# PJS – Přednáška číslo 7

## *Elektromagnetické přechodné děje v obvodech se synchronním alternátorem*

Předpoklady jednoduchého matematického popisu:

- Konstantní rychlost točivého stroje.
- Zjednodušená reprezentací tlumiče.
- Nelinearita diferenciálních vztahů závislostí toků, proudů a naindukovaných napětí se eliminuje a vhodnou transformací souřadnic (Parkovou), která má svoje vlastní dílčí předpoklady:
    - Sinusové rozložení mg. pole ve vzduchové mezeře.
    - Plná symetrie statoru.
    - Symetrie rotoru podle os *d* a *q*.
- Předpokládá se lineární magnetický obvod stroje bez sycení.

Odvozená soustava diferenciálních rovnic:

$$\Psi_d = L_d I_d + L_{dF} I_F + L_{dD} I_D$$
$$\Psi_q = L_q I_q + L_{qQ} I_Q$$
$$\Psi_0 = L_0 I_0$$
$$\Psi_F = L_{Fd} I_d + L_{FF} I_F + L_{FD} I_D$$
$$\Psi_D = L_{Dd} I_d + L_{DF} I_F + L_{DD} I_D$$
$$\Psi_Q = L_{Qq} I_q + L_{QQ} I_Q$$

$$U_d = R I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega \Psi_q$$
$$U_q = R I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega \Psi_d$$
$$U_0 = R I_0 + \frac{d\Psi_0}{dt}$$

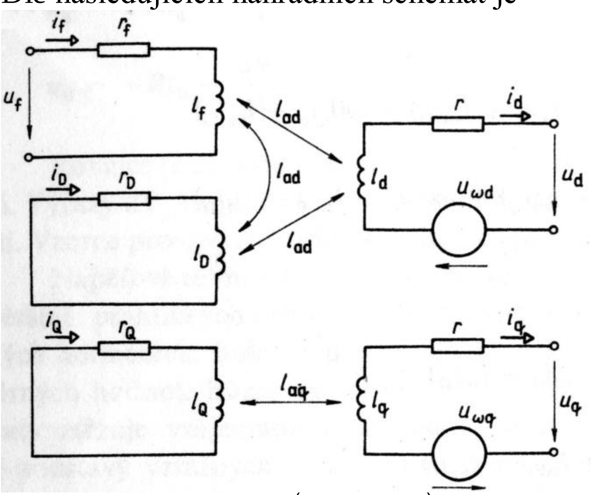
$$U_F = R_F I_F + \frac{d\Psi_F}{dt}$$
$$U_D = R_D I_D + \frac{d\Psi_D}{dt}$$
$$U_Q = R_Q I_Q + \frac{d\Psi_Q}{dt}$$

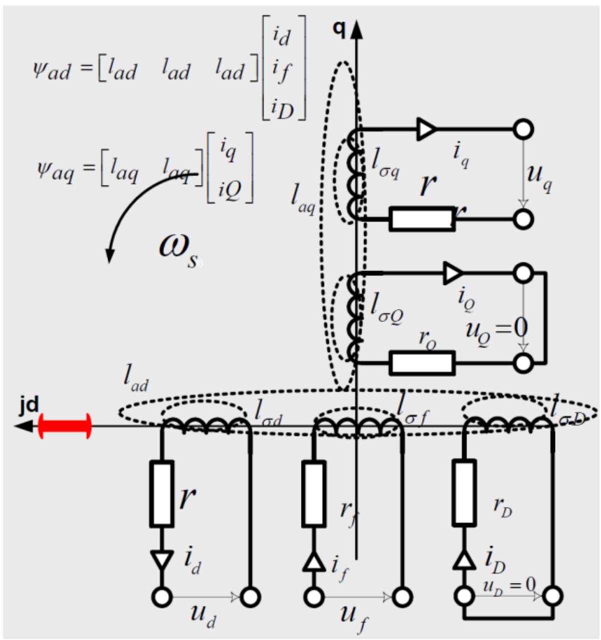
Po přechodu na poměrné veličiny se systémem stejných vzájemných indukčností $l_{ad}$, $l_{aq}$ a po dosazení toků do napěťových rovnic:

$$u_d = -r i_d - \frac{d}{dt}(l_d i_d + l_{ad} i_f + l_{ad} i_D) - \omega(l_q i_q + l_{aq} i_Q)$$
$$u_q = -r i_q - \frac{d}{dt}(l_q i_q + l_{ad} i_Q) + \omega(l_d i_d + l_{ad} i_f + l_{ad} i_D)$$
$$u_0 = -r i_0 - l_0 \frac{di_0}{dt}$$

$$u_f = r_f i_f + \frac{d}{dt}(l_f i_f + l_{ad} i_d + l_{ad} i_D)$$
$$0 = r_D i_D + \frac{d}{dt}(l_D i_D + l_{ad} i_d + l_{ad} i_f)$$
$$0 = r_Q i_Q + \frac{d}{dt}(l_Q i_Q + l_{aq} i_q)$$

Dle následujících náhradních schémat je



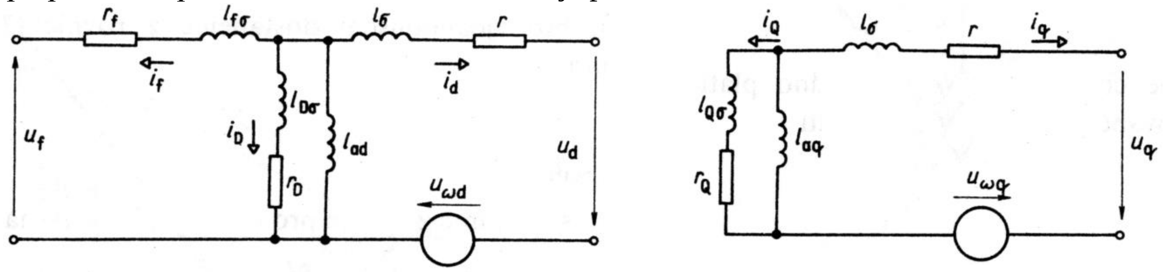



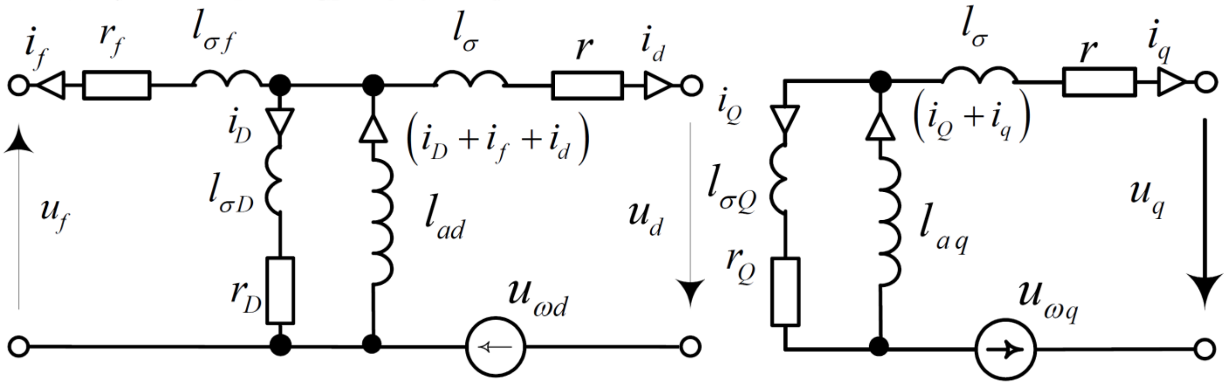

Kde je:
$$u_{\omega d} = \omega(l_q i_q + l_{aq} i_Q)$$
$$u_{\omega q} = \omega(l_d i_d + l_{ad} i_f + l_{ad} i_D)$$

Byly zavedeny $l_{ad} = l_d - l_{d\sigma} = l_f - l_{f\sigma} = l_D - l_{D\sigma} \qquad l_{aq} = l_q - l_{q\sigma} = l_Q - l_{Q\sigma}$

Přičemž obvykle je přibližně: $l_{d\sigma} \approx l_{q\sigma} \equiv l_\sigma$

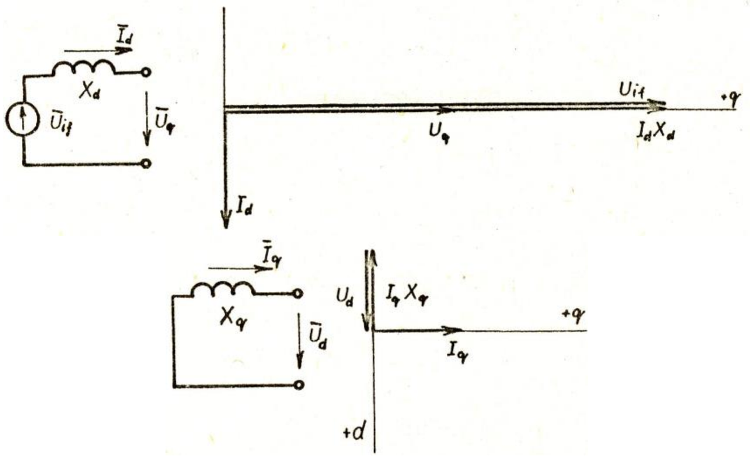
Po přepočtu na společnou elektrickou hladinu je potom náhradní schéma:




## Ustálený provozní stav

Proudy v tlumiči jsou nulové: $i_D = i_Q = 0$ ($l_{ad}$ a $l_{aq}$ se v ss ustáleném obvodu mají na sobě nulové napětí). Díky předpokladu symetrie: $u_0 = 0$. Časové změny proudů jsou pro ustálený stav nulové: $\frac{di_d}{dt} = \frac{di_q}{dt} = \frac{di_f}{dt} = 0$, Úhlová rychlost je synchronní: $\omega = \omega_n = 1$. Potom:




$$u_q = -ri_q + x_d i_d + x_{ad} i_f =$$
$$= -ri_q + x_d i_d + e =$$
$$= -ri_q + x_d i_d + u_{if}$$

a

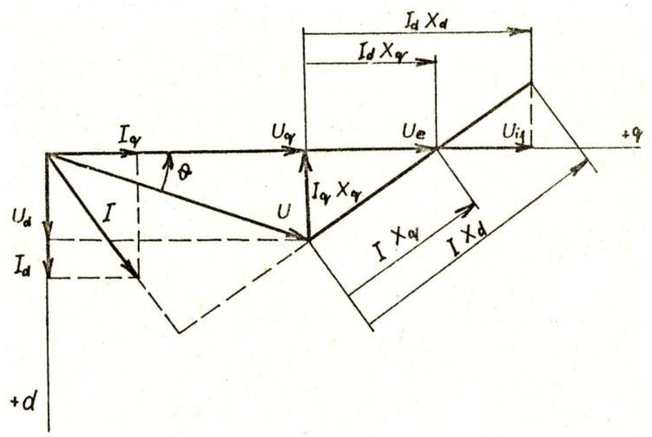
$$u_d = -ri_d - x_q i_q$$

Což lze pro ustálený stav interpretovat v komplexní rovině:

$$\bar{u} = u_q + ju_d = \bar{e} - ri_q + x_d i_d - j(ri_d + x_q i_q)$$

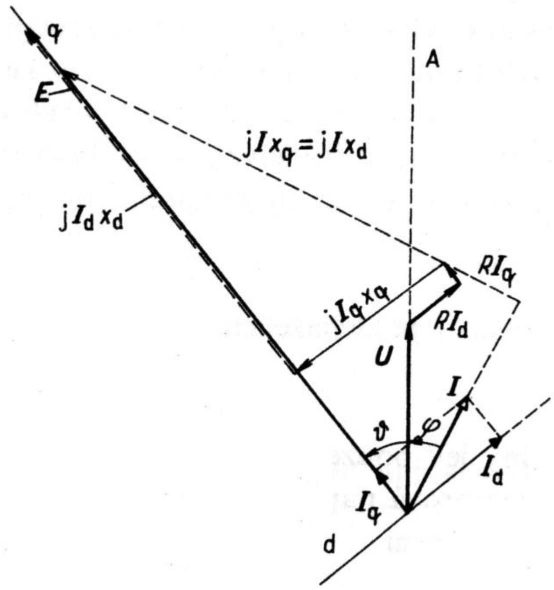
$$\bar{e} = \bar{u} + r(i_q + ji_d) + jx_q i_q + (-x_q i_d + x_q i_d) - x_d i_d = \bar{u} + r\bar{i} + jx_q(i_q + ji_d) + x_q i_d - x_d i_d =$$

$$\bar{u} + r\bar{i} + jx_q\bar{i} - (x_d - x_q) i_d$$




Stroj s vyniklými póly („hydro“) ↑

Stroj s hladkým rotorem („turbo“) →




## První okamžik přechodného el.-mg. děje

V reálném obvodě se žádný z proudů nemůže měnit skokem. Dochází tedy pouze k přerozdělení velikostí mezi složkami, které proudy tvoří, tak aby jejich superpozice byla stále konstantní. Jednotlivé složky se ale skokem měnit mohou.

**Synchronní alternátor bez tlumiče**

Tok budícího vinutí zůstane konstantní: $\Psi_f(-0) = \Psi_f(+0)$

Pro vyšetřování střídavé složky statorového proudu v prvním okamžiku se projeví pouze rotační napětí (proudy odpovídající střídavé složce jsou v rovině *d*-*q* ss, pomalu se měnící). Dále zanedbáme-li vliv rezistence statoru. Potom (v poměrných jednotkách, kde $l_{IJ} = x_{IJ}$ a $\omega = 1$):

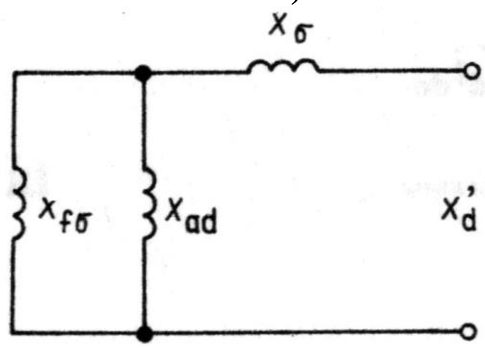
$u_d = -l_q i_q$ a $u_q = l_d i_d + l_{ad} i_f = l_d i_d + e$

Jestliže $\Psi_f = l_f i_f + l_{ad} i_d + l_{ad} i_D = l_f i_f + l_{ad} i_d$, potom $i_f = \dfrac{\Psi_f - l_{ad} i_d}{l_f}$ a

$$u_q = l_d i_d + l_{ad} \frac{\Psi_f - l_{ad} i_d}{l_f} = l_{ad} \frac{\Psi_f}{l_f} + \left( l_d - \frac{l_{ad}^{\,2}}{l_f} \right) i_d = e_q^{\,/} + l_d^{\,/} i_d \text{, kde}$$

$e_q^{\,/} = l_{ad} \dfrac{\Psi_f}{l_f}$ je fiktivní přechodné elektromotorické napětí (vyhodnocené pro okamžik vzniku přechodného děje, neboť pro první okamžik je tok budícího vinutí konstantní) a

$l_d^{\,/} = l_d - \dfrac{l_{ad}^{\,2}}{l_f}$ je přechodná indukčnost v podélné ose, obvykle určovaná jako:




$$l_d^{\,/} = (l_{ad} + l_\sigma) - \frac{l_{ad}^{\,2}}{(l_{ad} + l_{f\sigma})} =$$

$$= \frac{(l_{ad} + l_\sigma)(l_{ad} + l_{f\sigma}) - l_{ad}^{\,2}}{(l_{ad} + l_{f\sigma})} = \frac{l_{ad} l_{f\sigma} + l_\sigma l_{ad} + l_\sigma l_{f\sigma}}{(l_{ad} + l_{f\sigma})} =$$

$$= \frac{l_{ad} l_{f\sigma}}{(l_{ad} + l_{f\sigma})} + l_\sigma$$

V příčné ose nedochází v původním vztahu ke změně.

**Synchronní alternátor s tlumičem**

Předpoklady a postup jsou obdobné. V obou osách *d* i *q* zůstávají spřažené toky v prvním okamžiku konstantní.: $\Psi_f(-0)=\Psi_f(+0)$, $\Psi_D(-0)=\Psi_D(+0)$ i $\Psi_Q(-0)=\Psi_Q(+0)$.

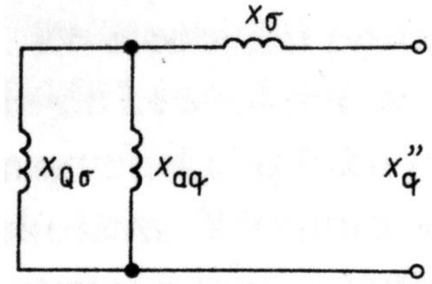
Tentokrát dospějeme k náhradě:

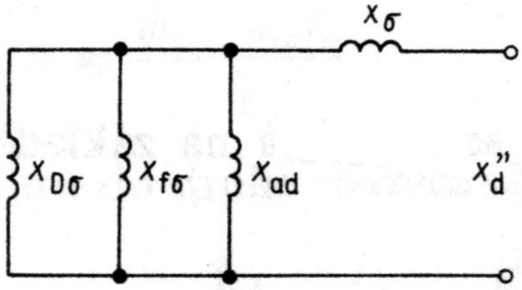
$u_d = e_d{}^{//} - l_q{}^{//} i_q$ a $u_q = e_q{}^{//} + l_d{}^{//} i_d$

Kde příslušné rázové indukčnosti jsou:

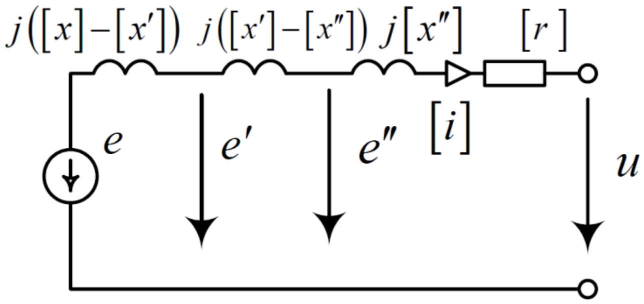
$$l_q{}^{//} = \frac{l_{aq} l_{Q\sigma}}{(l_{aq} + l_{Q\sigma})} + l_\sigma$$

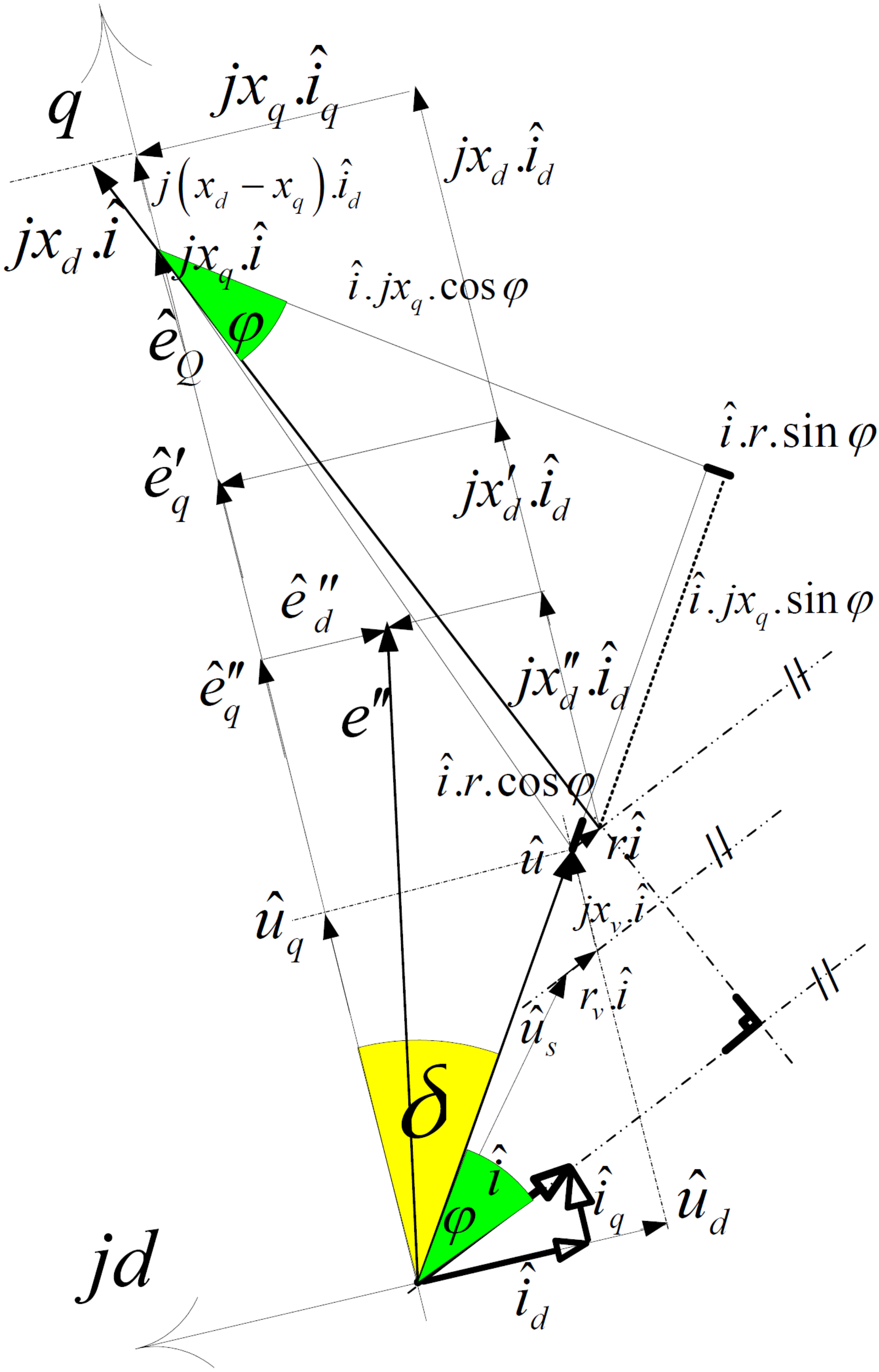
$$l_d{}^{//} = \frac{1}{\frac{1}{l_{ad}} + \frac{1}{l_{f\sigma}} + \frac{1}{l_{D\sigma}}} + l_\sigma$$




