

# PJS – Přednáška číslo 8

## Elektromagnetické přechodné děje v obvodech se synchronním alternátorem

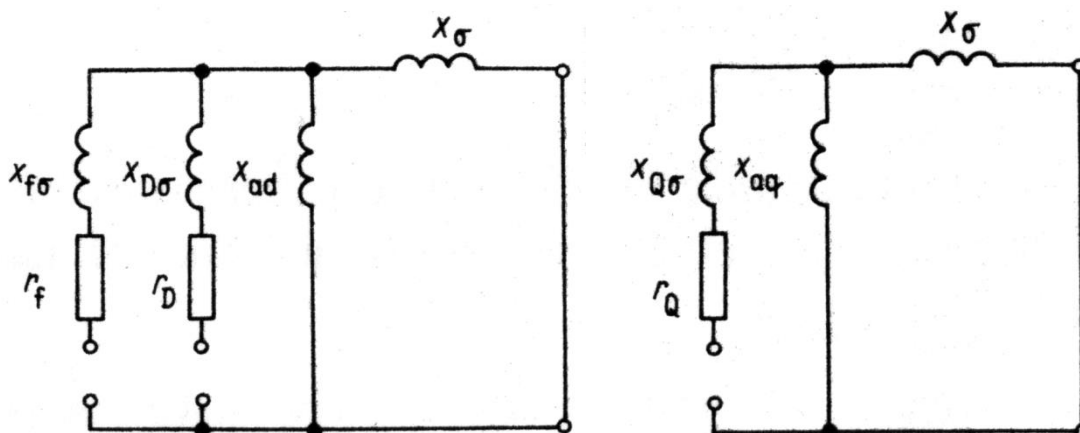
### Trojfázový symetrický zkrat synchronního alternátoru

#### Synchronní alternátor s tlumičem

Tlumič nahrazen dvěma vinutími v osách „d“ a „q“ označovanými indexy „D“ a „Q“.  
Předpoklad lineárního prostředí a principu superpozice je zachován.

#### Časové konstanty jednotlivých složek

Při výpočtu je opět vždy zanedbána rezistence „vzdáleného“ vinutí (tedy rotoru při vyšetřování časové konstanty statoru a naopak). V podélné ose nyní vázány tři magnetické obvody (z toho jeden bez rezistence) a příčné ose dva obvody (z toho jeden bez rezistence).



Volné složky rotorových proudů tentokrát budou mít dvě složky:  $i_{fa}''$  a  $i_{Da}''$  tlumící se společnou časovou konstantou  $T_d''$  a další složky pomaleji dozívající  $i_{fa}'$  a  $i_{Da}'$  opět se společnou časovou konstantou  $T_d'$ . Časové konstanty jsou určeny měřením, nebo dle vztahů:

$$T_d'' = \sigma_{fD}' \frac{T_f' \cdot T_D'}{T_f' + T_D'} \quad \sigma_{fD}' = 1 - \frac{x_{ad}'^2}{x_f' \cdot x_D'} \quad x_{ad}' = \frac{x_\sigma \cdot x_{ad}}{x_\sigma + x_{ad}}$$

$$x_D' = x_{D\sigma} + x_{ad}' = \frac{x_D}{x_d} x_{dD}' \quad x_{dD}' = x_\sigma + \frac{x_{D\sigma} \cdot x_{ad}}{x_{D\sigma} + x_{ad}}$$

$$x_f' = x_{f\sigma} + \frac{x_{ad} \cdot x_\sigma}{x_{ad} + x_\sigma} = \frac{x_{f\sigma}(x_{ad} + x_\sigma) + x_{ad} \cdot x_\sigma}{x_{ad} + x_\sigma} = \frac{x_f}{x_d} x_d'$$

$$x_f = x_{f\sigma} + x_{ad} \quad x_D = x_{D\sigma} + x_{ad}$$

$$x_d'' = x_{d\sigma} + \frac{x_{F\sigma} x_{ad} x_{D\sigma}}{x_{F\sigma} x_{ad} + x_{F\sigma} x_{D\sigma} + x_{ad} x_{D\sigma}} \rightarrow x_{D\sigma} = \frac{x_{ad} x_{F\sigma} (x_\sigma - x_d'')}{x_{ad} (x_d'' - x_\sigma - x_{F\sigma}) + x_{F\sigma} (x_d'' - x_\sigma)}$$

$$x_d' = x_{d\sigma} + \frac{x_{ad} x_{F\sigma}}{x_{ad} + x_{F\sigma}} \rightarrow x_{f\sigma} = \left( \frac{1}{x_d' - x_\sigma} - \frac{1}{x_{ad}} \right)^{-1}$$

$$x_{ad} = x_d - x_\sigma$$

$$T_d' = T_f' + T_D' - T_d'' \quad T_d' = \frac{x_f'}{\omega \cdot r_D} = T_D \frac{x_{dD}'}{x_d} \quad T_D = \frac{x_D}{\omega \cdot r_D}$$

