavách

Soustředění se na ustálenou hodnotu zkratového proudu, nebo střídavou složku v určité fázi přechodného děje a s ohledem k tomu je nutné použít příslušné reaktance.
Předpoklad konstantních odběrů zátěží, které lze tím pádem nahradit impedancí:

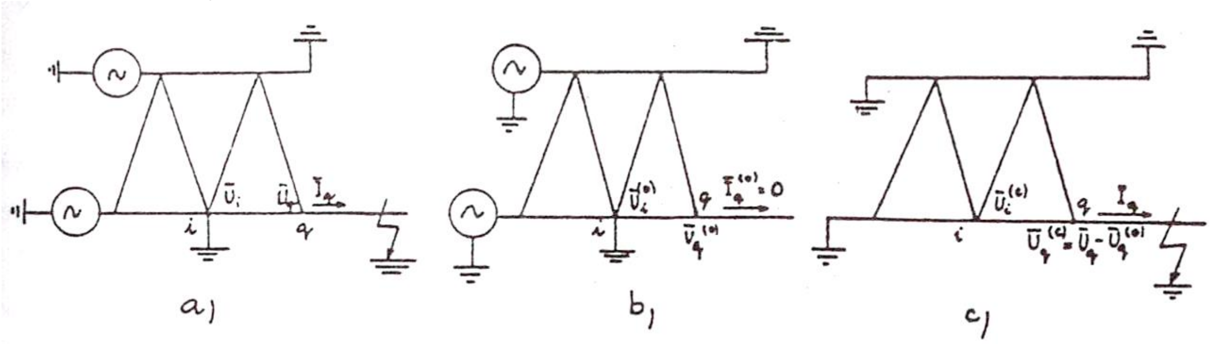
$$\overline{S}_{Zi} = P_{Zi} + jQ_{Zi} = 3\overline{U}_{Fi}\overline{I}_{Zi}^{\,*}$$

$$\overline{Z}_{Zi} = \frac{\overline{U}_{Fi}}{\overline{I}_{Zi}} = U_{Fi}\left(\frac{3\overline{U}_{Fi}}{\overline{S}_{Zi}}\right)^{*} = \frac{3U_{Fi}^{\;2}}{P_{Zi} - jQ_{Zi}} = \frac{U_{Si}^{\;2}}{P_{Zi} - jQ_{Zi}}$$

Alternátory nahrazeny konstantními zdroji za příslušnou reaktancí.
Další možná zjednodušení:

- Předporuchová napětí mají jmenovitou hodnotu ve všech uzlech (neřeší se předchozí ustálený stav)
- Uvažují se jen podélné pasivní parametry prvků (zanedbání příčných kapacit, svodů, hlavních indukčností, malé zátěže,…). V extrémním případě řešení z chodu naprázdno.
- Pro orientační výpočty zanedbání i podélných činných odporů.

Řešení vychází ze superpozice veličin získaných z předporuchového stavu a stavu s poruchou bez dalších zdrojů:



Pro každý uzel platí:

$$U_i = U_i^{(0)} + U_i^{(C)}$$

Tedy maticově pro *N* uzlů:

$$\left[U\right] = \left[U^{(0)}\right] + \left[U^{(C)}\right], \text{ kde } \left[U\right] = \left[U_1, U_2, \ldots, U_q, \ldots, U_N\right]^T$$

V síti s poruchou platí pro uzlová napětí:

$$\left[I^{(C)}\right] = \left[Y\right]\left[U^{(C)}\right]$$

$$\left[U^{(C)}\right] = \left[Z\right]\left[I^{(C)}\right], \text{ kde } \left[I^{(C)}\right] = \left[0, 0, \ldots, -I_q, \ldots, 0\right]^T$$

Dosazením dostaneme:

$\left[U\right] = \left[U^{(0)}\right] + \left[Z\right]\left[I^{(C)}\right]$, což ale znamená pro jednotlivá napětí pouze malou úpravu:

$$U_1 = U_1^{(0)} - Z_{1q} I_q$$

$$U_2 = U_2^{(0)} - Z_{2q} I_q$$

…

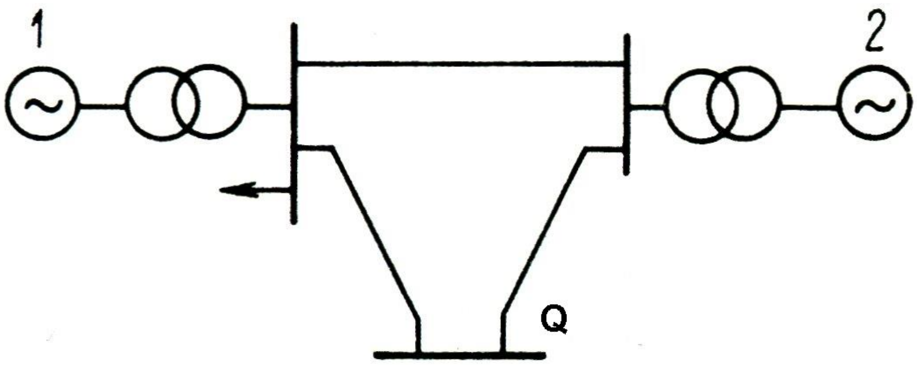
$$U_N = U_N^{(0)} - Z_N I_q$$

Soustavu rovnic pro N+1 napětí a proud je třeba doplnit ještě rovnicí:
$U_q = Z_K I_q$ pro podmínky přímo v místě vzniku zkratu.
Výsledky pak jsou ve tvaru:

$$U_q = U_q^{(0)} - Z_{qq} I_q \qquad U_q = Z_K I_q \qquad I_q = \frac{U_q^{(0)}}{Z_{qq} + Z_K}$$

$$U_i = U_i^{(0)} - Z_{iq} I_q \qquad I_{ij} = Y_{ij}\left(U_i - U_j\right)$$

Příklad řešení:



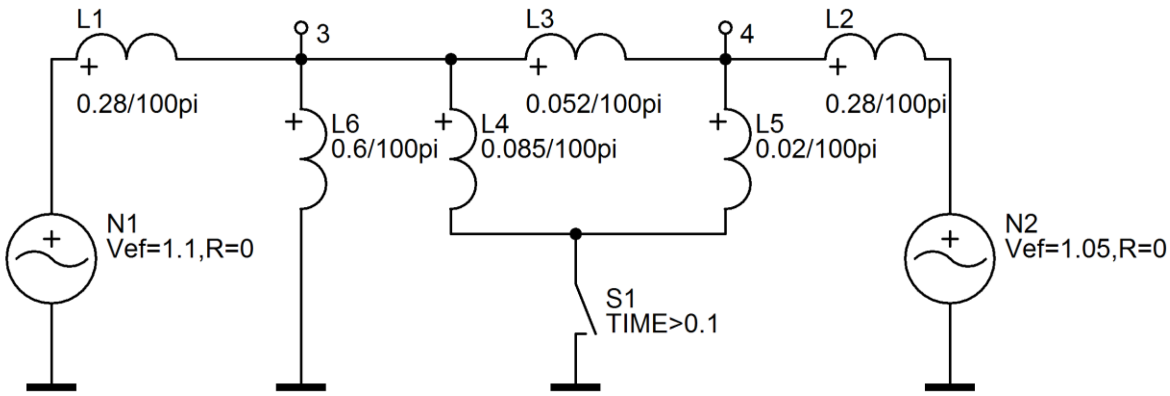
Parametry schématu:

$x_{g1} = 0.18 \qquad x_{T1} = 0.1 \qquad x_{g2} = 0.18 \qquad x_{T2} = 0.1$

$x_1 = x_{g1} + x_{T1} = 0.28 \qquad x_2 = x_{g2} + x_{T2} = 0.28$

$x_{V1} = x_3 = 0.052 \qquad x_{V2} = 0.105 = x_4 + x_5 = 0.085 + 0.02$

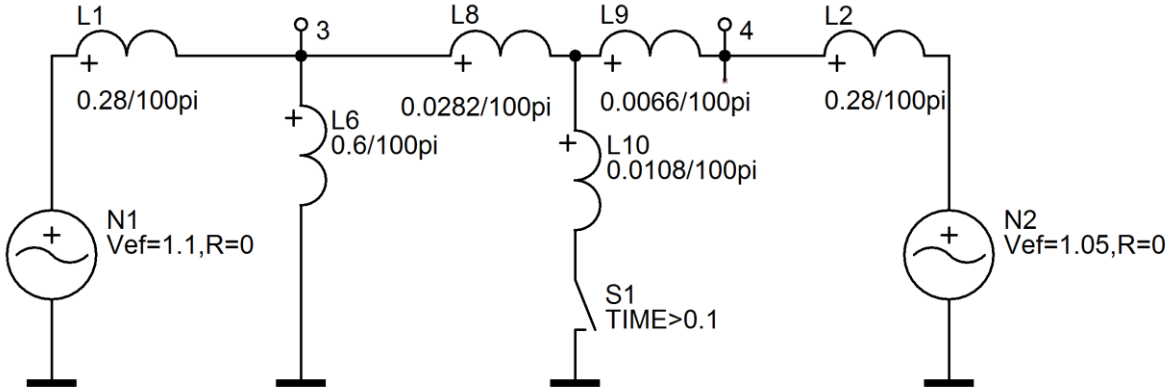
$x_Z = x_6 = 0.6$



Zkrat předpokládáme tvrdý ($Z_K = 0$).

Metoda transfigurace a zjednodušení určení Z_{qq}

Přepočet trojúhelníku na hvězdu:



$$\mathrm{x}_8 = \frac{\mathrm{x}_3 \cdot \mathrm{x}_4}{\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_4 + \mathrm{x}_5} = 0.0282 \qquad \mathrm{x}_9 = \frac{\mathrm{x}_3 \cdot \mathrm{x}_5}{\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_4 + \mathrm{x}_5} = 0.0066$$

$$\mathrm{x}_{10} = \frac{\mathrm{x}_4 \cdot \mathrm{x}_5}{\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_4 + \mathrm{x}_5} = 0.0108$$

$$z_{qq} = x_{10} + \left(\frac{1}{x_8 + \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_6} \right)^{-1}} + \frac{1}{x_9 + x_2} \right)^{-1} = 0.1350$$

Metoda jednotkového proudu určení Z_{qq}

Volíme $i_1 = 1$, potom postupně:

$$u_3 = i_1 x_1 = 0.2800 \qquad i_6 = \frac{u_3}{x_6} = 0.4667 \qquad i_8 = i_1 + i_6 = 1.4667$$

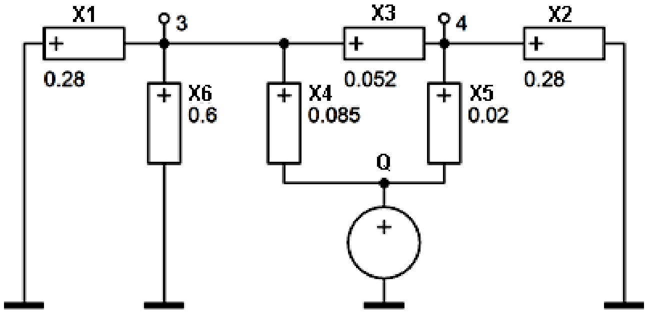
$$u_5 = u_3 + i_8 x_8 = 0.3213 \qquad i_9 = i_2 = \frac{u_5}{x_2 + x_9} = 1.1209$$

$$i_{10} = i_8 + i_9 = 2.5876 \qquad u_q = u_5 + i_{10} x_{10} = 0.3493$$

$$z_{qq} = \frac{u_q}{i_{10}} = 0.1350$$

Metoda admitanční matice určení Z_{qq}

Aplikujeme sestavení admitanční matice pro uzly 3, 4 a Q:



$$\bar{a}_{ii} = \sum_k \left(\bar{Y}_{ik} + \bar{y}_{ik0}\right)$$

$$\bar{a}_{ij} = -\bar{Y}_{ij}$$

$$[A_{3,4,Q}] = \begin{bmatrix} \left(-\frac{i}{x_1} - \frac{i}{x_3} - \frac{i}{x_4} - \frac{i}{x_6}\right) & -\left(-\frac{i}{x_3}\right) & -\left(-\frac{i}{x_4}\right) \\ -\left(-\frac{i}{x_3}\right) & \left(-\frac{i}{x_2} - \frac{i}{x_3} - \frac{i}{x_5}\right) & -\left(-\frac{i}{x_5}\right) \\ -\left(-\frac{i}{x_4}\right) & -\left(-\frac{i}{x_5}\right) & -\left(-\frac{i}{x_4} - \frac{i}{x_5}\right) \end{bmatrix}$$

$$[A_{3,4,Q}] = \begin{bmatrix} -36.2336i & 19.2308i & 11.7647i \\ 19.2308i & -72.8022i & 50.0000i \\ 11.7647i & 50.0000i & -61.7647i \end{bmatrix}$$