Celková koncepce nahrazování alternátoru odpovídá náhradnímu schématu:





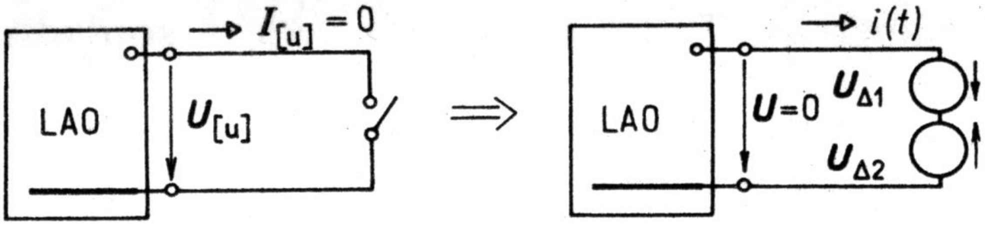

## Trojfázový symetrický zkrat synchronního alternátoru

Pro ustálený zkratový proud platí totéž, co bylo uvedeno pro ustálený provozní stav.

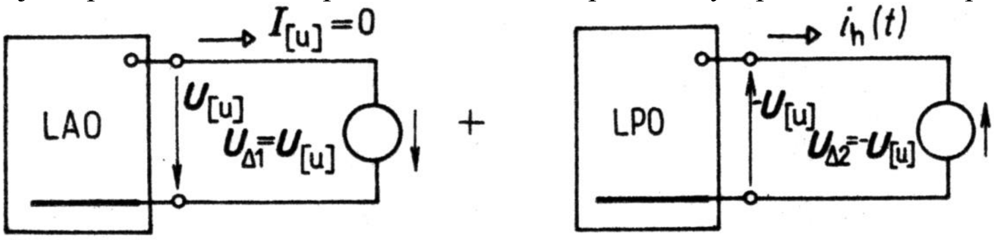
**Synchronní alternátor bez tlumiče**

Problém dle předpokladů řešíme v lineárním prostředí, použijeme tedy metodu superpozice předporuchového a přímých injektovaných změn poruchou.

V původním „lineárním aktivním obvodu“ tedy nejprve poruchu respektujeme následovně:




Následně ještě provedeme dekompozici na aktivní bezporuchový a pasivní obvod s poruchou:



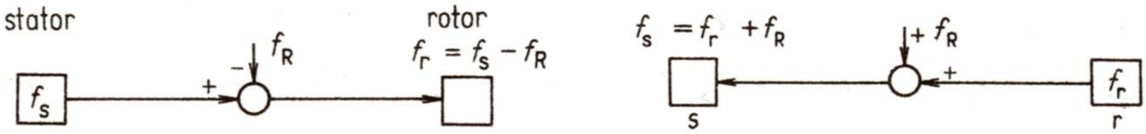

Pro všechny větve (nejen v místě vzniku poruchy) pak dle principu superpozice bude platit:
$i(t)=i_{[u]}(t)+i_h(t)$

Vlastní poruchový proud v síti s kumulujícími prvky má potom část ustálenou a volnou:
$i_h(t)=i_{hu}(t)+i_V(t)$, tedy $i(t)=i_{[u]}(t)+i_{hu}(t)+i_V(t)$

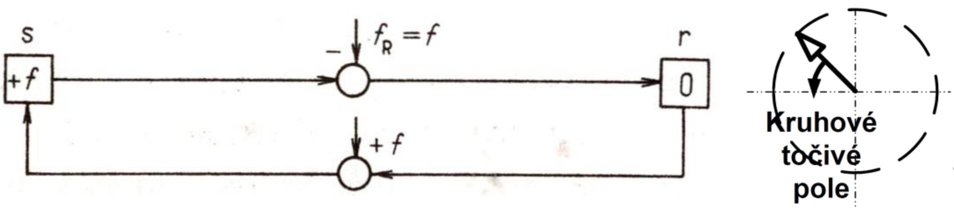
Jako LAO chápeme alternátor v předporuchovém provozním stavu a LPO je alternátor nenabuzený. Výše uvedený vztah tedy platí pro stator. Rotorový budící proud je:
$i_f(t)=i_{f[u]}(t)+i_{fV}(t)$, protože budící proud nemá ustálenou poruchovou složku proudu (při uvažování alternátoru bez regulátoru buzení).

**Složky proudu při zkratu**

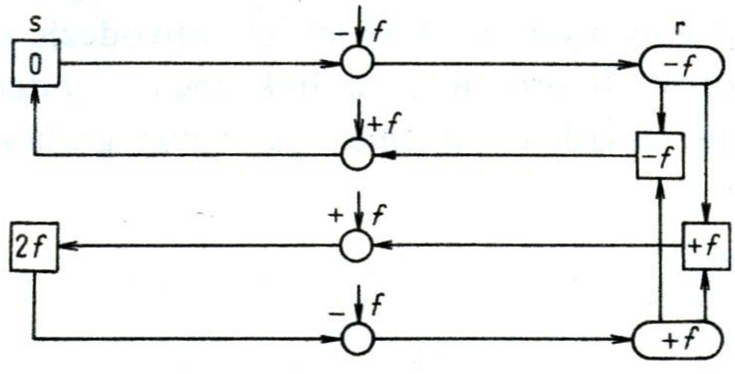
Frekvence proudů odpovídají principům pro ustálený chod:

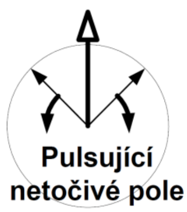



Ustálené střídavé harmonické proudy $i_{[u]}(t)$:



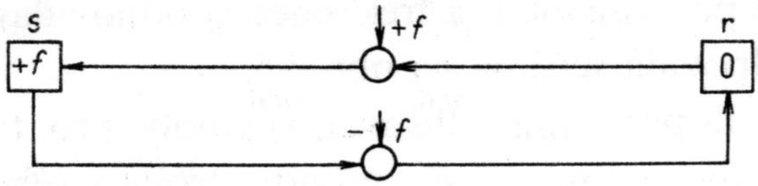

Volné proudy statoru mají střídavou a stejnosměrnou složku. Stejnosměrná složka $i_a$ odeznívající s časovou konstantou $T_a$ vyvolá pulsující pole v rotoru, které rozložíme dle Leblancova teorému na dvě pole točivá protisměrná s poloviční amplitudou. V rotoru přibude volná střídavá složka $i_{f\omega}$, ve statoru přibude volná složka proudu s dvojnásobnou frekvencí $i_{2\omega}$. Obě nové složky se rovněž utlumují s časovou konstantou $T_a$.



Podobně v budícím vinutí vzniká ss složka $i_{fa}$ volného proudu odeznívající s časovou konstantou $T_f^{/}$ (nyní šipky naznačující směr příčiny a následku jsou opačně orientované).

Ve statoru tedy následně vzniká střídavá složka $i_\omega$ (opět tlumená $T_f^{/}$):




Celkem tedy během zkratu je nutno uvažovat tyto složky:

**Stator:**

$i_{[u]}$ - proud předcházejícího ustáleného provozního stavu frekvence $f$

$i_{hu}$ - ustálený proud vlastního poruchového stavu frekvence $f$

$i_a$ - volná ss složka zkratového proudu s časovou konstantou $T_a$

$i_{2\omega}$ - volná střídavá složka zkratového proudu s dvojnásobnou frekvencí, tedy $2f$ a časovou konstantou $T_a$

$i_\omega$ - volná střídavá složka zkratového proudu s frekvencí $f$ a časovou konstantou $T_f^{/}$

**Rotor:**

$i_{f[u]}$ - ss budící proud předcházejícího provozního stavu

$i_{fa}$ - volná ss složka budícího proudu s časovou konstantou $T_f^{/}$

$i_{f\omega}$ - volná střídavá složka budícího proudu s frekvencí $f$ a časovou konstantou $T_a$

| Proud | Ustálená složka $i_u$ | Volná složka s časovou konstantou $T_a$ $i_{v(s)}$ | Volná složka s časovou konstantou $T_f'$ $i_{v(r)}$ |
|---|---|---|---|
| $i$ | $i_{[u]} + i_{hu}$ | $i_a + i_{2\omega}$ | $i_\omega$ |
| $i_f$ | $i_{f[u]}$ | $i_{f\omega}$ | $i_{fa}$ |
| $i_d$ | $i_{d[u]} + i_{hdu}$ | $i_{d\omega}$ | $i_{da}$ |
| $i_q$ | $i_{q[u]} + i_{hqu}$ | $i_{q\omega}$ | |