Volný proud v příčné ose  $i_{Qa}''$  bude odeznívat s časovou konstantou  $T_q''$ :

$$\boxed{T_q'' = T_Q' = \frac{x_Q'}{\omega \cdot r_Q}} \quad x_Q' = x_{Q\sigma} + x_{aq}' = \frac{x_Q}{x_q} x_d'' \quad x_{aq}' = \frac{x_\sigma \cdot x_{aq}}{x_\sigma + x_{aq}}$$

$$T_Q' = T_Q \frac{x_q''}{x_q} \quad T_Q = \frac{x_Q}{\omega \cdot r_Q} \quad x_Q = x_{Q\sigma} + x_{aq}$$

$$x_q'' = x_{q\sigma} + \frac{x_{aq} x_{Q\sigma}}{x_{aq} + x_{Q\sigma}} \quad \rightarrow \quad x_{Q\sigma} = \left( \frac{1}{x_q'' - x_{q\sigma}} - \frac{1}{x_{aq}} \right)^{-1}$$

$$x_{aq} = x_q - x_{q\sigma}$$

Pro statorové vinutí využijeme analogické vztahy jako pro stroj bez tlumiče a se stejným postupem určíme:

$$0 = -r \cdot i_d - x_d'' \frac{di_d}{dt} - \omega \cdot \Psi_q \quad 0 = -r \cdot i_q - x_q'' \frac{di_q}{dt} + \omega \cdot \Psi_d$$

$$T_a = \frac{2 \cdot x_d'' \cdot x_q''}{\omega \cdot r (x_d'' + x_q'')}$$

Při obvyklé konfiguraci, kde díky přepočtu je  $r_D \gg r_f$ , potom  $T_f' \gg T_D'$  a

$$T_d' = T_f' + T_D' - T_d'' \approx T_f' \quad T_d'' = \sigma_{fD}' \frac{T_f' \cdot T_D'}{T_f' + T_D'} \approx \sigma_{fD}' \cdot T_D'$$

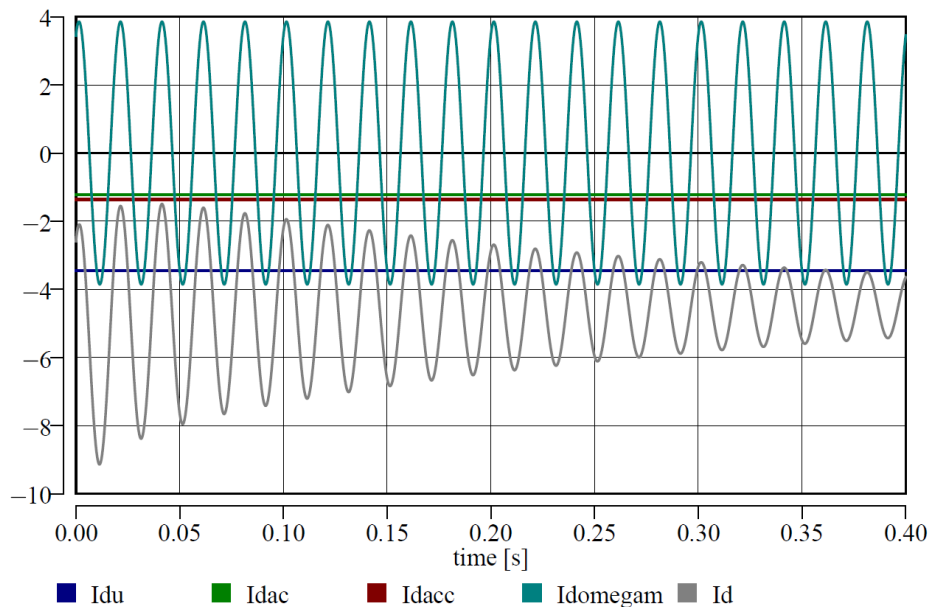
### Průběh složek zkratového proudu v osách $d$ a $q$

Veškeré předpoklady jsou opět stejné jako u alternátoru bez tlumiče.

S využitím odvozených časových konstant jsou celkové proudy v osách  $d$  a  $q$ :

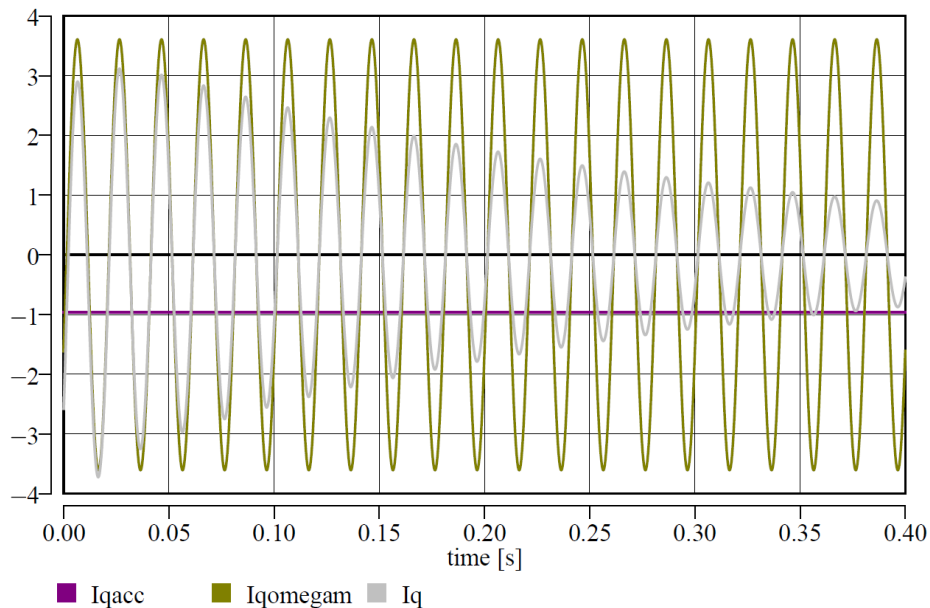
$$i_d(t) = i_{d[u]} + i_{dhu} + i_{da}'(t) + i_{da}''(t) + i_{d\omega}(t) = i_{d[u]} + i_{dhu} + i_{da}' e^{-\frac{t}{T_d'}} + i_{da}'' e^{-\frac{t}{T_d''}} + i_{d\omega} e^{-\frac{t}{T_a}} =$$