Inverzí získáme impedanční matici:

$$[Z_{3,4,Q}] = [A_{3,4,Q}]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1188i & 0.1057i & 0.1082i \\ 0.1057i & 0.1250i & 0.1213i \\ 0.1082i & 0.1213i & 0.1350i \end{bmatrix}$$

$$z_{qq} = 0.1350i$$

Určení předporuchového napětí v místě vzniku zkratu

Sloučíme reaktance vpravo od odběru:

$$x_V = \frac{1}{\frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4 + x_5}} = 0.0348 \qquad x_{V2} = x_V + x_2 = 0.3148$$

Napětí u_3 vypočteme z rovnice pro tento uzel „3“, hodnoty napětí tentokrát odpovídají skutečným napětím zdrojů:

$$u_1 = 1.1 \qquad u_2 = 1.05 \qquad i_6 = i_1 + i_2$$

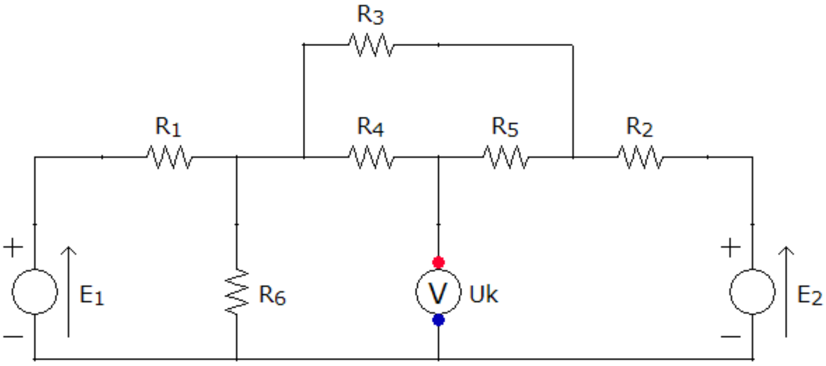
$$\frac{u_3}{x_6} = \frac{u_1 - u_3}{x_1} + \frac{u_2 - u_3}{x_{V2}} \qquad u_3 = \frac{\frac{u_1}{x_1} + \frac{u_2}{x_{V2}}}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_6} + \frac{1}{x_{V2}}} = 0.8633$$

Potom:

$$i_2 = \frac{u_2 - u_3}{x_{V2}} = 0.5933 \qquad u_4 = u_2 - i_2 x_2 = 0.8839$$

$$i_4 = i_5 = \frac{u_4 - u_3}{x_4 + x_5} = 0.1965 \qquad u_q^{(0)} = u_3 + i_4 x_4 = 0.8800$$

Alternativně velikost $u_q^{(0)}$ simulací v programu „Solve Elec“ (http://www.physicsbox.com/indexsolveelec2en.html):



$$Uk = \frac{R_1R_3R_4E_2 + R_1R_3R_6E_2 + R_1R_4R_6E_2 + R_1R_5R_6E_2 + R_2R_3R_6E_1 + R_2R_4R_6E_1 + R_2R_5R_6E_1 + R_3R_4R_6E_2 + R_3R_5R_6E_1}{R_1R_2R_3 + R_1R_2R_4 + R_1R_2R_5 + R_1R_3R_4 + R_1R_3R_5 + R_1R_3R_6 + R_1R_4R_6 + R_1R_5R_6 + R_2R_3R_6 + R_2R_4R_6 + R_2R_5R_6 + R_3R_4R_6 + R_3R_5R_6}$$

