Vysoká škola strojní a elektrotechnická v Plzni

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

PŘENOS A ROZVOD ELEKTRICKÉ ENERGIE

PŘÍKLADY

Ing. Miloš BERAN, CSc.

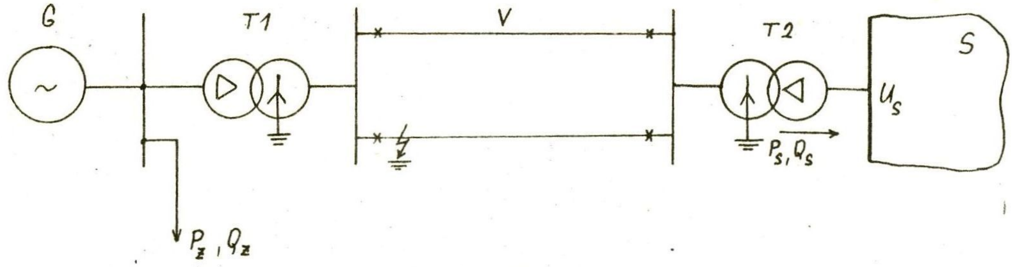
Ing. Josef HÁJEK, CSc.

Ing. Jiřina MERTLOVÁ, CSc.

PLZEŇ 1982 - EDIČNÍ STŘEDISKO VŠSE

4. 3. Dynamická stabilita synchronního alternátoru

4 - 4



Obr. 4.2

V části sítě na obr. 4.2 vznikl na začátku jednoho z vedení tvrdý dvoupólový zemní zkrat. Alternátor dodává do sítě výkon $P_s = 225\,MW$, $\cos\varphi_s = 0{,}9$. Napětí sítě je tvrdé $U_s = 118\,kV$. Vinutí transformátorů mají uzemněný nulový bod. Jednotlivé prvky mají následující parametry:

Generátor: $S_n = 400\,MVA$ $\quad X_d' = 23{,}5\,\%$

$U_n = 10{,}5\,kV$ $\quad X_2 = 16{,}4\,\%$

$\cos\varphi_n = 0{,}85$ $\quad T_m = 7\,sek.$

Transformátor T1: $S_n = 360\,MVA$

$u_k = 12\,\%$

$p_1 = \dfrac{10{,}5\,kV}{248\,kV}$

Transformátor T2: $S_n = 340\,MVA$

$u_k = 12\,\%$

$p_2 = \dfrac{220\,kV}{121\,kV}$

Vedení: $l = 255\,km$

$X_1 = 0{,}4\,\Omega/km$

$X_0 = 3X_1 = 1{,}2\,\Omega/km$

Zátěž: $P_z = 50\,MW$

$\cos\varphi_z = 0{,}85$

Určete maximální možnou dobu pro vypnutí zkratu. Zanedbejte činné odpory a zatížení vedení během poruchy. Uvažujte $U_e' =$ konst. během celého přechodného děje. Výpočet proveďte v poměrných jednotkách, kde $S_V = 255\,MVA$

$U_V = 215\,kV$

Řešení:

Napětí sítě: $$u_s = \frac{U_s}{U_V} \cdot p_2 = \frac{118}{215} \cdot \frac{220}{121} = 1$$

výkony dodávané do sítě:

$$p_s = \frac{P_s}{S_V} = \frac{225}{255} = 0{,}882$$

$$q_s = p_s \cdot tg\,\varphi_s = 0{,}882 \cdot 0{,}483 = 0{,}427$$

$$\varphi_s = \arccos 0{,}9 = 31{,}8°$$

Přepočet pasivních parametrů:

$$x_d' = \frac{23{,}5}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \frac{S_v}{U_v^2} \cdot \left(\frac{1}{p_1}\right)^2 = 0{,}235 \cdot \frac{10{,}5^2}{400} \cdot \frac{255}{215^2} \cdot \left(\frac{248}{10{,}5}\right)^2 = 0{,}199$$

$$x_2 = \frac{16{,}4}{100} \cdot \frac{10{,}5^2}{400} \cdot \frac{255}{215^2} \cdot \left(\frac{248}{10{,}5}\right)^2 = 0{,}139$$

$$x_{T1} = \frac{12}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \frac{S_v}{U_v^2} = \frac{12}{100} \cdot \frac{248^2}{360} \cdot \frac{255}{215^2} = 0{,}113$$

$$x_{T2} = \frac{12}{100} \cdot \frac{220^2}{340} \cdot \frac{255}{215^2} = 0{,}094$$

$$x_v = \frac{1}{2} \cdot X_1 \cdot \ell \cdot \frac{S_v}{U_v^2} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 255 \cdot \frac{255}{215^2} = 0{,}281$$

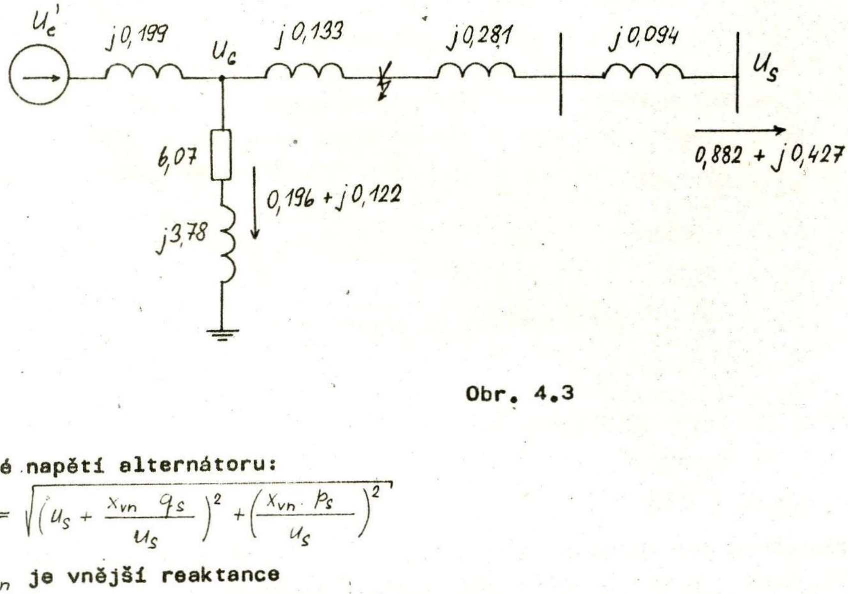
$$T_m = 7 \cdot \frac{S_n}{S_v} = 7 \cdot \frac{400}{255} = 10{,}98\ \mathrm{s}$$

výkony zátěže u generátoru:

$$p_z = \frac{P_z}{S_v} = \frac{50}{255} = 0{,}196$$

$$q_z = p_z \cdot \mathrm{tg}\,\varphi_z = 0{,}196 \cdot 0{,}622 = 0{,}122$$

Náhradní schema:



Obr. 4.3

Svorkové napětí alternátoru:

$$u_g = \sqrt{\left(u_s + \frac{x_{vn}\, q_s}{u_s}\right)^2 + \left(\frac{x_{vn} \cdot p_s}{u_s}\right)^2}$$

kde X_{vn} **je vnější reaktance**

$$x_{vn} = 0{,}113 + 0{,}281 + 0{,}094 = 0{,}488$$

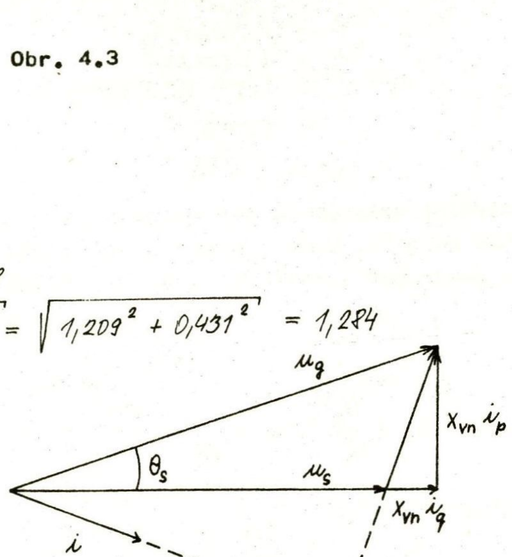
$$u_g = \sqrt{\left(1 + \frac{0{,}488 \cdot 0{,}427}{1}\right)^2 + \left(\frac{0{,}488 \cdot 0{,}882}{1}\right)^2} = \sqrt{1{,}209^2 + 0{,}431^2} = 1{,}284$$

$$\mathrm{tg}\,\theta_s = \frac{0{,}431}{1{,}209} = 0{,}356$$

$$\theta_s = 19{,}6^\circ$$

i_p - činný proud

i_q - jalový proud



Obr. 4.4

Náhradní impedance zátěže alternátoru:

$$\bar{Z}_z = \frac{u_g^2}{p_z - jq_z} = \frac{1{,}284^2}{0{,}196^2 + 0{,}122^2} \cdot (0{,}196 + j\,0{,}122) = 6{,}07 + j\,3{,}78$$

Jalové ztráty na vnější reaktanci:

$$\Delta q_{vn} = x_{vn} \cdot i^2 = x_{vn} \frac{p_s^2 + q_s^2}{u_s^2} = 0{,}488 \; \frac{0{,}882^2 + 0{,}427^2}{1^2} = 0{,}469$$

Výstupní výkon generátoru:

$$\bar{S}_0 = \bar{S}_z + \bar{S}_s + j\Delta q_{vn} = 0{,}196 + j0{,}122 + 0{,}882 + j0{,}427 + j\,0{,}469 =$$

$$= 1{,}078 + j\,1{,}018$$

Přechodné elektromotorické napětí generátoru:

$$U_e' = \sqrt{\left(1{,}284 + \frac{0{,}199 \cdot 1{,}018}{1{,}284}\right)^2 + \left(\frac{0{,}199 \cdot 1{,}078}{1{,}284}\right)^2} = \sqrt{1{,}442^2 + 0{,}167^2} = 1{,}452$$

Úhel mezi U_e' a U_g:

$$tg\,(\theta_0 - \theta_s) = \frac{0{,}167}{1{,}442} = 0{,}116 \quad , \quad \theta_0 - \theta_s = 6{,}6°$$

Úhel mezi U_e' a U_s :

$$\theta_0 = 6{,}6 + \theta_s = 6{,}6 + 19{,}6 = 26{,}2°$$

Vlastní a vzájemné výpočtové impedance a admitance systému při bezporuchovém stavu: :

$$\bar{Z}_{11} = \bar{Z}_g + \frac{\bar{Z}_{vn} \cdot \bar{Z}_z}{\bar{Z}_{vn} + \bar{Z}_z} = j\,0{,}199 + \frac{j0{,}488\,(6{,}07 + j3{,}78)}{j\,0{,}488 + 6{,}07 + j\,3{,}78} = 0{,}027 + j\,0{,}669 =$$

$$= \underline{0{,}670 \,\lfloor 87{,}7°}$$

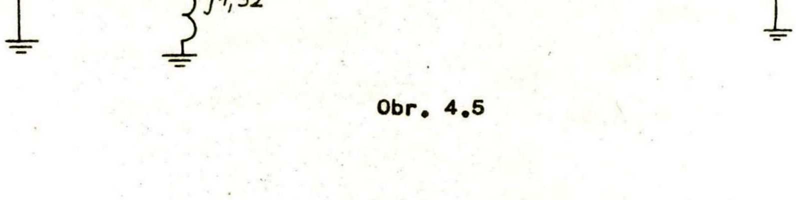
$$\bar{Y}_{11} = \frac{1}{\bar{Z}_{11}} = \underline{1{,}49 \,\lfloor -87{,}7°}$$

$$\bar{Z}_{12} = \bar{Z}_g + \bar{Z}_s + \frac{\bar{Z}_g \cdot \bar{Z}_s}{\bar{Z}_z} = j\,0{,}199 + j\,0{,}488 + \frac{j0{,}199 \cdot j\,0{,}488}{6{,}07 + j\,3{,}78} = -0{,}012 + j\,0{,}694 =$$

$$= \underline{0{,}694 \,\lfloor 91°}$$

$$\bar{Y}_{12} = \underline{1{,}44 \,\lfloor -91°}$$

Náhradní schema pro zpětnou složku (zpětná impedance zátěže je rovna 0,35 násobku impedance sousledné)



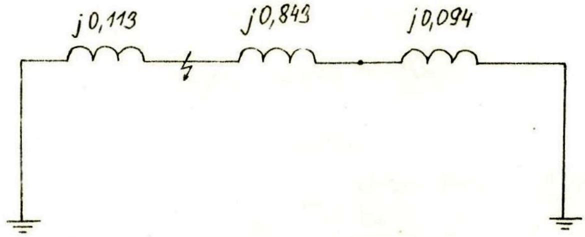
Obr. 4.5

Výsledná impedance $\bar{Z}_2$ zpětné složkové sítě z místa zkratu:

$$\bar{Z}_2 = \left[j\,0{,}113 + \frac{j\,0{,}139\,(2{,}12 + j\,1{,}32)}{j\,0{,}139 + 2{,}12 + j\,1{,}32} \right] \Big\| \left(j\,0{,}281 + j\,0{,}094\right) =$$

$$= (0{,}006 + j\,0{,}248) \| j\,0{,}375 = \frac{(0{,}006 + j\,0{,}248)\cdot j\,0{,}375}{0{,}006 + j\,0{,}248 + j\,0{,}375} = 0{,}003 + j\,0{,}149$$

Náhradní schema pro nulovou složku (nulová impedance zátěže je rovna ∞)



Obr. 4.6

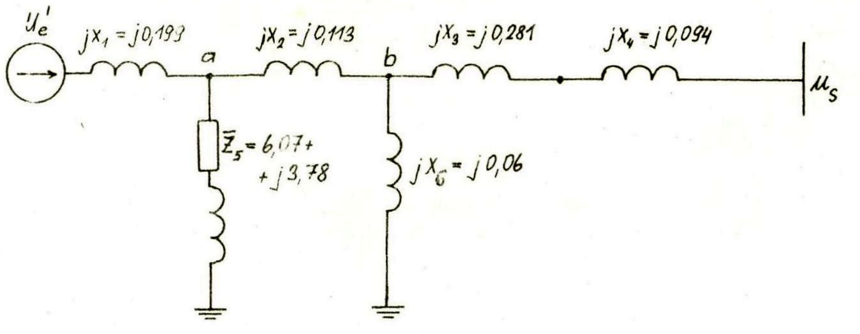
Výsledná impedance $\bar{Z}_0$ nulové složkové sítě z místa zkratu:

$$\bar{Z}_0 = \frac{j\,0{,}113 \cdot (j\,0{,}843 + j\,0{,}094)}{j\,0{,}113 + j\,0{,}843 + j\,0{,}094} = j\,0{,}101$$

Dvoupólový zemní zkrat bude v náhradním schematu respektován připojením impedance $\bar{Z}_e$ dané vztahem:

$$\bar{Z}_e = \frac{\bar{Z}_0 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2} = \frac{j\,0{,}101\,(0{,}003 + j\,0{,}149)}{j\,0{,}101 + 0{,}003 + j\,0{,}149} = j\,0{,}06$$

Náhradní schema s respektováním poruchy:



Obr. 4.7

Určení impedancí $\bar{Z}'_{11}$, $\bar{Z}'_{12}$ (během poruchy)

$$i_4 = i_3 = 1 + j\,0$$

$$u_b = (1 + j\,0)\cdot j\,0{,}375 = j\,0{,}375$$

$$i_6 = \frac{j\,0{,}375}{j\,0{,}06} = 6{,}25$$

$$i_2 = 1 + 6{,}25 = 7{,}25$$

$$\Delta u_2 = 7{,}25 \cdot j\,0{,}113 = j\,0{,}819$$

$$u_a = j\,0{,}375 + j\,0{,}819 = j\,1{,}194$$

$$i_5 = \frac{j\,1{,}194}{6{,}07 + j\,3{,}78} = 0{,}088 + j\,0{,}141$$

$$i_1 = 7{,}25 + 0{,}088 + j\,0{,}141 = 7{,}388 + j\,0{,}141$$

$$\Delta u_1 = (7{,}388 + j\,0{,}141)\,j\,0{,}199 = -0{,}028 + j\,1{,}460$$

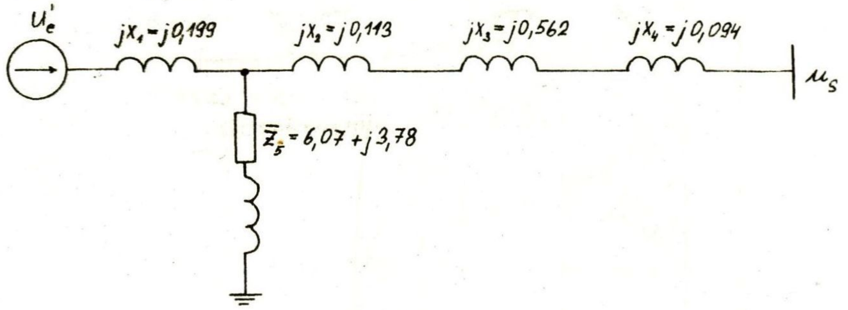
$$u_e' = j\,1{,}194 - 0{,}028 + j\,1{,}460 = -0{,}028 + j\,2{,}654$$

$$\bar{Z}_{11}' = \frac{-0{,}028 + j\,2{,}654}{7{,}338 + j\,0{,}141} = 0{,}003 + j\,0{,}362 = 0{,}362\,\underline{|89{,}5^\circ}$$

$$\bar{Y}_{11}' = \frac{1}{0{,}362\,\underline{|89{,}5^\circ}} = 2{,}763\,\underline{|-89{,}5^\circ}$$

$$\bar{Z}_{12}' = \frac{-0{,}028 + j\,2{,}654}{1 + j\,0} = -0{,}028 + j\,2{,}654 = 2{,}654\,\underline{|90{,}6^\circ} \qquad \bar{Y}_{12}' = 0{,}377\,\underline{|-90{,}6^\circ}$$

Určení impedancí $\bar{Z}_{11}''$, $\bar{Z}_{12}''$ (po vypnutí postižené linky):



Obr. 4.8

stejným postupem bychom dostali:

$$\bar{Z}_{11}'' = 0{,}923\,\underline{|86{,}1^\circ}$$

$$\bar{Y}_{11}'' = 1{,}083\,\underline{|-86{,}1^\circ}$$

$$\bar{Z}_{12}'' = 0{,}979\,\underline{|91{,}1^\circ}$$

$$\bar{Y}_{12}'' = 1{,}021\,\underline{|-91{,}1^\circ}$$

Pro el. výkon alternátoru platí (obecně):

$$P = \frac{U_e'^2}{Z_{11}} \cos\alpha_{11} - \frac{U_e' U_s}{Z_{12}} \cos(\theta + \alpha_{12})$$

zaveďme

$$\alpha_{11} = 90 - \beta_{11}, \quad \alpha_{12} = 90 - \beta_{12}, \quad Z_{11} = \frac{1}{Y_{11}}, \quad Z_{12} = \frac{1}{Y_{12}}$$

dostaneme:

$$P = U_e'^2\,Y_{11} \sin\beta_{11} + U_e' U_s Y_{12} \sin(\theta - \beta_{12})$$

V předporuch. stavu platí:

$$p = 1{,}452^2 \cdot 1{,}49 \cdot \sin 2{,}3^\circ + 1{,}452 \cdot 1 \cdot 1{,}44 \sin(\theta + 1^\circ) =$$

$$= 0{,}126 + 2{,}09 \sin(\theta + 1^\circ)$$

$$p_{max} = 0{,}126 + 2{,}09 = 2{,}216$$

Při zkratu platí:

$$p' = 1{,}452^2 \cdot 2{,}763 \cdot \sin 0{,}5^\circ + 1{,}452 \cdot 1 \cdot 0{,}377 \sin(\theta + 0{,}6^\circ) =$$

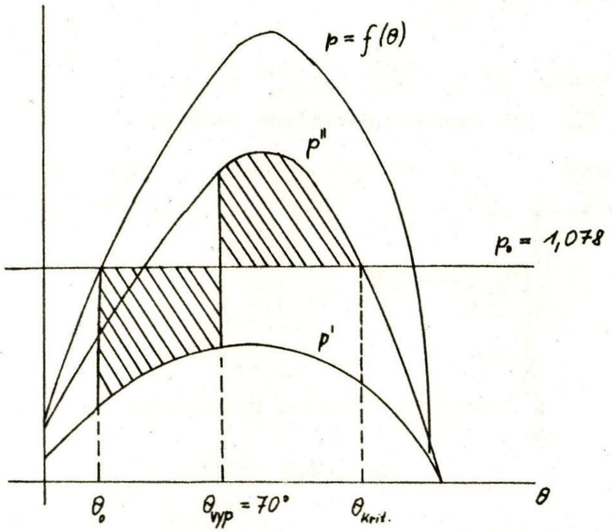
$$= 0{,}051 + 0{,}547 \sin(\theta + 0{,}6^\circ)$$

$$p'_{max} = 0{,}051 + 0{,}547 = 0{,}598$$

Po vypnutí zkratu platí:

$$p'' = 1{,}452^2 \cdot 1{,}083 \cdot \sin 3{,}9^\circ + 1{,}452 \cdot 1 \cdot 1{,}021 \sin(\theta + 1{,}1^\circ) =$$
$$= 0{,}155 + 1{,}483 \sin(\theta + 1{,}1^\circ)$$

$$p''_{max} = 0{,}155 + 1{,}483 = 1{,}638$$



Obr. 4.9

Pro rovnost ploch platí podmínka:

$$p_0 (\theta_{vyp} - \theta_0) - \int_{\theta_0}^{\theta_{vyp}} p'_{max} \sin\theta \, d\theta = \int_{\theta_{vyp}}^{\theta_{krit}} p''_{max} \sin\theta \, d\theta - p_0 (\theta_{krit} - \theta_{vyp})$$

Po integraci a úpravě dostaneme:

$$\cos \theta_{vyp} = \frac{p_0 (\theta_{krit} - \theta_0) + p''_{max} \cos\theta_{krit} - p'_{max} \cos\theta_0}{p''_{max} - p'_{max}} \tag{4.43}$$

Velikost θ_{krit} dostaneme z podmínky: $p_0 = p''_{max} \sin(180 - \theta_{krit})$, tj.

$$\theta_{krit} = 180 - \arcsin \frac{p_0}{p''_{max}} = 180 - \arcsin \frac{1{,}078}{1{,}638} = 138{,}8^\circ$$

$$\cos \theta_{vyp} = \frac{1{,}078 (138{,}8 - 26{,}2) \cdot \frac{\pi}{180} + 1{,}638 \cos 138{,}8^\circ - 0{,}598 \cos 26{,}2^\circ}{1{,}638 - 0{,}598} = 0{,}341$$

$$\theta_{vyp} = 70^\circ$$

Nyní je třeba vyřešit, za jak dlouhou dobu bude dosaženo úhlu $\theta_{vyp} = 70°$. K tomu je nutno stanovit funkci $\theta = f(t)$ jakožto řešení pohybové rovnice rotoru:

$$J \cdot \frac{d(\Delta\Omega)}{dt} = \Delta M$$

Rovnici vyřešíme metodou postupných intervalů, kterou zde krátce naznačíme. Pohybovou rovnici nejprve upravíme

- místo momentu setrvačnosti J zavedeme konstantu setrvačnosti vztahem

  $$T_m = \frac{J\Omega_s^2}{P_n}$$

- místo mechanické úhlové rychlosti Ω zavedeme elektrickou úhlovou rychlost ω vztahy

  $$\Omega_s = \frac{\omega_s}{k_p} \quad , \quad \Delta\Omega = \frac{\Delta\omega}{k_p}$$

  kde k_p je počet pólpárů
- moment nahradíme výkonem vztahem

  $$\Delta M = \frac{\Delta P}{\Omega_s}$$

- vyjádříme výkon v poměrných jednotkách vztahem:

  $$\Delta p = \frac{\Delta P}{P_n}$$

Po těchto úpravách dostaneme pohybovou rovnici rotoru ve tvaru:

$$\frac{d(\Delta\omega)}{dt} = \frac{\omega_s}{T_m} \cdot \Delta p \quad (= \alpha) \tag{4.44}$$

Označme pravou stranu rovnice (4.44) jakožto úhlové zrychlení α:

$$\alpha = \frac{\omega_s}{T_m} \cdot \Delta p \tag{4.45}$$

Rozdělíme osu času na krátké intervaly Δt a budeme řešit diferenciální rovnici (4.44) pro časy na hranicích těchto intervalů. Na začátku 1. intervalu je zrychlení podle (4.45):

$$\alpha(0) = \frac{\omega_s}{T_m} \Delta p(0)$$

Změna rychlosti na konci 1. intervalu je podle (4.44):

$$\Delta\omega(1) = \alpha(0) \cdot \Delta t$$

Změna úhlu na konci 1. intervalu:

$$\Delta\theta(1) = \alpha(0) \cdot \frac{\Delta t^2}{2}$$

Vyjádříme-li $\Delta\theta(1)$ ve stupních a dosadíme-li za $\alpha(0)$, dostaneme:

$$\Delta\theta(1) = \frac{\omega_s}{T_m} \cdot \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \frac{360}{2\pi} \cdot \Delta p(0) = \frac{2\pi f \cdot \Delta t^2 \cdot 360 \cdot \Delta p(0)}{4\pi T_m} =$$

$$= \frac{360 \cdot f \cdot \Delta t^2}{T_m} \cdot \frac{\Delta p(0)}{2}$$

Označme

$$k = \frac{360 \cdot f \cdot \Delta t^2}{T_m} \tag{4.46}$$

Potom

$$\Delta\theta(1) = k \cdot \frac{\Delta p(0)}{2} \qquad (4.47)$$

Při změně úhlu o $\Delta\theta(1)$ se změní i činný výkon alternátoru, takže lze určit $\Delta p(1)$, tj. změnu výkonu na konci 1. intervalu neboli na začátku 2. intervalu. Z tohoto přírůstku určíme zrychlení podle (4.45):

$$\alpha(1) = \frac{\omega_s}{T_m}\,\Delta p(1)$$

Ve druhém intervalu závisí změna úhlu na přírůstku rychlosti $\Delta\omega(1)$, který rotor získal v 1. intervalu a na zrychlení $\alpha(1)$, které působí na počátku 2. intervalu, tedy

$$\Delta\theta(2) = \Delta\omega(1)\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(1)\cdot\Delta t^2$$

Úhlová rychlost však není v průběhu 1. intervalu stálá. Nejsprávnější bude, určíme-li ji ze středního zrychlení, tj. aritmetického průměru zrychlení na počátku a na konci intervalu:

$$\Delta\omega(1) = \frac{1}{2}\left[\alpha(0) + \alpha(1)\right]\cdot\Delta t$$

a po dosazení do předchozího vztahu dostaneme

$$\Delta\theta(2) = \frac{1}{2}\left[\alpha(0) + \alpha(1)\right]\cdot\Delta t^2 + \frac{1}{2}\alpha(1)\Delta t^2 = \frac{1}{2}\alpha(0)\Delta t^2 + \alpha(1)\Delta t^2$$

$$\Delta\theta(2) = \Delta\theta(1) + \alpha(1)\Delta t^2$$

$$\Delta\theta(2) = \Delta\theta(1) + k\,\Delta p(1) \qquad (4.48)$$

Obecně lze odvodit

$$\Delta\theta(n+1) = \Delta\theta(n) + k\cdot\Delta p(n) \qquad (4.49)$$

Vztah (4.49) platí pro n = 1, 2, 3, ... , pro $n = 0$ platí (4.47).

Vraťme se k našemu příkladu. Jako základní interval zvolme $\Delta t = 0{,}05\,sec$. Potom podle (4.46)

$$k = \frac{360\cdot 50\cdot 0{,}05^2}{10{,}98} = 4{,}1$$

Interval $0 \div 0{,}05\,sec.$:

$$p'(0) = 0{,}051 + 0{,}547\sin(26{,}2 + 0{,}6) \cancel{= 0{,}297}$$

$$\Delta p(0) = p_0 - p'(0) = 1{,}078 - 0{,}297 = 0{,}781$$

$$\Delta\theta(1) = \frac{k\cdot\Delta p(0)}{2} = \frac{4{,}1\cdot 0{,}781}{2} = 1{,}6^\circ$$

$$\theta(1) = \theta(0) + \Delta\theta(1) = 26{,}2 + 1{,}6 = 27{,}8^\circ$$

interval 0,05 ÷ 0,1 sec.:

$$p'(1) = 0{,}051 + 0{,}547 \cdot \sin(27{,}8 + 0{,}6) = 0{,}311$$

$$\Delta p(1) = 1{,}078 - 0{,}311 = 0{,}767$$

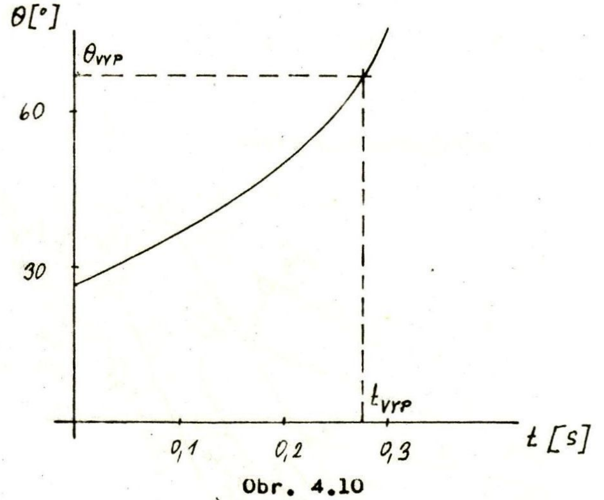
$$\Delta\theta(2) = 1{,}6 + 4{,}1 \cdot 0{,}767 = 1{,}6 + 3{,}14 = 4{,}74°$$

$$\theta(2) = 27{,}8 + 4{,}74 = 32{,}54°$$

atd. viz tabulka

t [s]	θ [°]	p [p.j.]	Δp [p.j.]	Δθ [°]
0	26,20°	0,297	0,781	1,60
0,05	27,80°	0,311	0,767	4,74
0,10	32,54°	0,350	0,728	7,72
0,15	40,26°	0,409	0,669	10,47
0,20	50,73°	0,478	0,600	12,93
0,25	63,66°	0,543	0,535	15,12
0,30	78,78°	–	–	–

nakreslíme křivku



Obr. 4.10

a určíme pro $\theta_{vyp} = 70°$ hodnotu $t_{vyp} = 0{,}27$ sec.

4 - 5

Uvažujme stejnou část elektrizační soustavy jako v předchozím příkladu - viz obr. 4.2. Určete mezní vypínací čas pro dvoufázový zemní zkrat na začátku jednoho z přenosových vedení. Uvažujte přitom činnost regulace buzení. Alternátor je s vyniklými póly a bez tlumiče. Průběh indukovaného elektromotorického napětí u_{if} je exponenciální. Strop budicího napětí je 2,5, časová konstanta buzení je $T_f = 0{,}35\,s$. Ohmické odpory a kapacity vedení zanedbejte. Parametry prvků systému přepočítané na základ $S_V = 255\,MVA$, $U_V = 215\,kV$ jsou:

G: $x_d = 1{,}188$, $x_q = 0{,}679$, $x_d' = 0{,}199$, $x_2 = 0{,}139$

$T_m = 10{,}98\,s$, $T_{d0} = 5\,s$

T: $x_{T1} = 0{,}113$, $x_{T2} = 0{,}094$

V: $x_1 = 0{,}281$, $x_0 = 3x_1 = 0{,}843$

Z: $p_z = 0{,}196$, $q_z = 0{,}122$

$$\bar{Z}_z^{(1)} = 6{,}07 + j\,3{,}78$$

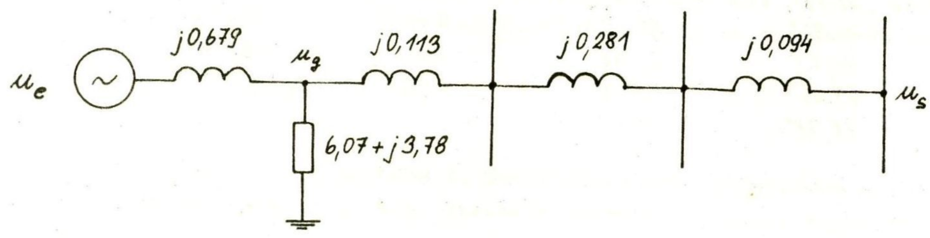
$$\bar{Z}_z^{(2)} = 0{,}35\ \bar{Z}_z^{(1)} = 2{,}12 + j\,1{,}32$$

$$\bar{Z}_z^{(0)} = \infty$$

S: $u_s = 1$, $\bar{s}_s = 0{,}882 + j\,0{,}427$

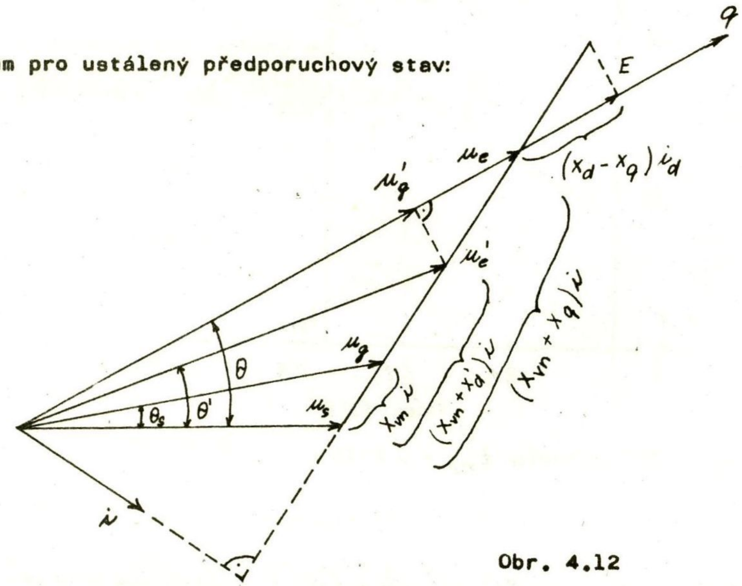
Řešení:

Náhradní schema pro souslednou složku:



Obr. 4.11

Fázorový diagram pro ustálený předporuchový stav:



Obr. 4.12

V dalším výpočtu jsou předporuchové veličiny značeny s přídavným indexem 0.

Vnější reaktance:

$$X_{vn} = 0{,}113 + 0{,}281 + 0{,}094 = 0{,}488$$

Svorkové napětí alternátoru:

$$u_{g0} = \sqrt{\left(1 + \frac{0{,}427 \cdot 0{,}488}{1}\right)^2 + \left(\frac{0{,}882 \cdot 0{,}488}{1}\right)^2} = \sqrt{1{,}209^2 + 0{,}431^2} = 1{,}284$$

$$tg\,\theta_s = \frac{0{,}431}{1{,}209} = 0{,}356$$

$$\theta_s = 19{,}6^\circ$$

Jalové ztráty na vnější reaktanci:

$$\Delta q_{vn} = x_{vn} \frac{p_s^2 + q_s^2}{u_s^2} = 0{,}488 \cdot \frac{0{,}882^2 + 0{,}427^2}{1^2} = 0{,}469$$

výstupní výkon alternátoru:

$$\bar{S}_o = \bar{S}_z + \bar{S}_s + j\Delta q_{vn} = 0{,}196 + j0{,}1\text{[illegible]}2 + 0{,}882 + j0{,}427 + j0{,}469 =$$

$$= 1{,}078 + j\,1{,}018$$

ekvivalentní EMN alternátoru:

$$u_{eo} = \sqrt{\left[\left(1{,}284 + \frac{1{,}018 \cdot 0{,}679}{1{,}284}\right)^2 + \left(\frac{1{,}078 \cdot 0{,}679}{1{,}284}\right)^2\right]} = \sqrt{1{,}822^2 + 0{,}57^2} = 1{,}909$$

$$tg\,(\theta_o - \theta_s) = \frac{0{,}57}{1{,}822} = 0{,}313$$

$$\theta_o - \theta_s = 17{,}4^\circ \qquad \theta_o = 17{,}4 + 19{,}6 = 37^\circ$$

přechodné EMN alternátoru:

$$u_{eo}' = \sqrt{\left(1{,}284 + \frac{1{,}018 \cdot 0{,}199}{1{,}284}\right)^2 + \left(\frac{1{,}078 \cdot 0{,}199}{1{,}284}\right)^2} = \sqrt{1{,}442^2 + 0{,}167^2} = 1{,}452$$

$$tg\,(\theta_o' - \theta_s) = \frac{0{,}167}{1{,}442} = 0{,}116$$

$$\theta_o' - \theta_s = 6{,}6^\circ$$

$$\theta_o' = 6{,}6^\circ + 13{,}6^\circ = 26{,}2^\circ$$

$$u_{qo}' = u_{eo}' \cos(\theta_o - \theta_o') = 1{,}452 \cos(37^\circ - 26{,}2^\circ) = 1{,}426$$

Platí:

$$E_o = u_{eo} + (x_d - x_q)\, i_{do}$$

$$u_{eo} = u_{qo}' + (x_q - x_d')\, i_{do}$$

Vyloučením i_{do} dostaneme

$$\frac{E_o - u_{eo}}{x_d - x_q} = \frac{u_{eo} - u_{qo}'}{x_q - x_d'}$$

$$E_o = u_{eo} \frac{x_d - x_d'}{x_q - x_d'} - u_{qo}' \frac{x_d - x_q}{x_q - x_d'} \tag{4.50}$$

indukované EMN:

$$E_o = 1{,}909 \frac{1{,}188 - 0{,}199}{0{,}679 - 0{,}199} - 1{,}426 \frac{1{,}188 - 0{,}679}{0{,}679 - 0{,}199} = 2{,}422$$

Celková zpětná a nulová impedance systému (viz předchozí příklad):

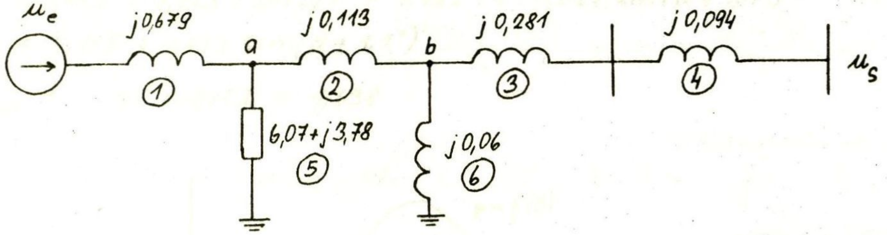
$$\bar{Z}_2 = 0{,}003 + j\,0{,}149$$

$$\bar{Z}_0 = j\,0{,}101$$

náhradní impedance poruchy (viz předchozí příklad):

$$\bar{Z}_e = j\,0{,}06$$

Náhradní schema systému s poruchou:



Obr. 4.13

Určení impedancí (admitancí) z'_{11}, z'_{12} (Y'_{11}, Y'_{12}) :

$$i_3 = i_4 = 1 + j0$$

$$u_b = (1+j0)\cdot(j0{,}281 + j0{,}094) = j0{,}375$$

$$i_6 = \frac{j0{,}375}{j0{,}06} = 6{,}25$$

$$i_2 = 1 + 6{,}25 = 7{,}25$$

$$\Delta u_2 = 7{,}25 \cdot j0{,}113 = j0{,}819$$

$$u_a = j0{,}375 + j0{,}819 = j1{,}194$$

$$i_5 = \frac{j1{,}194}{6{,}07 + j3{,}78} = 0{,}088 + j0{,}141$$

$$i_1 = 7{,}25 + 0{,}088 + j0{,}141 = 7{,}338 + j0{,}141$$

$$\Delta u_1 = (7{,}338 + j0{,}141)\cdot j0{,}679 = -0{,}096 + j4{,}983$$

$$u_e = j1{,}194 + (-0{,}096 + j4{,}983) = -0{,}096 + j6{,}177$$

$$Y'_{11} = \frac{7{,}338 + j0{,}141}{-0{,}096 + j6{,}177} = 1{,}187 \underline{/-89{,}8} \qquad \beta'_{11} = 0{,}2^\circ$$

$$Y'_{12} = \frac{1 + j0}{-0{,}096 + j6{,}177} = 0{,}1617 \underline{/-90{,}9} \qquad \beta'_{12} = -0{,}9^\circ$$

Určení impedancí (admitancí) z''_{11}, z''_{12} (Y''_{11}, Y''_{12}) systému po poruše [impedance ve větvi 6 je odpojená, impedance ve větvi 3 je dvojnásobná]. Stejným postupem dostaneme:

$$Y''_{11} = 0{,}712 \underline{/-87{,}5^\circ} \qquad \beta''_{11} = 2{,}5^\circ$$

$$Y''_{12} = 0{,}671 \underline{/-92{,}4^\circ} \qquad \beta''_{12} = -2{,}4^\circ$$

Pro činný výkon alternátoru platí (viz předchozí příklad):

$$p' = u_e^2\, Y'_{11} \sin \beta'_{11} + u_e\, u_s\, Y'_{12} \sin(\theta - \beta'_{12})$$

analogicky pro p''.

Pro určení mezního času pro vypnutí zkratu je nutné vzít různé vypínací časy a pro každý z nich najít funkci $\theta = f(t)$. Podle této funkce pak lze usoudit o stabilitě či nestabilitě systému.

I. Vezmeme $t_{vyp} = 0{,}2\,s$

Indukované EMN je dáno vztahem:

$$U_{if} = U_{if\infty} - \left(U_{if\infty} - U_{if0}\right) e^{-\frac{t}{T_f}}$$

(4.51)

$U_{if\infty}$ - induk. EMN odpovídající stropu buzení

U_{if0} - induk. EMN v předporuch. stavu ($= E_0$)

$$u_{if} = 2{,}5 \times 2{,}422 - \left(2{,}5 \times 2{,}422 - 2{,}422\right) e^{-\frac{t}{0{,}35}}$$

Uvažujme interval $\Delta t = 0{,}1\,s$

$$u_{if} = 2{,}5 \times 2{,}422 - \left(2{,}5 \times 2{,}422 - 2{,}422\right) e^{-\frac{0{,}1}{0{,}35}} = 3{,}338$$

Střední hodnota induk. EMN v prvém intervalu je

$$u_{if} = \frac{2{,}422 + 3{,}338}{2} = 2{,}88$$

Střední hodnoty pro další intervaly jsou:

interval	1	2	3	4	5	6	7
u_{if}	2,88	3,669	4,258	4,705	5,04	5,292	5,481

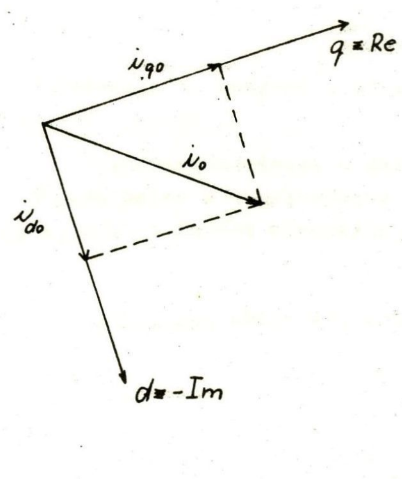
Pro stav ihned po poruše platí z fázorového diagramu:

$$u_{e0} = u'_{q0} + \left(x_q - x'_d\right) i_{d0}$$

(4.52)

i_{d0} je složka proudu procházející alternátorem, kolmá k napětí u_{e0} ; jedná se tedy o jalovou složku. Položíme-li $\bar{u}_e$ do reálné osy, platí pro ni:

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{11} - \bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{e0}}{\bar{Z}'_{11}} - \frac{\bar{U}_s}{\bar{Z}'_{12}} = \frac{U_{e0}}{Z'_{11}} \underline{\left|-\alpha'_{11}\right.} - \frac{U_s}{Z'_{12}} \underline{\left|-\theta_0 - \alpha'_{12}\right.}$$



Obr. 4.14

Položíme-li $\bar{U}_{eo}$ do reálné osy, bude složka i_{do} rovna opačně vzaté imaginární části proudu $\bar{I}_o$, jak je patrno z obr. 4.14. Je tedy:

$$i_{do} = \frac{u_{eo}}{Z'_{11}} \sin \alpha'_{11} - \frac{u_s}{Z'_{12}} \sin(\theta_o + \alpha'_{12})$$

zaveďme

$$\beta'_{11} = \frac{\pi}{2} - \alpha'_{11} \quad , \quad \beta'_{12} = \frac{\pi}{2} - \alpha'_{12}$$

potom

$$i_{do} = \frac{u_{eo}}{Z'_{11}} \cos \beta'_{11} - \frac{u_s}{Z'_{12}} \cos(\theta_o - \beta'_{12})$$

Dosazením do (4.52) dostaneme:

$$u_{eo} = u'_{qo} + u_{eo}(x_q - x'_d)\, y'_{11} \cos \beta'_{11} - u_s (x_q - x'_d)\, y'_{12} \cos(\theta_o - \beta'_{12})$$

Odtud vypočteme u_{eo} (ihned po poruše):

$$u_{eo} = \frac{u'_{qo} - u_s(x_q - x'_d)\, y'_{12} \cos(\theta_o - \beta'_{12})}{1 - (x_q - x'_d)\, y'_{11} \cos \beta'_{11}} \qquad (4.53)$$

Vztah (4.53) platí pro libovolný okamžik přechodného děje. Dosazením dostaneme:

$$u_{eo} = \frac{1{,}426 - 1(0{,}679 - 0{,}199) \cdot 0{,}1617 \cos(37° + 0{,}9°)}{1 - (0{,}679 - 0{,}199) \cdot 1{,}187 \cdot \cos 0{,}2°} = 3{,}174$$

Podle (4.50) dostaneme E_o :

$$E_o = 3{,}174 \, \frac{1{,}188 - 0{,}199}{0{,}679 - 0{,}199} - 1{,}426 \, \frac{1{,}188 - 0{,}679}{0{,}679 - 0{,}199} = 5{,}026$$

Nyní určíme změnu hodnoty u'_q během prvého intervalu Δt . Mezi u_{if}, E a u'_q (všechna tři napětí jsou v příčné ose q) platí vztah:

$$u_{if} = E + T_{do} \frac{du'_q}{dt} \qquad (4.54)$$

u_{if} je střední hodnota vnitřního indukovaného EMN, která se určuje z rovnic odpovídajících dané změně napětí budiče.

u'_q je přechodné EMN

E je vnitřní indukované EMN; je to hodnota skutečná a dostane se z poměrů ve stroji. Velikost E se mění s časem:

- vlivem tlumení přechodných proudů indukovaných v okamžiku poruchy,
- vlivem toho, že se ve statoru objeví proudy indukované při změně úhlu θ.

Hodnotu E je nutno počítat na začátku každého intervalu pomocí vztahu (4.50), přičemž u_e v tomto vztahu vypočteme z (4.53).

T_{do} je časová konstanta budicího vinutí alternátoru při chodu naprázdno.

Z rovnice (4.54) plyne pro změnu přechodného EMN vztah:

$$\Delta u_q' = \frac{u_{if} - E}{T_{do}} \cdot \Delta t \tag{4.55}$$

V našem případě je změna hodnoty u_q' během prvého intervalu Δt :

$$\Delta u_{q(1)}' = \frac{2,88 - 5,026}{5} \cdot 0,1 = -0,043$$

Nová hodnota u_q' :

$$u_{q(1)}' = u_{q0}' + \Delta u_{q(1)}' = 1,426 - 0,043 = 1,383$$

Výkon dodávaný alternátorem na začátku 1. intervalu:

$$p'(0) = 3,174^2 \cdot 1,187 \cdot \sin 0,2° + 3,174 \cdot 1 \cdot 0,1617 \cdot \sin(37° + 0,9°) = 0,364$$

Rozdíl výkonů na hřídeli v prvém intervalu:

$$\Delta p(0) = 1,078 - 0,364 = 0,714$$

Změna úhlu během 1. intervalu - viz (4.47), (4.46):

$$\Delta \theta(1) = k \cdot \frac{\Delta p(0)}{2} = \frac{360 \cdot 50 \cdot 0,1^2}{10,98} \cdot \frac{0,714}{2} = 16,4 \cdot \frac{0,714}{2} = 5,85°$$

Na konci 1. intervalu (neboli na začátku 2. intervalu) bude úhel:

$$\theta(1) = \theta_0 + \Delta \theta(1) = 37° + 5,85° = 42,85°$$

Podobně provedeme výpočet pro 2. interval:

$$u_e(1) = \frac{1,383 - 1(0,679 - 0,199) \cdot 0,1617 \cos(42,85° + 0,9°)}{1 - (0,679 - 0,199) \cdot 1,187 \cdot \cos 0,2°} = 3,086$$

$$E(1) = 3,086 \frac{1,188 - 0,199}{0,679 - 0,199} - 1,383 \frac{1,188 - 0,679}{0,679 - 0,199} = 4,891$$

$$\Delta u_{q(2)}' = \frac{3,669 - 4,891}{5} \cdot 0,1 = -0,024$$

$$u_{q(2)}' = 1,383 - 0,024 = 1,359$$

$$p'(1) = 3,086^2 \cdot 1,187 \cdot \sin 0,2° + 3,086 \cdot 1 \cdot 0,1617 \sin(42,85° + 0,9°) = 0,392$$

$$\Delta p(1) = 1,078 - 0,392 = 0,686$$

$$\Delta \theta(2) = \Delta \theta(1) + k \cdot \Delta p(1) = 5,85 + 16,4 \cdot 0,686 = 17,1° \quad \text{- viz } (4.48)$$

$$\theta(2) = 42,85 + 17,1 = 59,95°$$

Dále provedeme výpočet pro 3. interval. V tomto případě se jedná o interval po vypnutí zkratu:

fiktivní EMN (těsně před vypnutím zkratu)

$$u_{e(2-)} = \frac{1{,}359 - 1(0{,}679 - 0{,}199) \cdot 0{,}1617 \cdot \cos(59{,}95^\circ + 0{,}9^\circ)}{1 - (0{,}679 - 0{,}199) \cdot 1{,}187 \cdot \cos 0{,}2^\circ} = 3{,}072$$

vnitř. el. výkon alternátoru (těsně před vypnutím zkratu)

$$p'_{(2-)} = 3{,}072^2 \cdot 1{,}187 \sin 0{,}2^\circ + 3{,}072 \cdot 1 \cdot 0{,}1617 \sin(59{,}95^\circ + 0{,}9^\circ) = 0{,}479$$

rozdíl výkonů na hřídeli (těsně před vypnutím zkratu):

$$\Delta p'_{(2-)} = 1{,}078 - 0{,}479 = 0{,}599$$

fiktivní EMN (ihned po vypnutí zkratu)

$$u_{e(2+)} = \frac{1{,}359 - 1(0{,}679 - 0{,}199) \cdot 0{,}671 \cos(59{,}95^\circ + 2{,}4^\circ)}{1 - (0{,}679 - 0{,}199) \cdot 0{,}712 \cdot \cos 2{,}5^\circ} = 1{,}837$$

$$E_{(2+)} = 1{,}837 \; \frac{1{,}188 - 0{,}199}{0{,}679 - 0{,}199} - 1{,}359 \; \frac{1{,}188 - 0{,}679}{0{,}679 - 0{,}199} = 2{,}343$$

$$\Delta u'_{q}(3) = \frac{(3{,}959 - 2{,}343)}{5} \cdot 0{,}1 = 0{,}032$$

$$u'_{q}(3) = 1{,}359 + 0{,}032 = 1{,}391$$

vnitřní elektrický výkon alternátoru (ihned po vypnutí zkratu):

$$p''_{(2+)} = 1{,}837^2 \cdot 0{,}712 \cdot \sin 2{,}5^\circ + 1{,}837 \cdot 1 \cdot 0{,}671 \cdot \sin(59{,}95^\circ + 2{,}4^\circ) =$$

$$= 1{,}199 \quad ; \quad \Delta p''_{(2+)} = 1{,}078 - 1{,}199 = -0{,}121$$

Záporná hodnota Δp znamená, že se rotor brzdí.

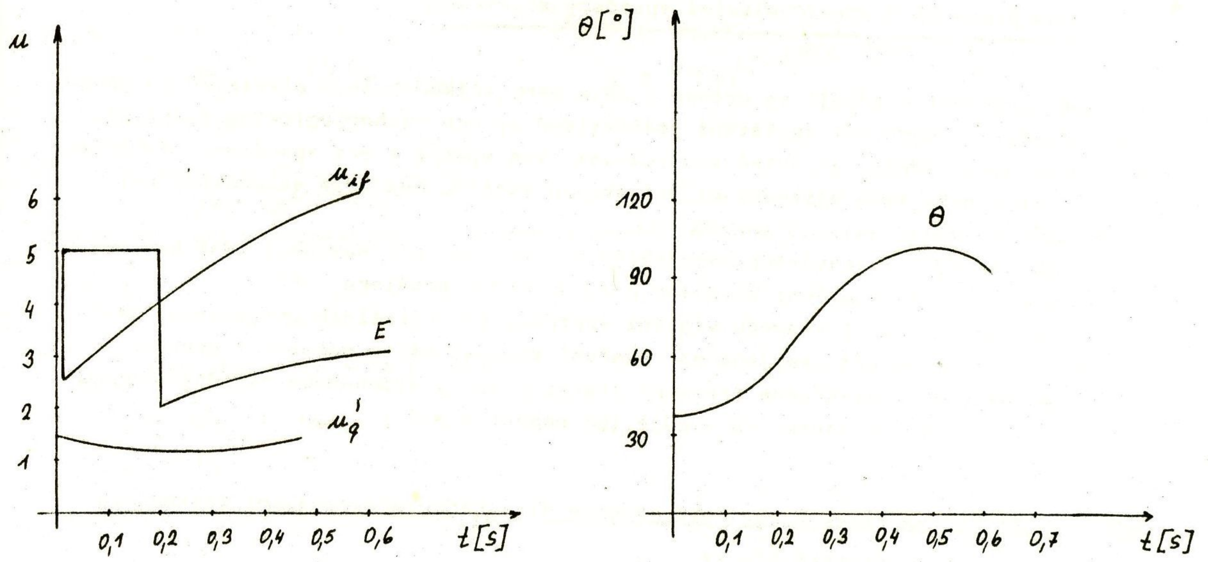
$$\Delta\theta(3) = 17{,}1 + 16{,}4 \cdot \frac{0{,}599 - 0{,}121}{2} = 21^\circ$$

Při změně výkonu skokem bereme ve vztahu (4.49) jakožto $\Delta p(n)$ aritmetický průměr, tj. $\frac{\Delta p(n-) + \Delta p(n+)}{2}$.

$$\theta(3) = 59{,}95 + 21 = 80{,}95^\circ$$

Tímto způsobem postupujeme dále, dokud není prokázána stabilita, tj. dokud se rotor nezačne vracet. Výsledky výpočtu jsou uvedeny v následující tabulce

Interval	t [s]	u_e	E	u'_q	Δp	$\Delta\theta$ [°]	θ [°]
	0	1,909	2,422	1,426	-	-	37
1	0 - 0,1	3,174	5,026	1,383	0,714	5,85	42,85
2	0,1-0,2	3,086	4,891	1,359	0,686	17,10	59,95
	0,2	3,072	-	1,359	0,599	-	59,95
3	0,2 - 0,3	1,837	2,343	1,391	-0,121	21,00	80,95
4	0,3 - 0,4	2,056	2,76	1,43	-0,422	14,08	95,03
5	0,4 - 0,5	2,194	3,0	1,47	-0,541	5,23	100,26
6	0,5 - 0,6	2,34	3,25	1,511	-0,624	-5,0	95,26



Obr. 4.15

Na obr. 4.15 jsou zakresleny průběhy hodnot u_{if}, E, u_q', θ při vypínacím čase $t_{vyp} = 0{,}2s$. Jak je zřejmé z tabulky i z grafu funkce $\theta = f(t)$ v obr. 4.15, systém zůstává stabilní.

II. Vezmeme $t_{vyp} = 0{,}3\,s$ a celý výpočet opakujeme. Výsledky jsou uvedeny v následující tabulce

interval	$t\,[s]$	u_e	E	u_q'	Δp	$\Delta\theta\,[°]$	$\theta\,[°]$
	0	1,909	2,422	1,426	-	-	37
1	0-0,1	3,174	5,026	1,383	0,714	5,85	42,85
2	0,1-0,2	3,086	4,891	1,359	0,686	17,10	59,95
3	0,2-0,3	3,072	4,887	1,346	0,599	26,90	86,85
	0,3	3,123	--	1,346	0,525	-	86,85
4	0,3-0,4	2,040	2,775	1,385	-0,423	27,75	114,60
5	0,4-0,5	2,329	3,330	1,419	-0,484	19,80	134,40
6	0,5-0,6	2,516	3,730	1,450	-0,275	15,29	149,69
7	0,6-0,7	2,636	-	-	+0,034	15,85	165,54

Z výsledků vyplývá, že pro $t_{vyp} = 0{,}3s$ je systém nestabilní.
Mezní doba pro vypnutí zkratu leží tedy v intervalu 0,2 ÷ 0,3 s. Pro přesnější výpočet této doby by bylo třeba provést další výpočet pro čas $0{,}2\,s < t_{vyp} < 0{,}3\,s$.