$$i_d(t) = -\frac{e_{[0]}}{x_d} - u_{q[0]} \left( \frac{x_d - x_d'}{x_d' \cdot x_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d'}} - u_{q[0]} \left( \frac{x_d' - x_d''}{x_d'' \cdot x_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d''}} + \left( \frac{u_{q[0]}}{x_d''} \cos(\omega \cdot t) + \frac{u_{d[0]}}{x_d'} \sin(\omega \cdot t) \right) e^{-\frac{t}{T_a}}$$

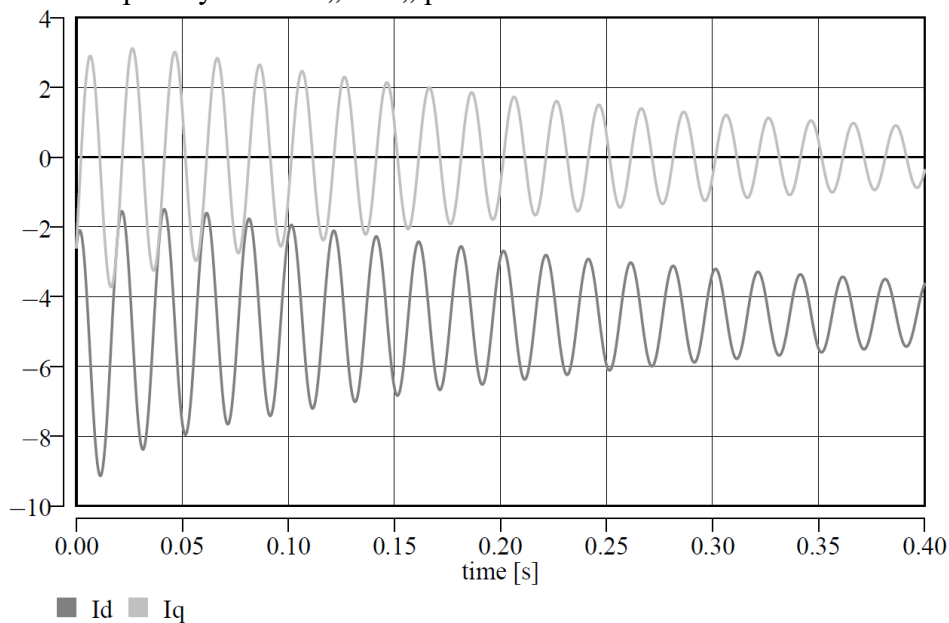


$$i_q(t) = i_{q[u]} + i_{qhu} + i_{qa}''(t) + i_{q\omega}(t) = i_{q[u]} + i_{qhu} + i_{qa}'' e^{-\frac{t}{T_q''}} + i_{qom} e^{-\frac{t}{T_a}} =$$

$$i_q(t) = -u_{q[0]} \left( \frac{x_q - x_q''}{x_q'' \cdot x_q} \right) e^{-\frac{t}{T_q''}} + \left( \frac{u_{q[0]}}{x_q''} \sin(\omega \cdot t) - \frac{u_{q[0]}}{x_q''} \cos(\omega \cdot t) \right) e^{-\frac{t}{T_a}}$$



Výsledné statorové proudy v osách „d“ a „q“:



### Průběh složek zkratového proudu ve fázových vlnitkách

Stačí pouze provést zpětnou lineární Parkovu transformaci předchozích výsledků. Rozbor bude proveden pro fázi „A“:

$$i_A(t) = i_d(t) \cos(\vartheta) + i_q(t) \sin(\vartheta) =$$

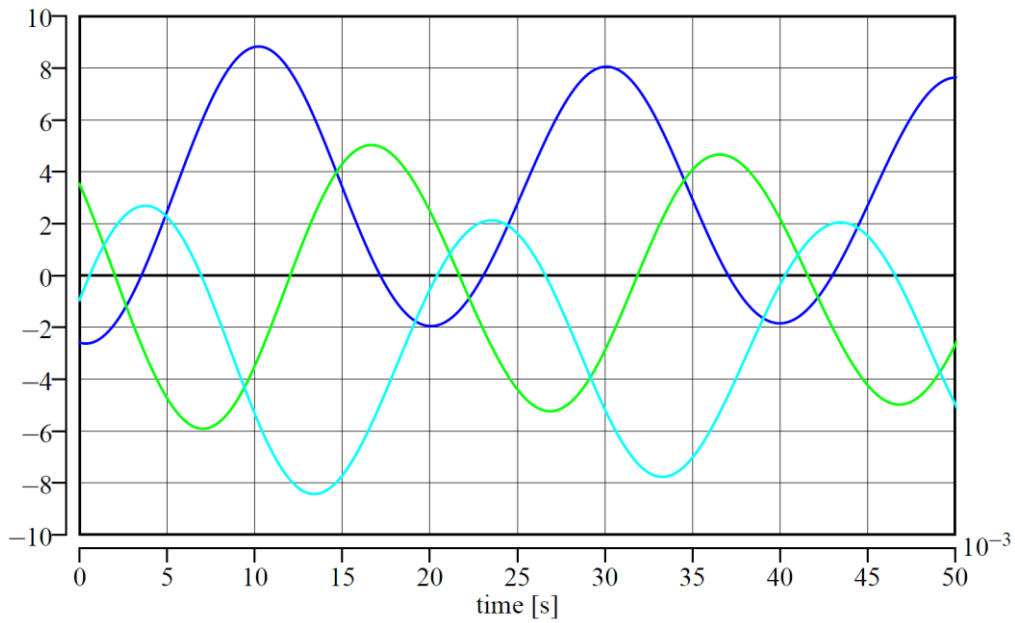
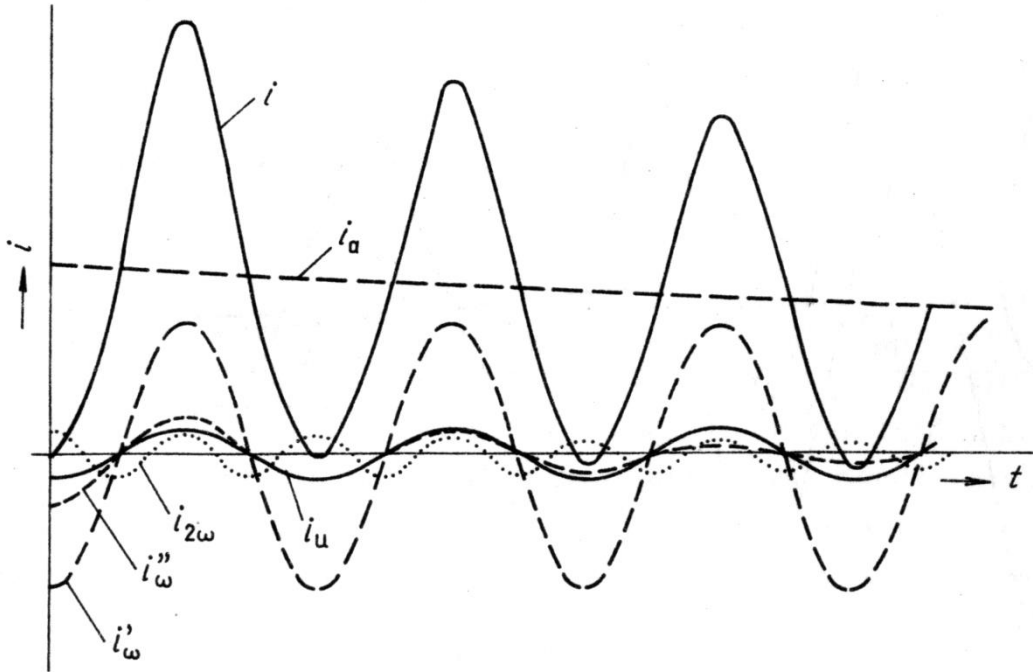
$$= \left( i_{d[u]} + i_{dhu} + i_{da}' e^{-\frac{t}{T_d'}} + i_{da}'' e^{-\frac{t}{T_d''}} + i_{dom} e^{-\frac{t}{T_a}} \right) \cos(\vartheta) + \left( i_{q[u]} + i_{qhu} + i_{qa}'' e^{-\frac{t}{T_q''}} + i_{qom} e^{-\frac{t}{T_a}} \right) \sin(\vartheta)$$

Zavedeme-li  $\vartheta = \omega \cdot t + \vartheta_0$  a po úpravách:

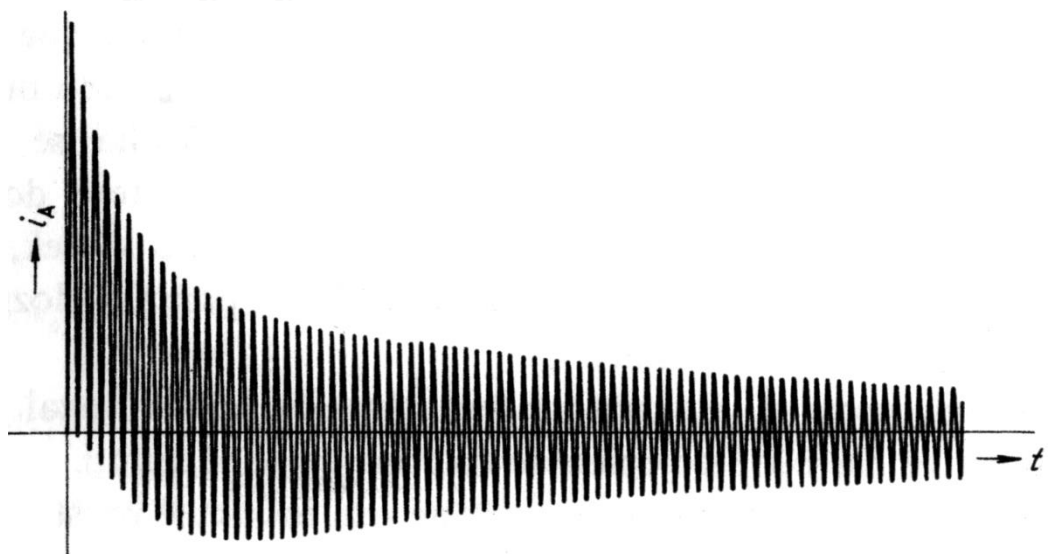
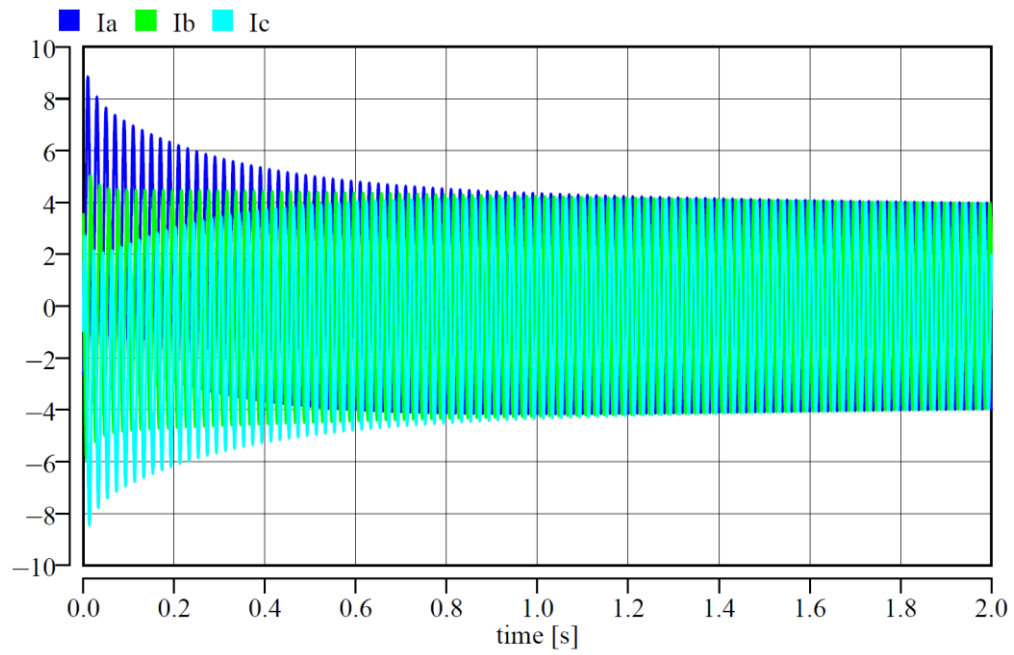
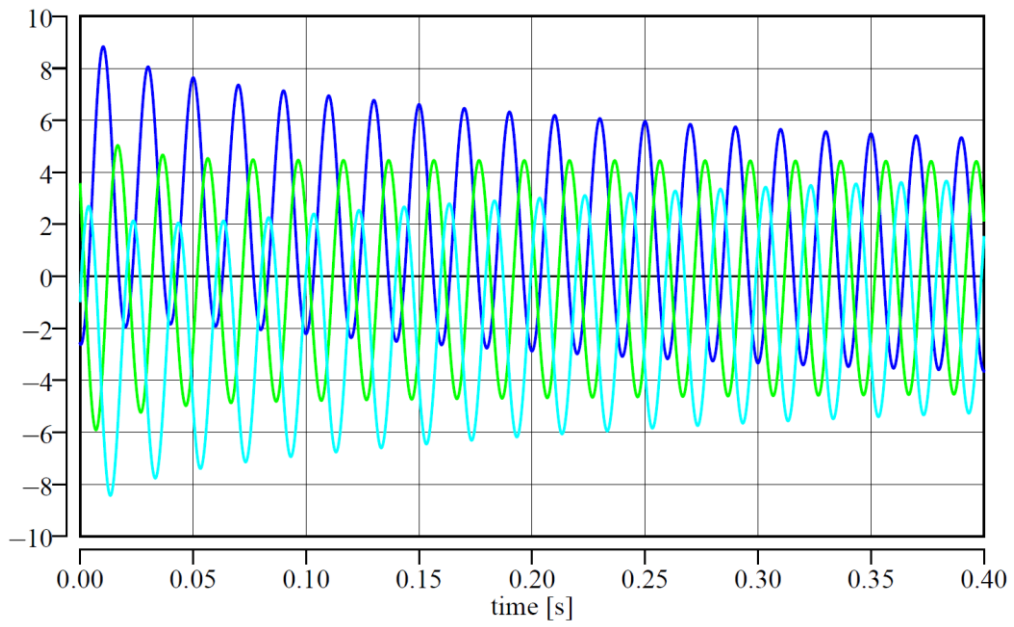
$$i_A(t) = - \left[ \frac{e_{[0]}}{x_d} + \left( \frac{e_{q[0]}' - e_{[0]}}{x_d'} - \frac{e_{[0]}}{x_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d'}} + \left( \frac{e_{q[0]}' - e_{q[0]}''}{x_d''} - \frac{e_{q[0]}'}{x_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d''}} \right] \cos(\omega \cdot t + \vartheta_0)$$

$$+ \left( u_{q[0]} \cos \vartheta_0 - u_{d[0]} \sin \vartheta_0 \right) \frac{x_d'' + x_q''}{2x_d'' \cdot x_q''} e^{-\frac{t}{T_a}} +$$

$$+ \left[ u_{q[0]} \cos(2\omega \cdot t + \vartheta_0) + u_{d[0]} \sin(2\omega \cdot t + \vartheta_0) \right] \frac{x_d'' - x_q''}{2x_d'' \cdot x_q''} e^{-\frac{t}{T_a}}$$