Uk = 880 mV

Metoda admitanční matice pro určení předporuchového napětí v místě vzniku zkratu

Aplikujeme sestavení admitanční matice pro plné předporuchové schéma:

$$[A_{1,2,3,4,Q}] = \begin{bmatrix} -\frac{i}{x_1} & 0 & \frac{i}{x_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{i}{x_2} & 0 & \frac{i}{x_2} & 0 \\ \frac{i}{x_1} & 0 & -\frac{i}{x_1} - \frac{i}{x_3} - \frac{i}{x_4} - \frac{i}{x_6} & \frac{i}{x_3} & \frac{i}{x_4} \\ 0 & \frac{i}{x_2} & \frac{i}{x_3} & -\frac{i}{x_2} - \frac{i}{x_3} - \frac{i}{x_5} & \frac{i}{x_5} \\ 0 & 0 & \frac{i}{x_4} & \frac{i}{x_5} & -\frac{i}{x_4} - \frac{i}{x_5} \end{bmatrix}$$

$$[A_{1,2,3,4,Q}] = \begin{bmatrix} -3.5714\,i & 0 & 3.5714\,i & 0 & 0 \\ 0 & -3.5714\,i & 0 & 3.5714\,i & 0 \\ 3.5714\,i & 0 & -36.2336\,i & 19.2308\,i & 11.7647\,i \\ 0 & 3.5714\,i & 19.2308\,i & -72.8022\,i & 50.0000\,i \\ 0 & 0 & 11.7647\,i & 50.0000\,i & -61.7647\,i \end{bmatrix}$$

$$[U^{(0)}] = [1.1 \quad 1.05 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T \qquad [S] = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$[\overline{I}] = [\overline{A}] \cdot [\overline{U}] \qquad P_i = \mathrm{Re}(S_i) \qquad Q_i = \mathrm{Im}(S_i) \qquad \overline{S}_\alpha = \overline{U}_\alpha \cdot \overline{I}_\alpha^*$$

$$\overline{I}_\alpha = \left(\frac{\overline{S}_\alpha}{\overline{U}_\alpha}\right)^* = \frac{P_\alpha - i \cdot Q_\alpha}{\overline{U}_\alpha^{(N)*}} = \overline{a}_{\alpha,1}\overline{U}_1^{(N+1)} + \ldots + \overline{a}_{\alpha,\alpha}\overline{U}_\alpha^{(N+1)} + \ldots + \overline{a}_{\alpha,Q}\overline{U}_Q^{(N)}$$

$$U_2^{(N+1)/} = \frac{1}{a_{2,2}}\left(\frac{P_2 - i\cdot Q_2}{U_2^{(N)*}} - a_{2,1}U_1^{(0)} - a_{2,3}U_3^{(N)} - a_{2,4}U_4^{(N)} - a_{2,Q}U_Q^{(N)}\right)$$

$$U_2^{(N+1)} = \frac{U_2^{(N+1)/}}{\left|U_2^{(N+1)/}\right|}U_2^{(0)}$$

$$U_3^{(N+1)} = \frac{1}{a_{3,3}}\left(\frac{P_3 - i\cdot Q_3}{U_3^{(N)*}} - a_{3,1}U_1^{(0)} - a_{3,2}U_2^{(N+1)} - a_{3,4}U_4^{(N)} - a_{3,Q}U_Q^{(N)}\right)$$

$$U_4^{(N+1)} = \frac{1}{a_{4,4}}\left(\frac{P_4 - i\cdot Q_4}{U_4^{(N)*}} - a_{4,1}U_1^{(0)} - a_{4,2}U_2^{(N+1)} - a_{4,3}U_3^{(N+1)} - a_{4,Q}U_Q^{(N)}\right)$$

$$U_Q^{(N+1)} = \frac{1}{a_{Q,Q}}\left(\frac{P_Q - i\cdot Q_Q}{U_Q^{(N)*}} - a_{Q,1}U_1^{(0)} - a_{Q,2}U_2^{(N+1)} - a_{Q,3}U_3^{(N+1)} - a_{Q,4}U_4^{(N+1)}\right)$$

$$U^{(141)} = \begin{bmatrix}1.1 & 1.05 & 0.8633 & 0.8839 & 0.8800\end{bmatrix}^T$$

Využití admitanční matice pro výpočet Z_{qq} uzemněním zdrojových uzlů 1 a 2:

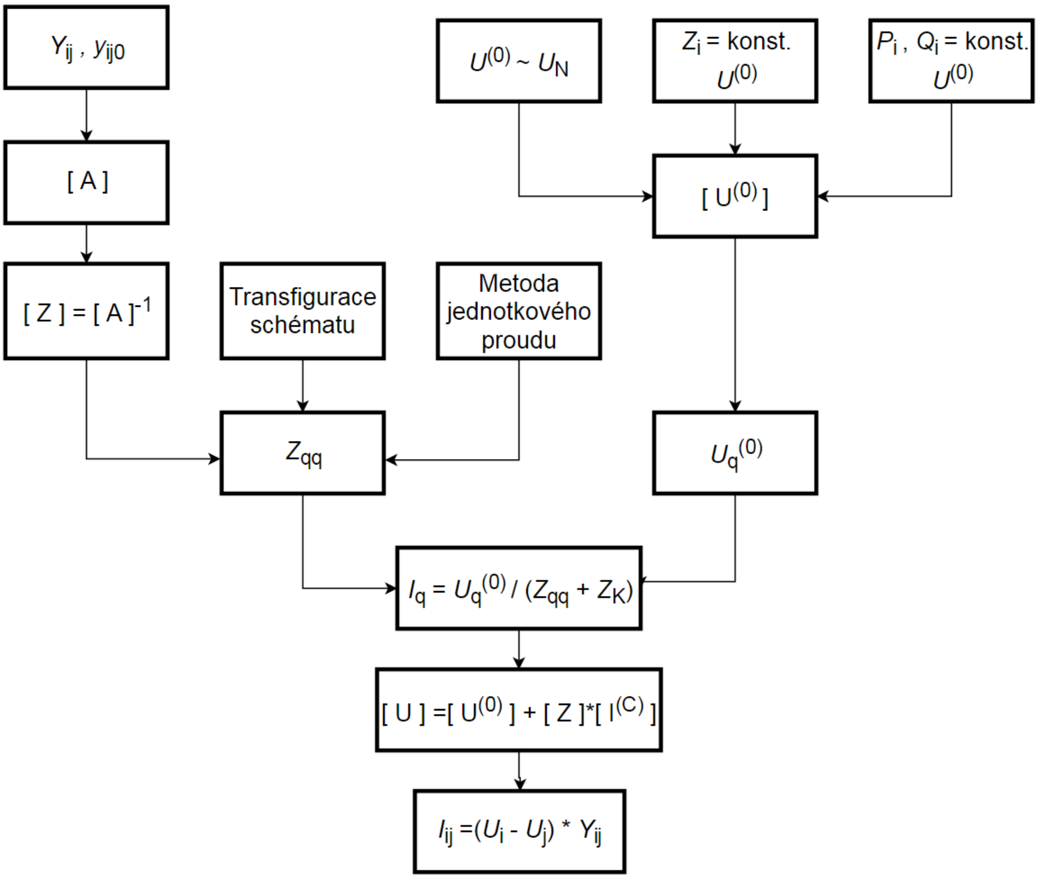
$a_{1,1} \to \infty \qquad a_{2,2} \to \infty \qquad [A] \to [A_K]$

$$[Z_K] = [A_K]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1188i & 0.1057i & 0.1082i \\ 0 & 0 & 0.1057i & 0.1250i & 0.1213i \\ 0 & 0 & 0.1082i & 0.1213i & 0.1350i \end{bmatrix}$$

Výpočet velikosti zkratového proudu

Na základě předchozími metodami určeného z_{qq} lze vypočítat zkratový proud:

$$i_q = \frac{u_q^{(0)}}{z_{qq}} = \frac{0.8800}{0.1350\,i} = -6.5186\,i$$



$$\left[I^{(C)}\right]=\left[0,0,\ldots,-I_q,\ldots,0\right]^T=\left[0,\quad 0,\quad 0,\quad 0,\quad 6.5186\right]^T$$

$$\left[U^{(C)}\right]=\left[Z\right]\left[I^{(C)}\right]=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.1188i & 0.1057i & 0.1082i\\ 0 & 0 & 0.1057i & 0.1250i & 0.1213i\\ 0 & 0 & 0.1082i & 0.1213i & 0.1350i\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-6.5186i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\-0.7054\\-0.7907\\-0.8800\end{bmatrix}$$

Dosazením dostaneme:

$$\left[U\right]=\left[U^{(0)}\right]+\left[U^{(C)}\right]=\begin{bmatrix}1.1\\1.05\\0.8633\\0.8839\\0.8800\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\-0.7054\\-0.7907\\-0.8800\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.1\\1.05\\0.1579\\0.0932\\0\end{bmatrix}$$