Příslušné statorové složky po provedení Parkovy transformace mají následující frekvence a časové konstanty:

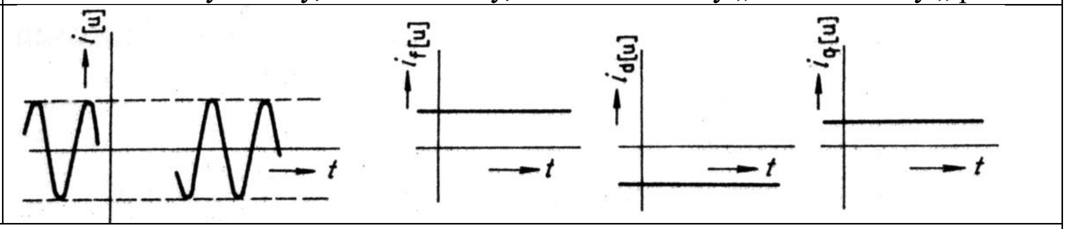
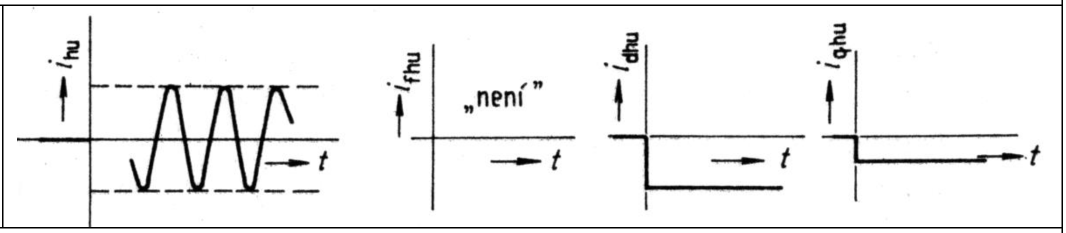
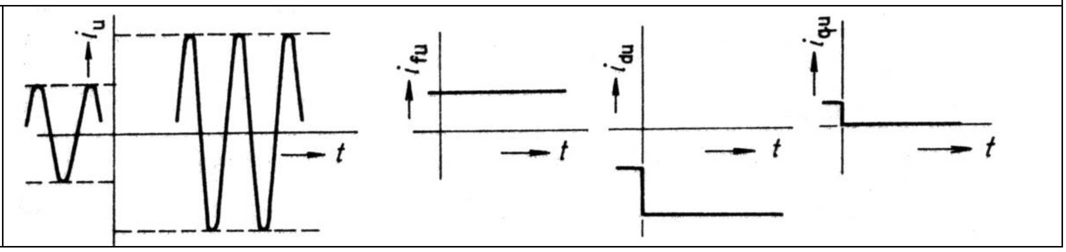
| Veličina fázová | Frekv. | Čas. konst. | | Osa „d“ | Frekv. | Čas. konst. | | Osa „q“ | Frekv. | Čas. konst. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_{[u]}$ | $f$ | $\infty$ | $\rightarrow$ | $i_{d[u]}$ | 0 | $\infty$ | + | $i_{q[u]}$ | 0 | $\infty$ |
| $i_{hu}$ | $f$ | $\infty$ | $\rightarrow$ | $i_{dhu}$ | 0 | $\infty$ | + | $i_{qhu}$ | 0 | $\infty$ |
| $i_a$<br>$i_{2\omega}$ | 0<br>$2f$ | $T_a$ | $\rightarrow$ | $i_{d\omega}$ | $f$ | $T_a$ | + | $i_{q\omega}$ | $f$ | $T_a$ |
| $i_\omega$ | $f$ | $T_f^{/}$ | $\rightarrow$ | $i_{da}$ | 0 | $T_f^{/}$ | | | | |

Celkové proudy potom získáme superpozicí:

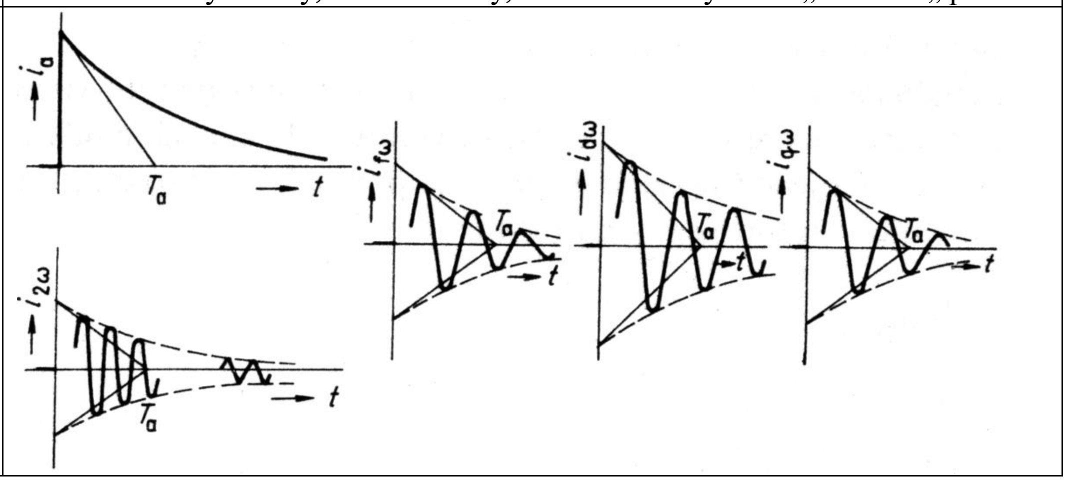
$i_d(t) = i_{d[u]} + i_{dh}(t) = i_{d[u]} + i_{dhu} + i_{da}(t) + i_{d\omega}(t)$ a $i_q(t) = i_{q[u]} + i_{qh}(t) = i_{q[u]} + i_{qhu} + i_{q\omega}(t)$

Dále bude odvozeno: $i_{q[u]} = -i_{qhu}$, pak tedy je pouze $i_q(t) = i_{q\omega}(t)$ a ustálená složka je tudíž nulová.

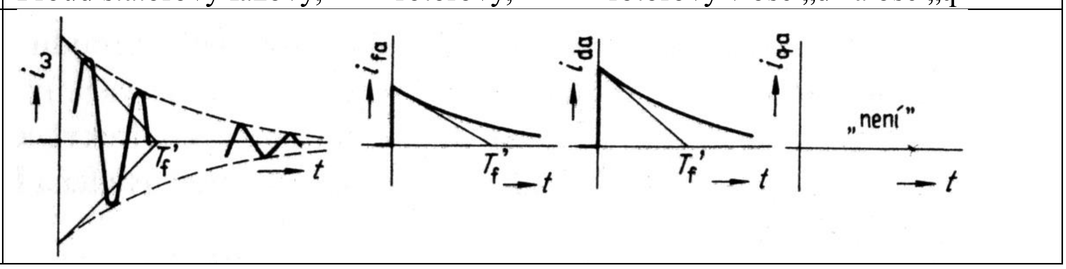
Ustálené složky mají průběhy:

| | Proud statorový fázový, rotorový, statorový „d“ a statorový „q“ |
|---|---|
| Předporuchové |   |
| + | |
| Ustálené poruchové |   |
| = | |
| Celkové ustálené |   |

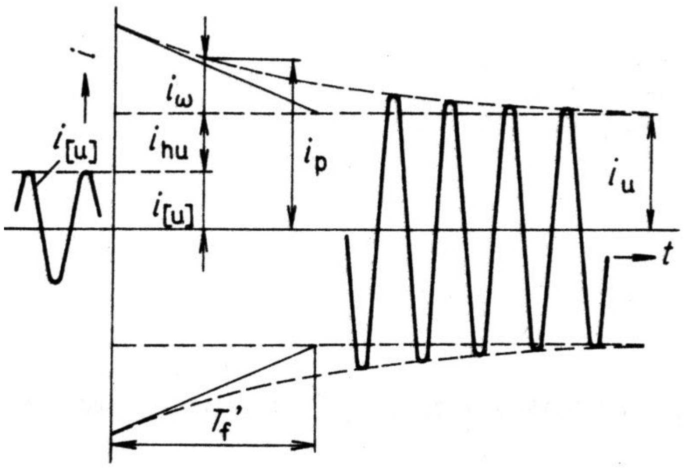
Přechodné složky způsobené ss složkou ve statoru:

| | Proud statorový fázový, rotorový, rotorový v ose „d“ a ose „q“ |
|---|---|
| Volná složka |   |

Přechodné složky způsobené ss složkou v rotoru:

| | Proud statorový fázový, rotorový, rotorový v ose „d“ a ose „q“ |
|---|---|
| Volná složka |   |

Po zanedbání složky s dvojnásobnou frekvencí má celková střídavá složka $i_p(t) = i_{[u]}(t) + i_{hu}(t) + i_\omega(t) = i_u(t) + i_\omega(t)$ průběh:



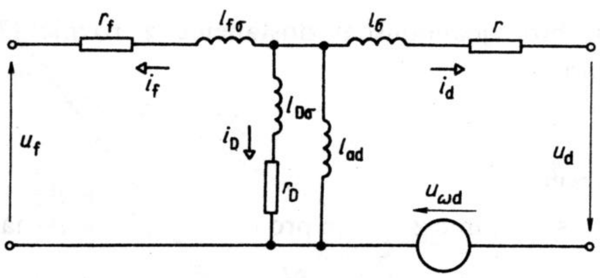

Úplný průběh zkratového proudu má ještě složky ss $i_a(t)$:

$i(t) = i_p(t) + i_a(t)$

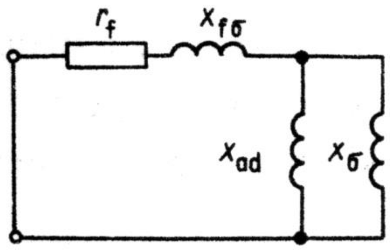
**Časové konstanty jednotlivých složek**

Při výpočtu je vždy zanedbána rezistence „vzdáleného“ vinutí (tedy rotoru při vyšetřování časové konstanty statoru a naopak).

Časová konstanta volného proudu rotorového vinutí $T_f^{/}$ při statorovém činném odporu $r \to 0$




→




$$T_f^{/} = \frac{L_f^{/}}{R_f} = \frac{X_f^{/}}{\Omega \cdot R_f} = \frac{x_f^{/}}{\omega \cdot r_f} \qquad x_f^{/} = x_{f\sigma} + \frac{x_{ad} \cdot x_\sigma}{x_{ad} + x_\sigma} = \frac{x_{f\sigma}(x_{ad} + x_\sigma) + x_{ad} \cdot x_\sigma}{x_{ad} + x_\sigma} =$$

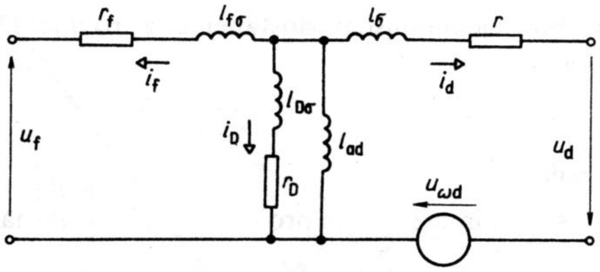
Separováním a následně vytknutím $x_{f\sigma} + x_{ad}$ získáme:

$$= \frac{x_\sigma (x_{f\sigma} + x_{ad}) + x_{f\sigma} \cdot x_{ad}}{x_{ad} + x_\sigma} = \frac{x_{f\sigma} + x_{ad}}{x_{ad} + x_\sigma} \cdot \left( x_\sigma + \frac{x_{f\sigma} \cdot x_{ad}}{x_{f\sigma} + x_{ad}} \right) = \frac{x_f}{x_d} x_d^{/}$$

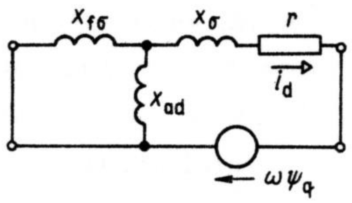
Tedy: $T_f^{/} = \dfrac{x_f^{/}}{\omega \cdot r_f} = \dfrac{\frac{x_f}{x_d} x_d^{/}}{\omega \cdot r_f} = \dfrac{x_f}{\omega \cdot r_f} \cdot \dfrac{x_d^{/}}{x_d} = T_f \dfrac{x_d^{/}}{x_d}$

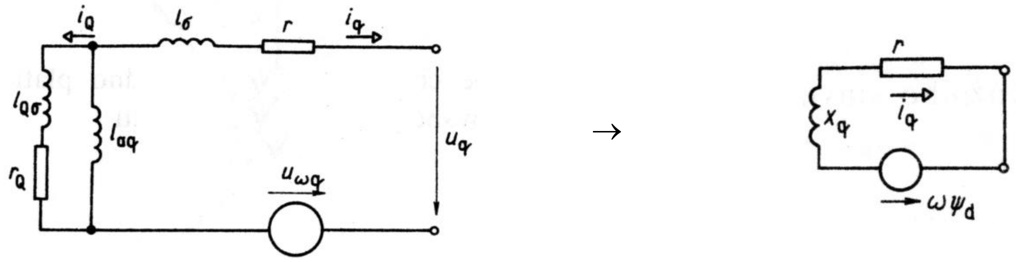
Pokud bychom nezanedbali statorový činný odpor vinutí, potom přesněji: $T_f^{/} = T_f \dfrac{x_d^{/} x_q + r^2}{x_d x_q + r^2}$

Časová konstanta volného proudu statorového vinutí $T_a$ při rotorovém činném odporu $r_f \to 0$




→






Pro obvody statorového vinutí je tentokrát nutno formulovat soustavu diferenciálních rovnic:

$$0=-r\cdot i_d-l_d^{/}\frac{di_d}{dt}-\omega\cdot l_q\cdot i_q=-r\cdot i_d-x_d^{/}\frac{di_d}{dt}-x_q\cdot i_q$$

$$0=-r\cdot i_q-l_q\frac{di_q}{dt}+\omega\cdot l_d^{/}\cdot i_d=-r\cdot i_q-x_q\frac{di_q}{dt}+x_d^{/}\cdot i_d$$

přičemž jsme uvážili, že $\Psi_q=x_q\cdot i_d$ a $\Psi_d=\left(x_\sigma+\dfrac{x_{f\sigma}\cdot x_{ad}}{x_{f\sigma}+x_{ad}}\right)i_d=x_d^{/}\cdot i_d$

Soustavu lze pro konstantní otáčky přepsat do tvaru řešeného Laplaceovou transformací:

$$0=-r\cdot i_d-p\cdot x_d^{/}\cdot i_d-x_q\cdot i_q \qquad 0=-r\cdot i_q-p\cdot x_q\cdot i_q+x_d^{/}\cdot i_d$$

$$0=-\left(r+p\cdot x_d^{/}\right)\cdot i_d-x_q\cdot i_q \qquad 0=x_d^{/}\cdot i_d-\left(r+p\cdot x_q\right)\cdot i_q$$

Charakteristická rovnice (jmenovatel budoucího řešení obou veličin, dle Cramerova pravidla pro lineární soustavu rovnic, rovný nule, tedy determinant kompletní matice soustavy rovnic rovný nule) je:

$$\det\begin{bmatrix}-\left(r+p\cdot x_d^{/}\right) & -x_q\\ x_d^{/} & -\left(r+p\cdot x_q\right)\end{bmatrix}=0 \qquad \left(r+p\cdot x_d^{/}\right)\left(r+p\cdot x_q\right)+x_d^{/}\cdot x_q=0$$

po roznásobení $p^2\cdot x_d^{/}\cdot x_q+p\left(x_d^{/}+x_q\right)r+r^2+x_d^{/}\cdot x_q=0$ a určení kořenů:

$$p_{1,2}=\frac{1}{2x_d^{/}\cdot x_q}\left[-r\left(x_d^{/}+x_q\right)\pm\sqrt{r^2\left(x_d^{/}+x_q\right)^2-4x_d^{/}\cdot x_q\left(r^2+x_d^{/}\cdot x_q\right)}\right]$$

$$p_{1,2}=-\frac{r\left(x_d^{/}+x_q\right)}{2x_d^{/}\cdot x_q}\pm j\sqrt{1-\left[\frac{r\left(x_q-x_d^{/}\right)}{2x_d^{/}\cdot x_q}\right]^2}\approx-\frac{r}{\dfrac{2x_d^{/}\cdot x_q}{x_d^{/}+x_q}}\pm j$$

Z předchozího výkladu je zavedeno: $x_2=\dfrac{2x_d^{/}\cdot x_q}{x_d^{/}+x_q}$, potom $T_a=\dfrac{x_2}{\omega\cdot r}=\dfrac{l_2}{r}$ protože obecně je

časová konstanta $\tau=-\dfrac{1}{\mathrm{Re}(p)}$ dle Laplaceova slovníku $\dfrac{1}{p-a}=\dfrac{1}{p+\dfrac{1}{\tau}}\rightarrow e^{a\cdot t}=e^{-\frac{t}{\tau}}$

**Průběh složek zkratového proudu v osách *d* a *q***

Opět zanedbáme statorový odpor, což pro první okamžik znamená na základě hodnot předcházejícího provozního stavu:

$$\bar{u}=u_q+ju_d=\bar{e}-ri_q+x_di_d-j\left(ri_d+x_qi_q\right)\approx\bar{e}+x_di_d-jx_qi_q$$

Pro proudy těsně před vznikem zkratu platí tedy při zpětném rozdělení na reálnou a imaginární část: $i_{d[u]}=-\dfrac{e_{[0]}-u_{q[0]}}{x_d}$ a $i_{q[u]}=-\dfrac{u_{d[0]}}{x_q}$

Pro nový ustálený stav při nulovém $e = 0$ dle aplikovaného principu superpozice (tedy injektování přesně opačného napětí abychom respektovali zkrat na svorkách v pasivním obvodu s poruchou) platí: $i_{dhu}(0) = \frac{u_{q0}}{x_d} = -\frac{u_{q[0]}}{x_d}$ a $i_{qhu}(0) = -\frac{u_{d0}}{x_q} = \frac{u_{d[0]}}{x_q}$

Stejnosměrnou složku určíme rovněž pro první okamžik: $i_{dhu}(0) + i_{da}(0) = \frac{u_{q0}}{x_d'} = -\frac{u_{q[0]}}{x_d'}$

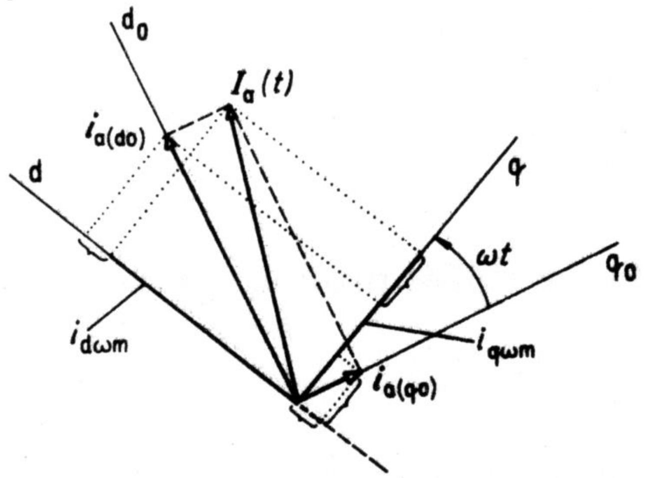
(protože celkový proud je na počátku přechodného děje určen $x_d'$).

Po dosazení tedy: $i_{da}(0) = \frac{u_{q0}}{x_d'} - i_{dhu}(0) = \frac{u_{q0}}{x_d'} - \frac{u_{q0}}{x_d} = -\frac{u_{q[0]}}{x_d'} - \left(-\frac{u_{q[0]}}{x_d}\right) = -u_{q[0]}\left(\frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d}\right)$

Protože se v přechodném ději $x_q$ nemění, je analogicky: $i_{qhu}(0) + i_{qa}(0) = -\frac{u_{d0}}{x_q} = \frac{u_{d[0]}}{x_q}$

a tedy $i_{qa}(0) = -\frac{u_{d0}}{x_q} - i_{qhu}(0) = -\frac{u_{d0}}{x_q} - \left(-\frac{u_{d0}}{x_q}\right) = 0$

Střídavé složky zkratového proudu v osách $d$ a $q$ odpovídají právě ss složkám statorového proudu fázového. Vzájemně si tedy odpovídají i hodnoty v počátku přechodného děje. Promítneme hodnoty proudu $I_a$, resp. jeho složek do os $d$ a $q$ v době vzniku poruchy, tedy $d_0$ a $q_0$:




$$i_{d\omega m} = i_{a[d0]}\cos(\omega \cdot t) - i_{a[q0]}\sin(\omega \cdot t) =$$
$$= \frac{u_{q[0]}}{x_d'}\cos(\omega \cdot t) + \frac{u_{d[0]}}{x_d'}\sin(\omega \cdot t)$$

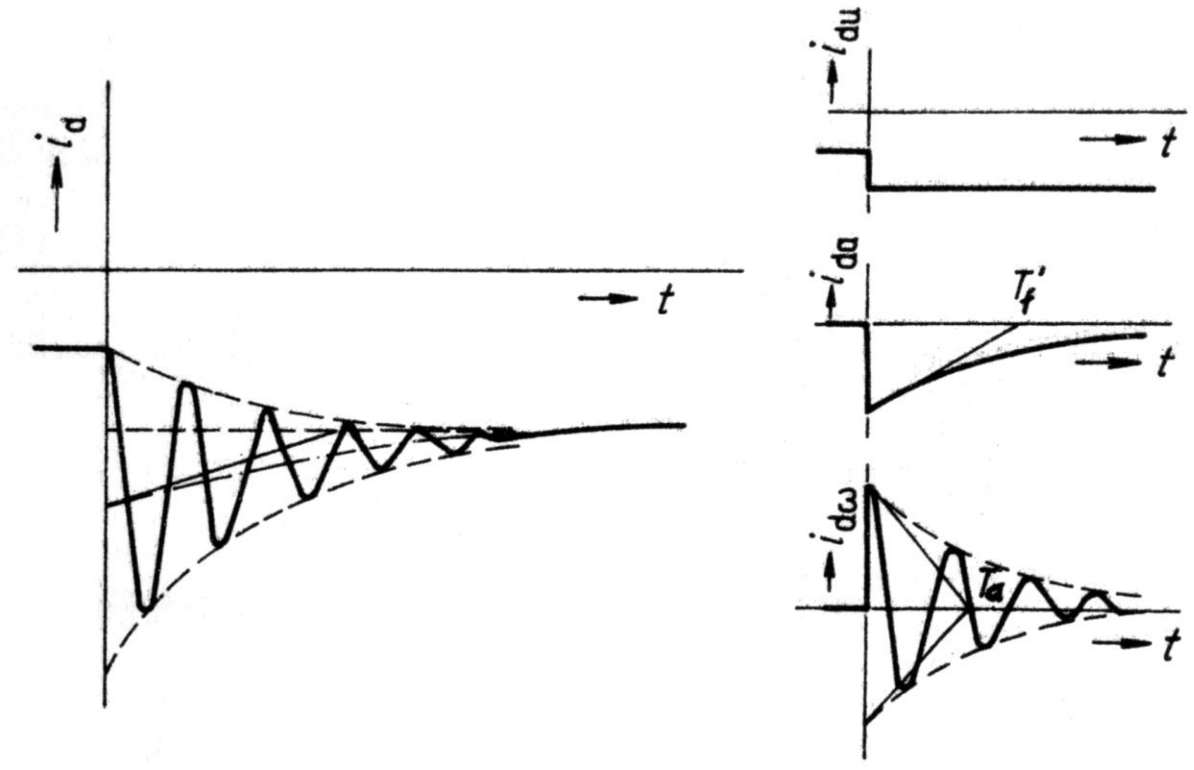
$$i_{q\omega m} = \frac{u_{q[0]}}{x_q}\sin(\omega \cdot t) - \frac{u_{d[0]}}{x_q}\cos(\omega \cdot t)$$

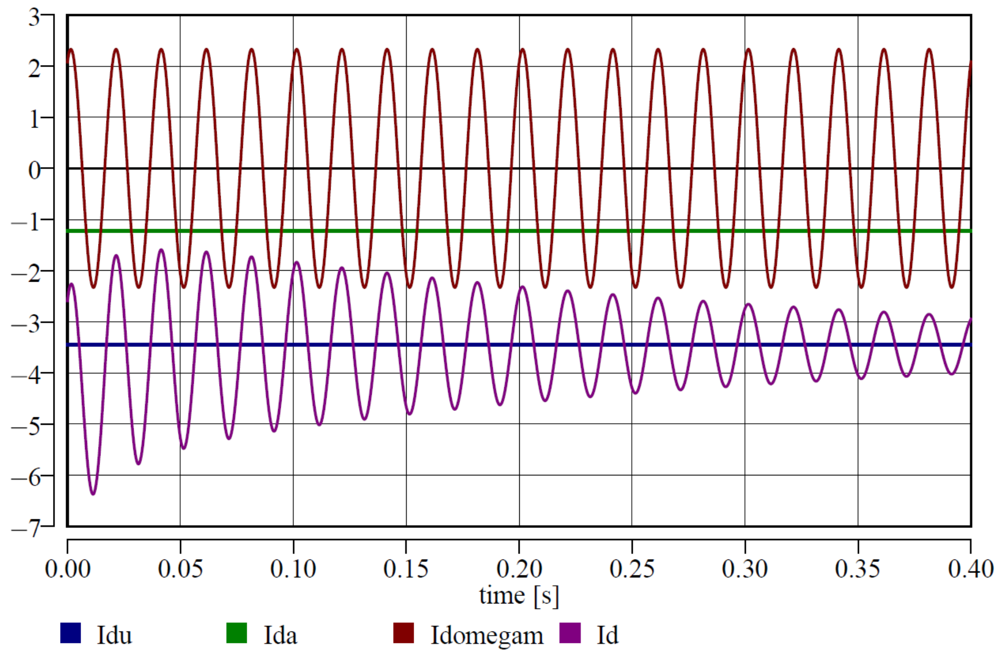
S využitím odvozených časových konstant jsou celkové proudy v osách $d$ a $q$:

$$i_d(t) = i_{d[u]} + i_{dhu} + i_{da}(t) + i_{d\omega}(t) = i_{d[u]} + i_{dhu} + i_{da}e^{-\frac{t}{T_f'}} + i_{d\omega m}e^{-\frac{t}{T_a}} =$$

$$i_d(t) = -\frac{e_{[0]} - u_{q[0]}}{x_d} - \frac{u_{q[0]}}{x_d} - u_{q[0]}\left(\frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d}\right)e^{-\frac{t}{T_f'}} + \left(\frac{u_{q[0]}}{x_d'}\cos(\omega \cdot t) + \frac{u_{d[0]}}{x_d'}\sin(\omega \cdot t)\right)e^{-\frac{t}{T_a}} =$$

$$i_d(t) = -\frac{e_{[0]}}{x_d} - u_{q[0]}\left(\frac{x_d' - x_d}{x_d' \cdot x_d}\right)e^{-\frac{t}{T_f'}} + \left(\frac{u_{q[0]}}{x_d'}\cos(\omega \cdot t) + \frac{u_{d[0]}}{x_d'}\sin(\omega \cdot t)\right)e^{-\frac{t}{T_a}}$$

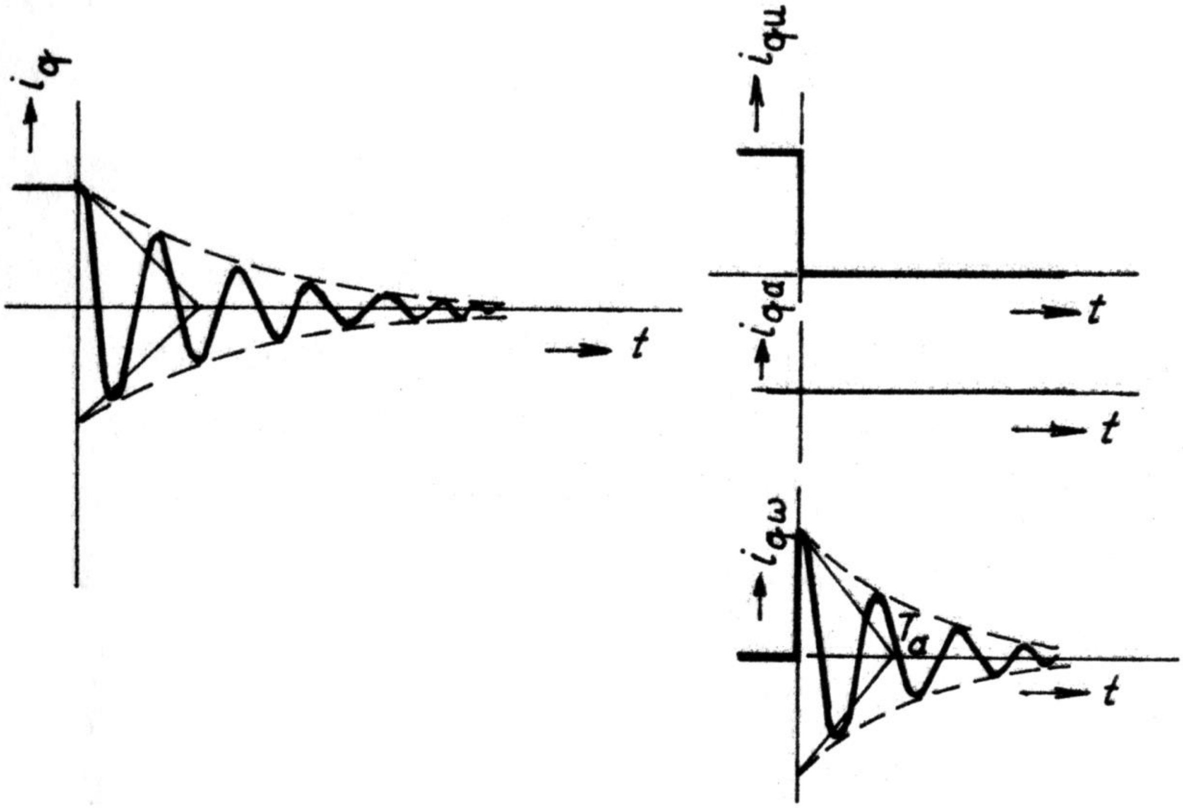


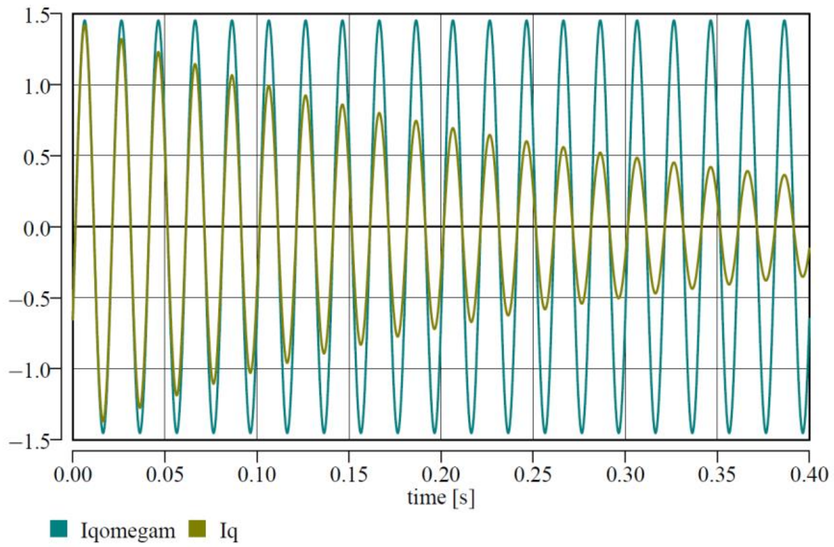




$$i_q(t) = i_{q[u]} + i_{qhu} + i_{q\omega}(t) = i_{q[u]} + i_{qhu} + i_{q\omega m} e^{-\frac{t}{T_a}} =$$

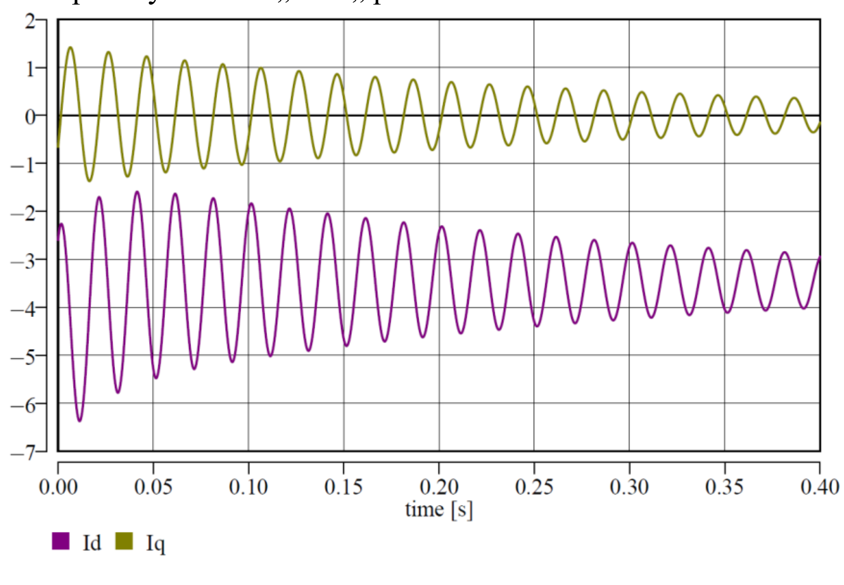
$$i_q(t) = -\frac{u_{d[0]}}{x_q} + \frac{u_{d[0]}}{x_q} + \left( \frac{u_{q[0]}}{x_q} \sin(\omega \cdot t) - \frac{u_{d[0]}}{x_q} \cos(\omega \cdot t) \right) e^{-\frac{t}{T_a}} =$$

$$i_q(t) = \left( \frac{u_{q[0]}}{x_q} \sin(\omega \cdot t) - \frac{u_{d[0]}}{x_q} \cos(\omega \cdot t) \right) e^{-\frac{t}{T_a}}$$




Výsledné statorové proudy v osách „d“ a „q“:



**Průběh složek zkratového proudu ve fázových vinutích**

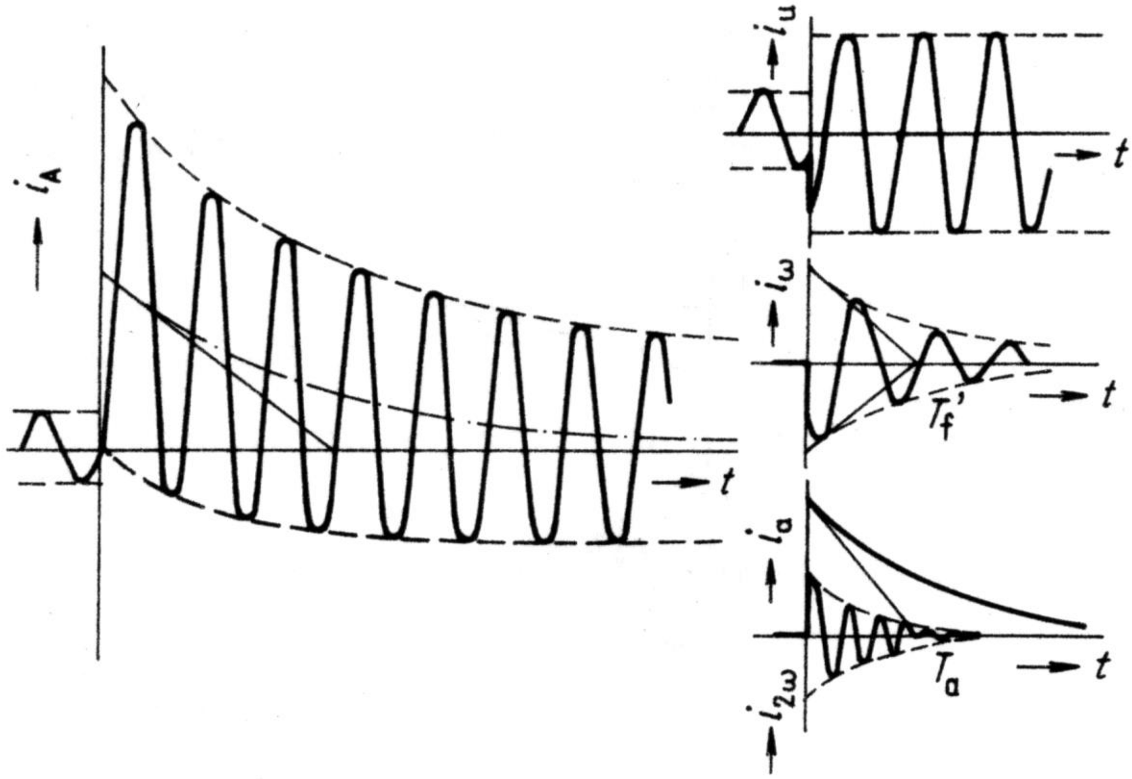
Stačí pouze provést zpětnou lineární Parkovu transformaci předchozích výsledků. Rozbor bude proveden pro fázi „A“:

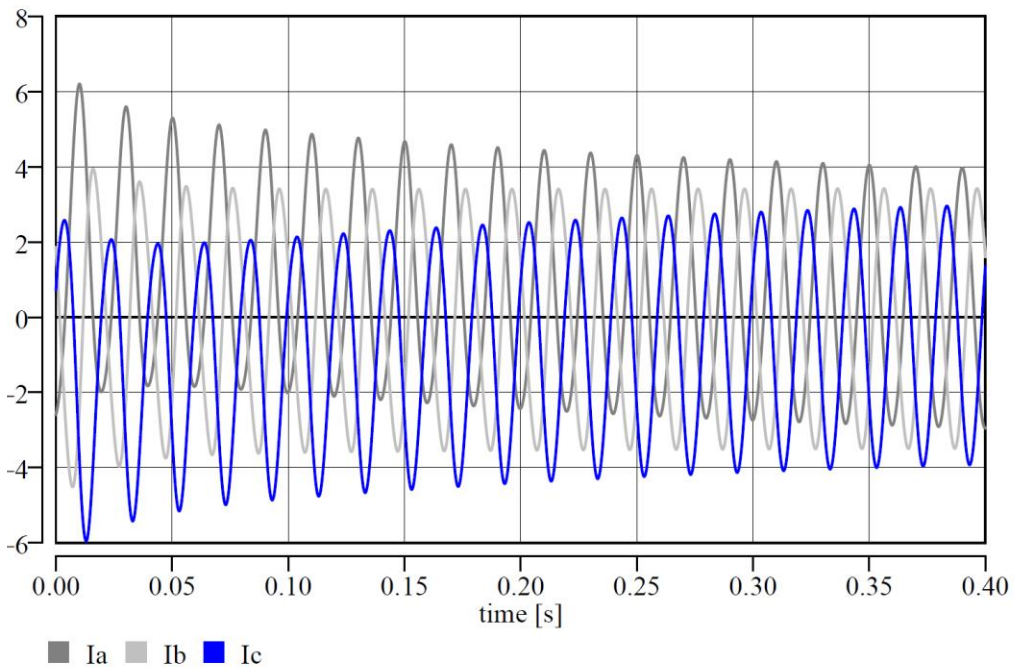
$$i_A(t)=i_d(t)\cos(\vartheta)+i_q(t)\sin(\vartheta)=\left(i_{d[u]}+i_{dhu}+i_{da}e^{-\frac{t}{T_f^{/}}}+i_{d\omega m}e^{-\frac{t}{T_a}}\right)\cos(\vartheta)+\left(i_{q\omega m}e^{-\frac{t}{T_a}}\right)\sin(\vartheta)$$

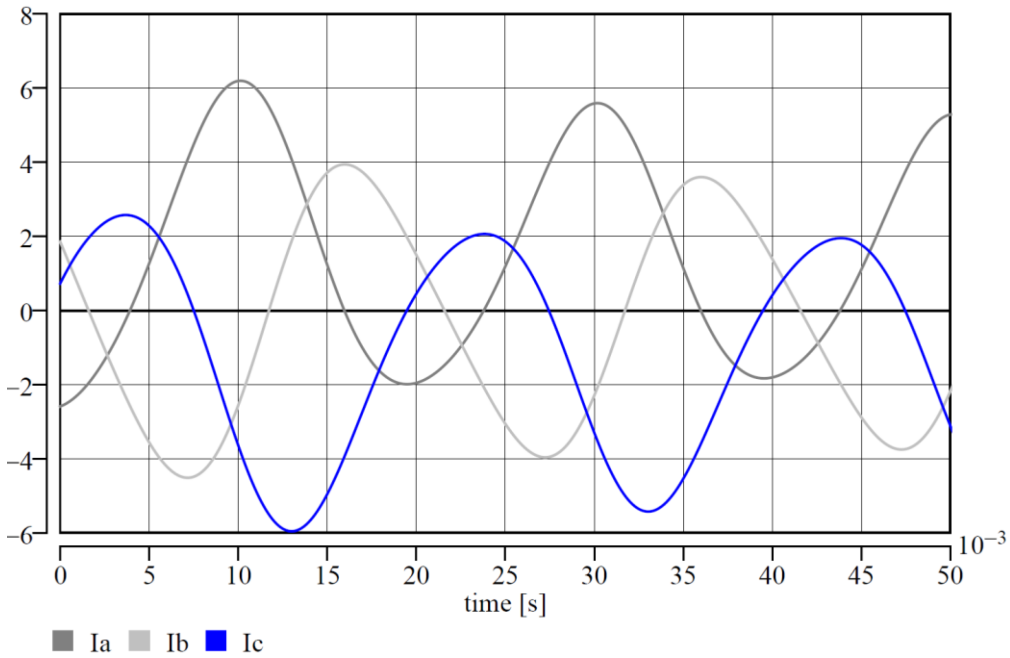
Zavedeme-li $\vartheta=\omega\cdot t+\vartheta_0$ a po úpravách:

$$i_A(t)=-\left[\frac{e_{[0]}}{x_d}+\left(\frac{e_{q[0]}^{/}}{x_d^{/}}-\frac{e_{[0]}}{x_d}\right)e^{-\frac{t}{T_f^{/}}}\right]\cos(\omega\cdot t+\vartheta_0)+\left(u_{q[0]}\cos\vartheta_0-u_{d[0]}\sin\vartheta_0\right)\frac{x_q+x_d^{/}}{2x_q\cdot x_d^{/}}e^{-\frac{t}{T_a}}+$$

$$+\left[u_{q[0]}\cos(2\omega\cdot t+\vartheta_0)+u_{d[0]}\sin(2\omega\cdot t+\vartheta_0)\right]\frac{x_q-x_d^{/}}{2x_q\cdot x_d^{/}}e^{-\frac{t}{T_a}}$$






**Průběh složek zkratového proudu v budícím vinutí**

Budící proud má tyto složky:

$$i_f(t) = i_{f[u]} + i_{fa}(0)e^{-\frac{t}{T_f'}} + i_{f\omega}(0)\cos(\omega \cdot t)e^{-\frac{t}{T_a}}$$

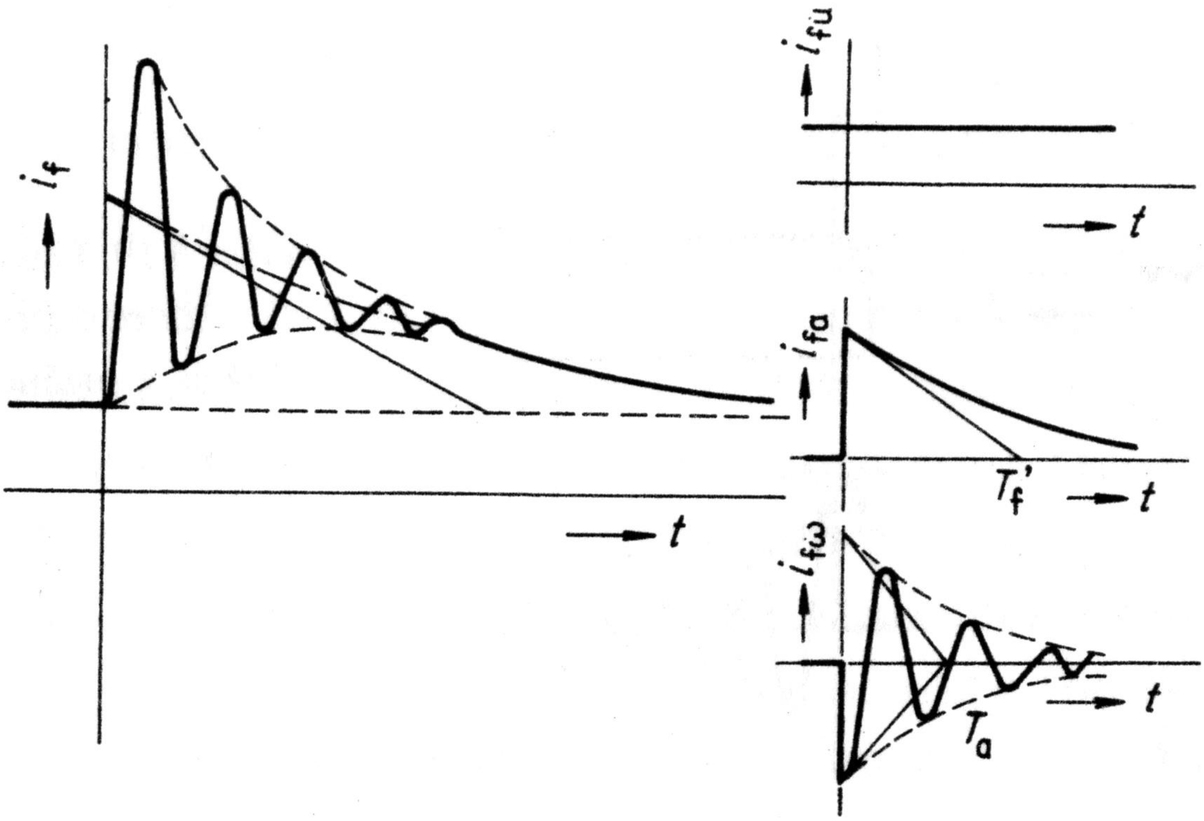
Uvážíme-li, že je nutná kontinuita budícího proudu v prvním okamžiku, potom pro neznámou velikost proudů platí: $i_{fa}(0) = -i_{f\omega}(0)$. Současně při zanedbání činného odporu statoru budícího vinutí je pro zkratovaný stav: $i_f x_{ad} = e = -i_d x_d$, tedy i $i_f(0)x_{ad} = -i_d(0)x_d$ a

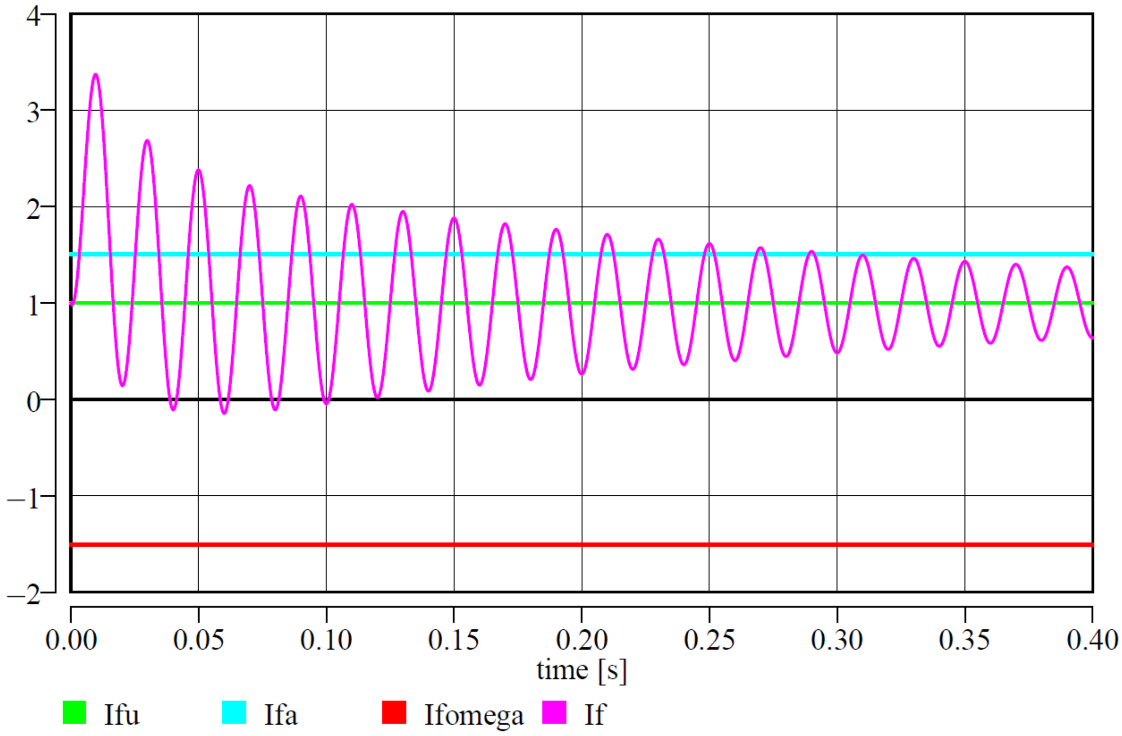
$$i_{fa}(0)x_{ad} = -i_{da}(0)x_d = -\left(-u_{q[0]}\left(\frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d}\right)\right)x_d$$

Odtud: $i_{fa}(0) = u_{q[0]}\left(\frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d}\right)\frac{x_d}{x_{ad}} = \frac{x_d - x_d'}{x_{ad}} \cdot \frac{u_{q[0]}}{x_d'}$

Po dosazení:

$$i_f(t) = i_{f[u]} + i_{fa}\left(e^{-\frac{t}{T_f'}} - \cos(\omega \cdot t)e^{-\frac{t}{T_a}}\right) = i_{f[u]} + \frac{x_d - x_d'}{x_{ad}} \cdot \frac{u_{q[0]}}{x_d'}\left(e^{-\frac{t}{T_f'}} - \cos(\omega \cdot t)e^{-\frac{t}{T_a}}\right)$$


$i_f$
$t$
$i_{fu}$
$t$
$i_{fa}$
$T_f'$
$t$
$i_{f\omega}$
$t$
$T_a$


4
3
2
1
0
−1
−2
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
time [s]
Ifu
Ifa
Ifomega
If