■ Ia ■ Ib ■ Ic



## Průběh složek zkratového proudu v budícím vinutí

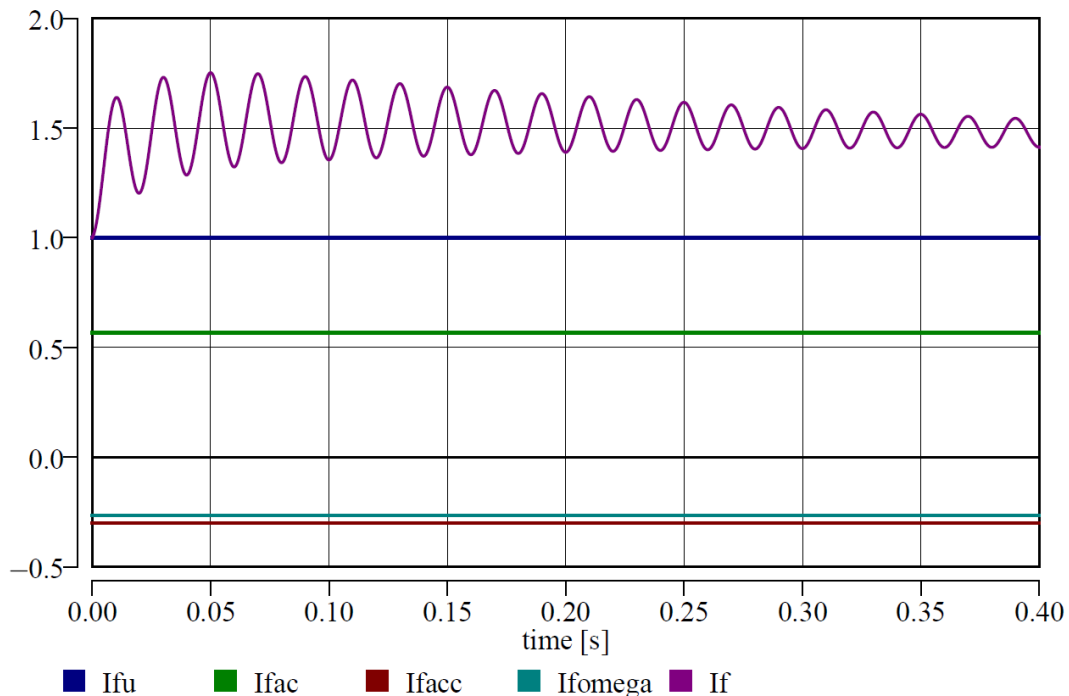
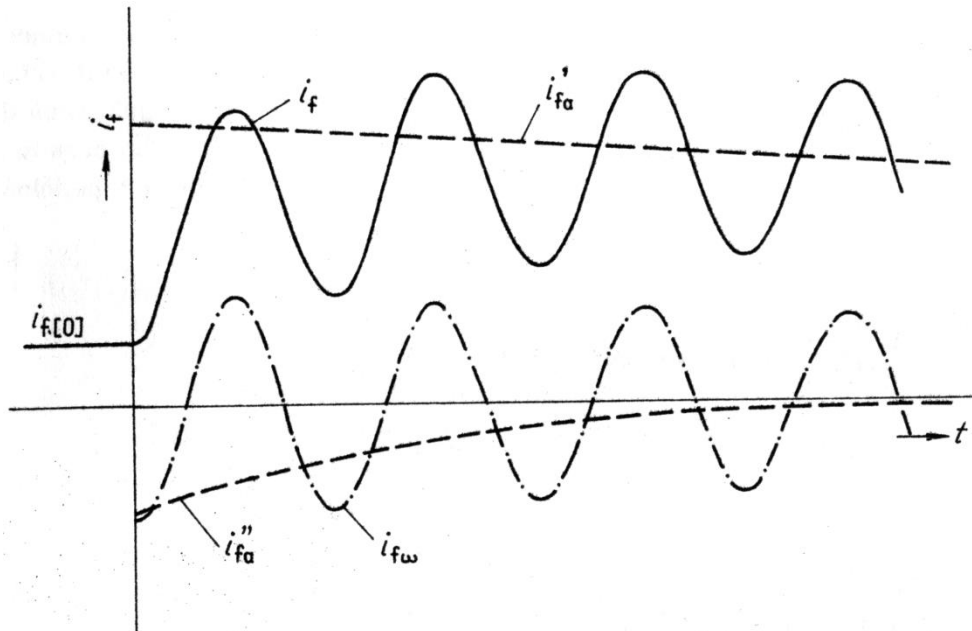
Budící proud má tyto složky:

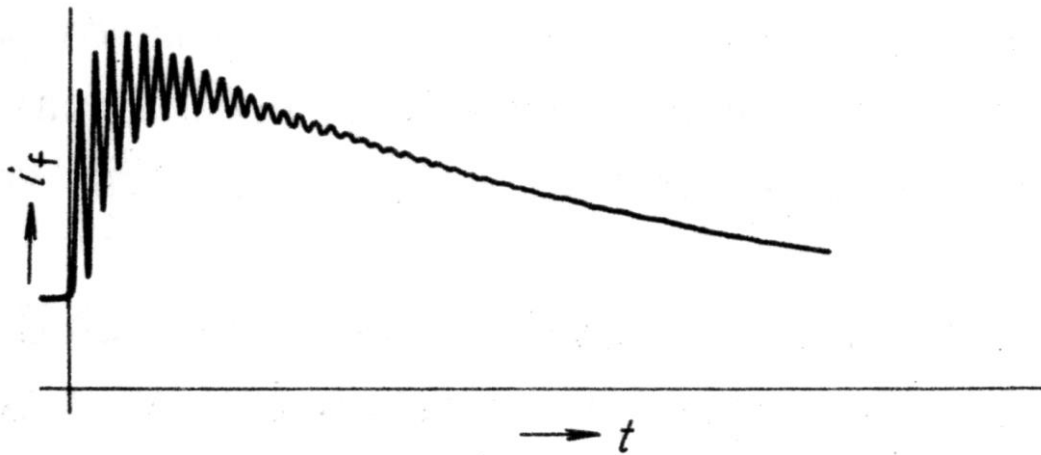
$$i_f(t) = i_{f[u]} + i_{fa}'(0)e^{-\frac{t}{T_d'}} + i_{fa}''(0)e^{-\frac{t}{T_d''}} + i_{f\omega}(0)\cos(\omega \cdot t)e^{-\frac{t}{T_a}}$$

Na základě analogických úvah o kontinuitě budícího proudu v prvním okamžiku platí:

$$i_{fa}'(0) = -i_{da}'(0) \frac{x_d}{x_{ad}} \cdot \frac{T_f}{T_f + T_D} = -i_{da}(0) \frac{x_d}{x_{ad}} \cdot \frac{T_f}{T_f + T_D} = u_{q[0]} \left( \frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d} \right) \frac{x_d}{x_{ad}} \cdot \frac{T_f}{T_f + T_D}$$

$$i_{f\omega}(0) = i_d''(0) \frac{x_d'' - x_\sigma}{x_{f\sigma}} = -u_{q[0]} \left( \frac{x_d'' - x_d'}{x_d'' \cdot x_d'} \right) \frac{x_d'' - x_\sigma}{x_{f\sigma}} \quad i_{fa}'' = -(i_{f\omega} + i_{fa}')$$





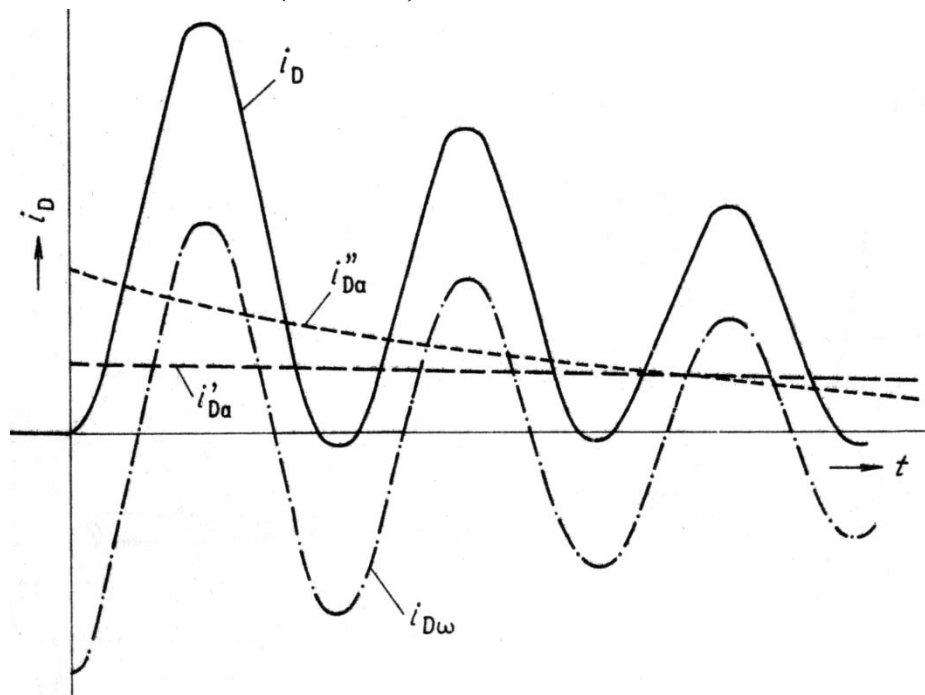
Proud tlumiče v podélné ose má tyto složky:

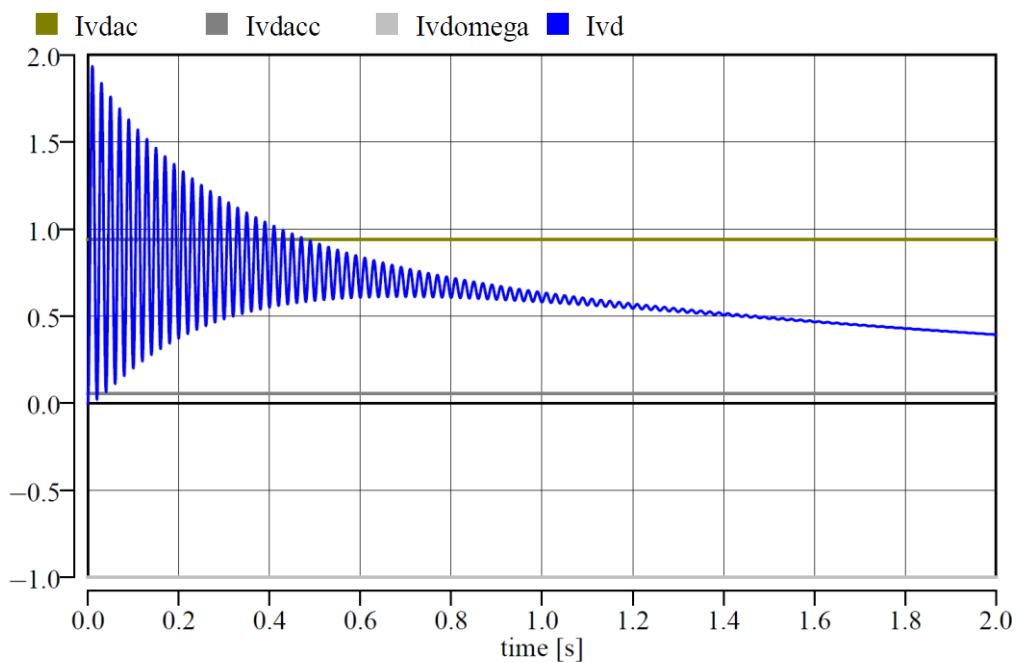
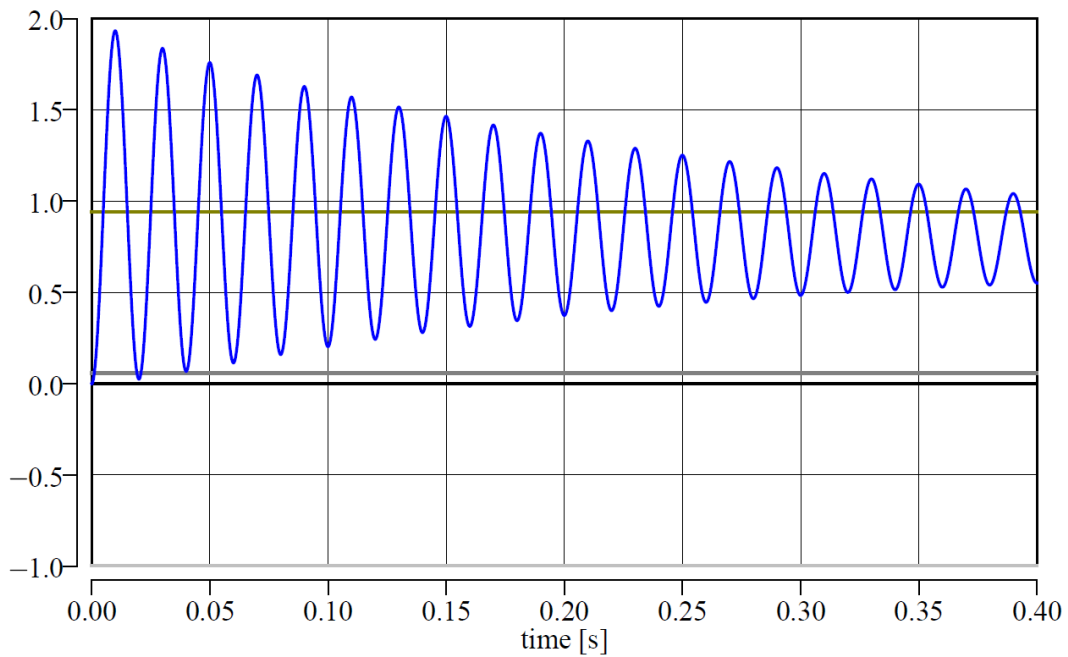
$$i_D(t) = i_{Da}'(0)e^{-\frac{t}{T_d'}} + i_{Da}''(0)e^{-\frac{t}{T_d''}} + i_{D\omega}(0)\cos(\omega \cdot t)e^{-\frac{t}{T_a}}$$

Na základě analogických úvah o kontinuitě proudu v prvním okamžiku platí:

$$i_{Da}'(0) = -i_{da}'(0) \frac{x_d}{x_{ad}} \cdot \frac{T_D}{T_f + T_D} = -i_{da}(0) \frac{x_d}{x_{ad}} \cdot \frac{T_D}{T_f + T_D} = u_{q[0]} \left( \frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d} \right) \frac{x_d}{x_{ad}} \cdot \frac{T_D}{T_f + T_D}$$

$$i_{D\omega}(0) = i_d''(0) \frac{x_d'' - x_{\sigma}}{x_{D\sigma}} = -u_{q[0]} \left( \frac{x_d'' - x_d'}{x_d'' \cdot x_d'} \right) \frac{x_d'' - x_{\sigma}}{x_{D\sigma}} \quad i_{Da}'' = -(i_{D\omega} + i_{Da}')$$





Proud tlumiče v příčné ose má tyto složky:

$$i_Q(t) = i_{Qa}''(0)e^{-\frac{t}{T_a''}} + i_{Q\omega}(0)\cos(\omega \cdot t)e^{-\frac{t}{T_a}}$$

Na základě analogických úvah o kontinuitě proudu v prvním okamžiku platí:

$$i_{Q\omega}(0) = i_q''(0) \frac{x_q'' - x_\sigma}{x_{Q\sigma}} = -u_{q[0]} \left( \frac{x_q'' - x_q}{x_q'' \cdot x_q} \right) \frac{x_q'' - x_\sigma}{x_{Q\sigma}} \qquad i_{Qa}'' = -i_{Q\omega}$$