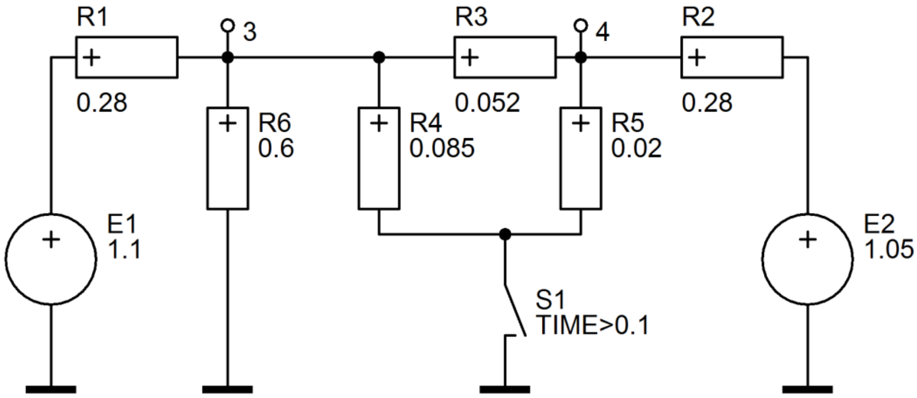
$$I_{ij}=Y_{ij}\left(U_i-U_j\right)$$

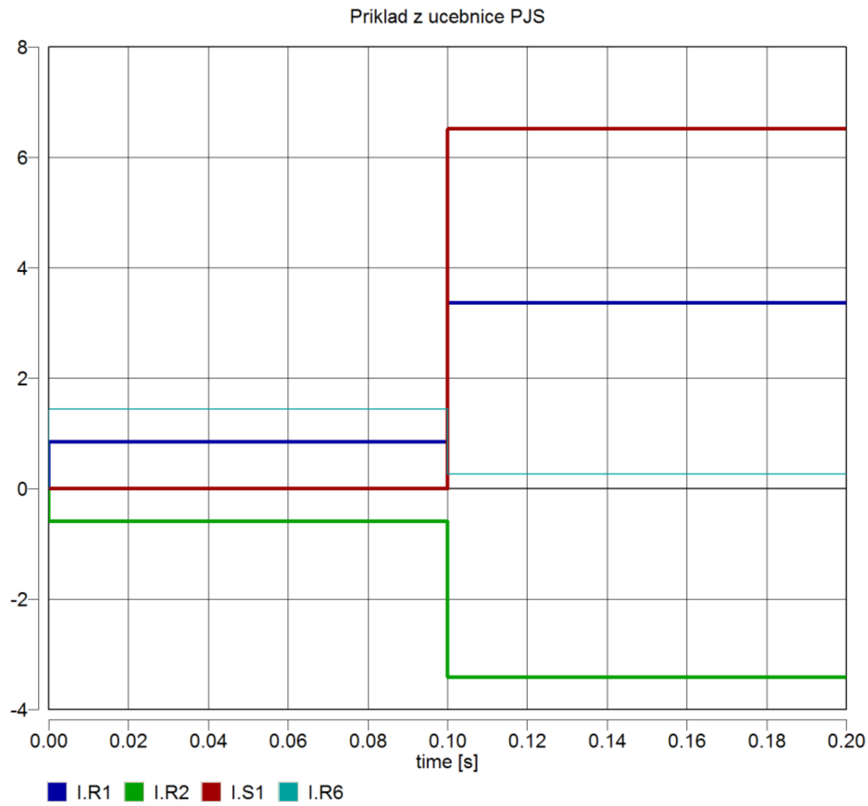
$$I_{13}=-\frac{i}{x_1}\left(U_1-U_3\right)=-3.3646i,\quad I_{24}=-\frac{i}{x_2}\left(U_2-U_4\right)=-3.4171i$$

$$I_{34}=-\frac{i}{x_3}\left(U_3-U_4\right)=-1.2439i,\quad I_{3Q}=-\frac{i}{x_4}\left(U_3-U_Q\right)=-1.8576i$$

$$I_{4Q}=-\frac{i}{x_5}\left(U_4-U_Q\right)=-4.6609i$$

Výsledky odpovídají stejnosměrné náhradě reaktancí ve schématu a hodnoty jsou poměrné efektivní:





Ve skutečnosti jsou i při zanedbání činných odporů průběhy střídavé s netlumenou stejnosměrnou složkou dle prvního uvedeného náhradního schématu: