

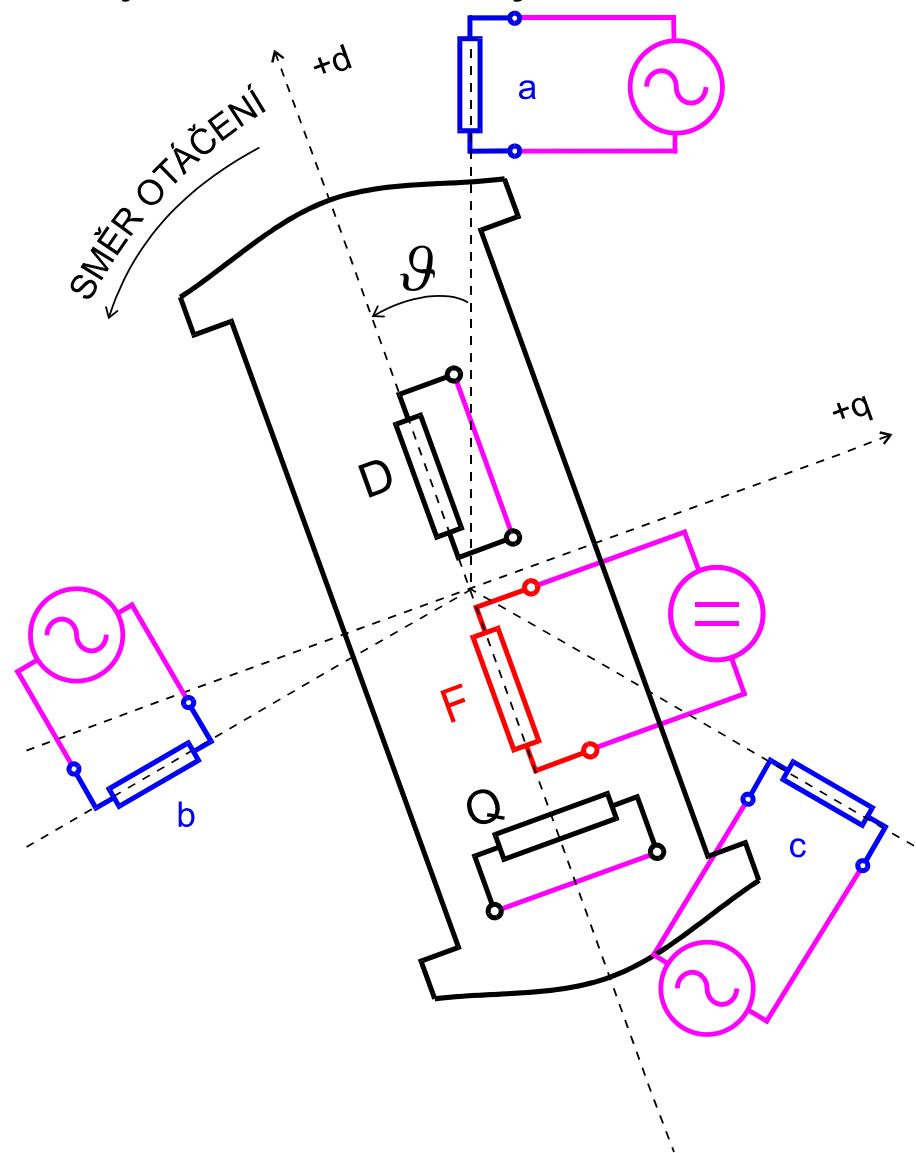
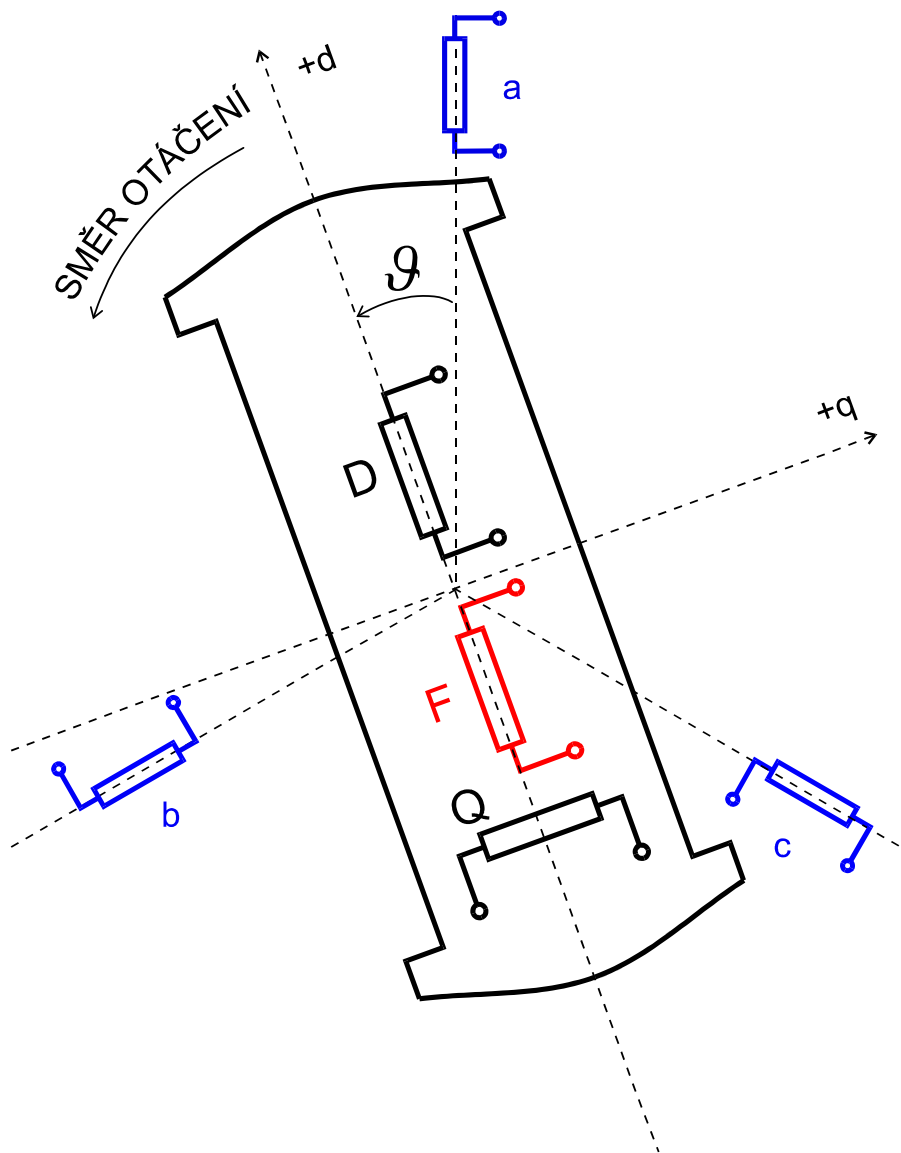
Vizualizace transformace souřadného systému *a-b-c* do *d-q-0* a zpět, alias Parkovy transformace

2021

Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.

Magnetické toky v jednotlivých vinutích

Jednoduché náhradní schéma synchronního stroje



Magnetické toky v jednotlivých vinutích

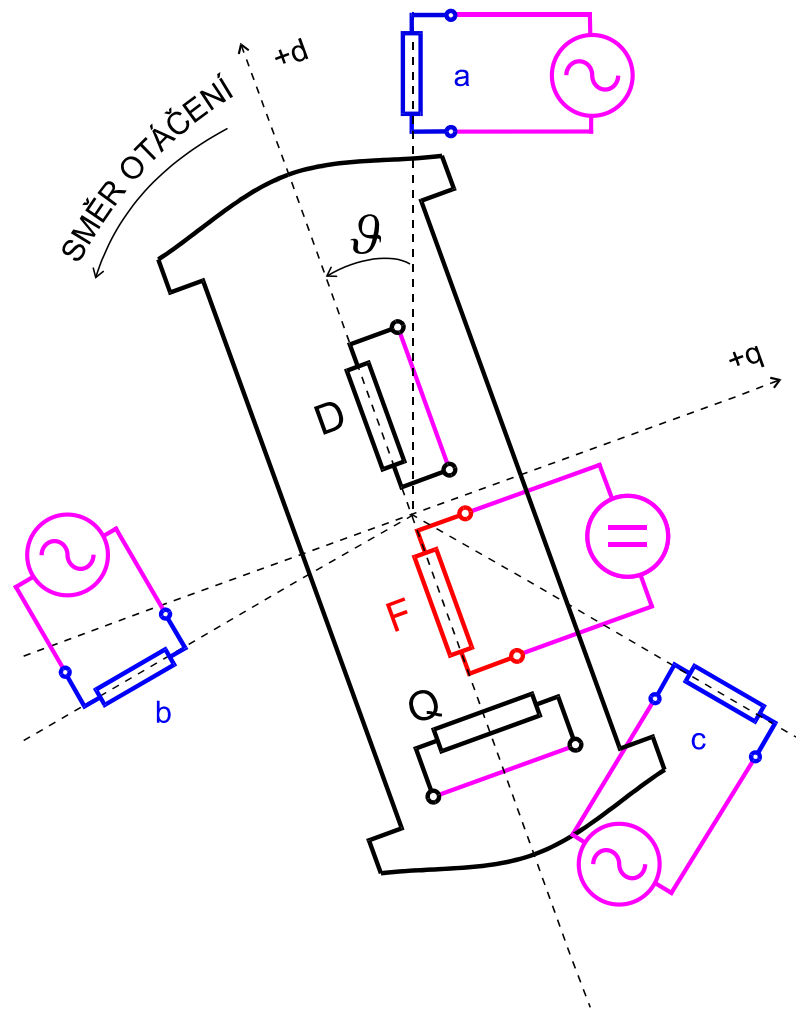
Matematický model synchronního stroje v souřadném systému a - b - c

$$U_k = -R_k I_k - \frac{d\Psi_k}{dt}$$

kde k je a, b, c, F, D, Q

$$\Psi_a = L_{aa} \cdot I_a + L_{ab} \cdot I_b + L_{ac} \cdot I_c + L_{aF} \cdot I_F + L_{aD} \cdot I_D + L_{aQ} \cdot I_Q$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \\ \Psi_F \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} & L_{FD} & 0 \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{DF} & L_{DD} & 0 \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & 0 & 0 & L_{QQ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_F \\ I_D \\ I_Q \end{bmatrix}$$



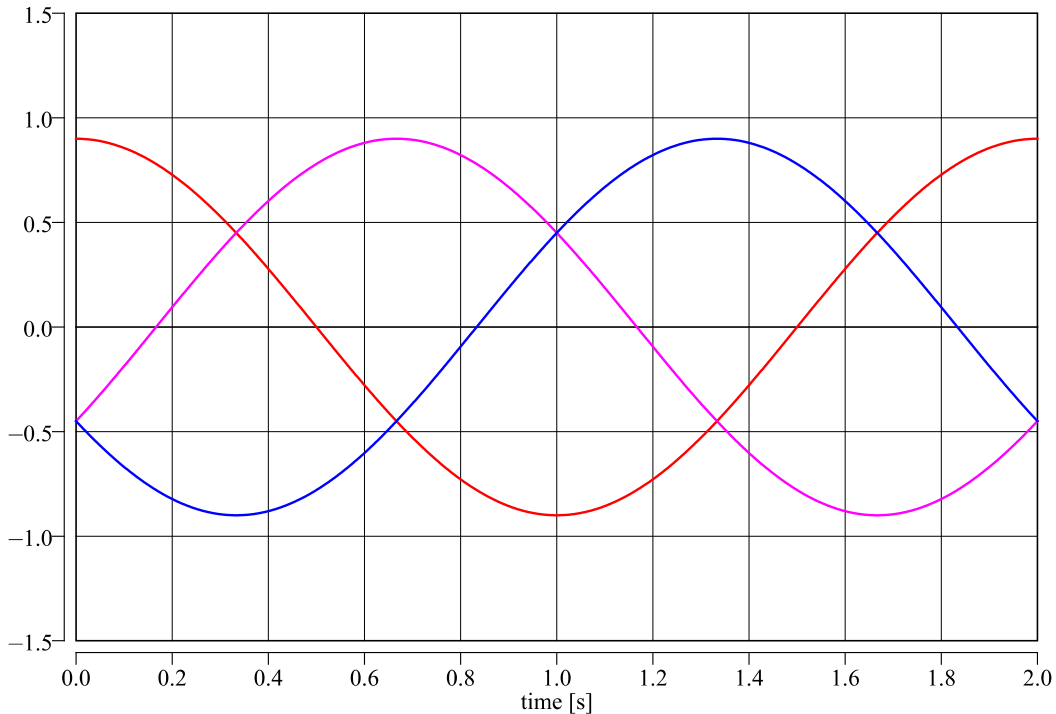
Indukčnosti náhradního schématu

Průběh indukčností při změně polohy rotoru

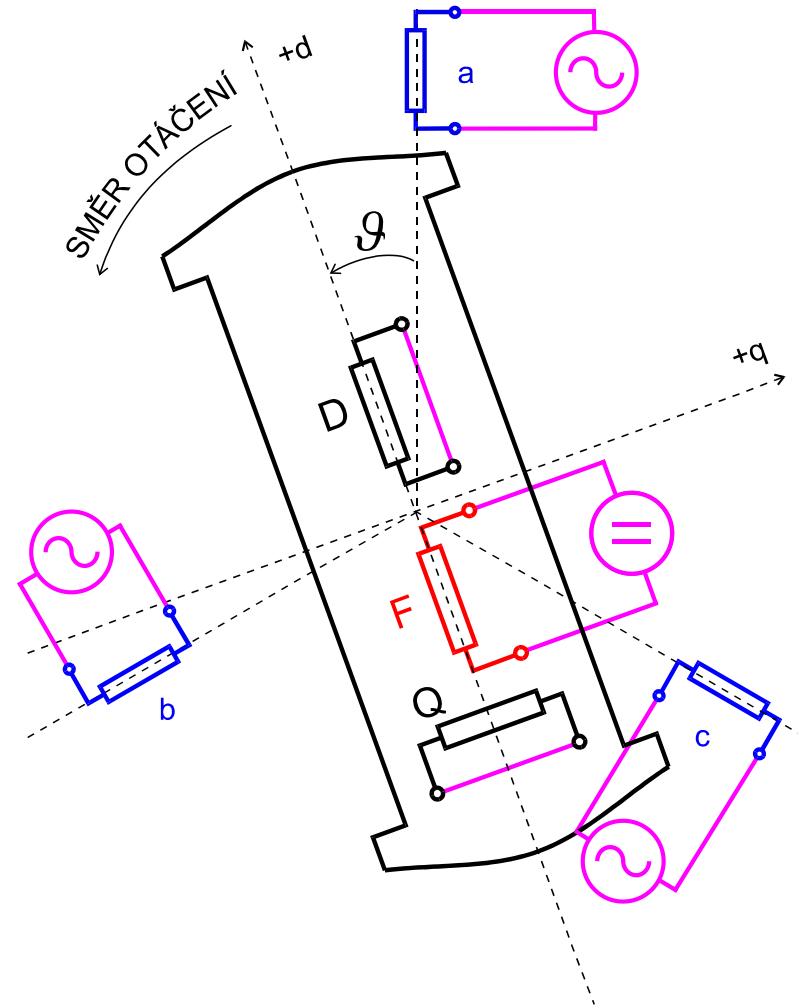
$$L_{aF} = L_{Fa} = L_{aFm} \cos \vartheta$$

$$L_{bF} = L_{Fb} = L_{aFm} \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \pi \right)$$

$$L_{cF} = L_{Fc} = L_{aFm} \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \pi \right)$$



■ LaF ■ LbF ■ LcF



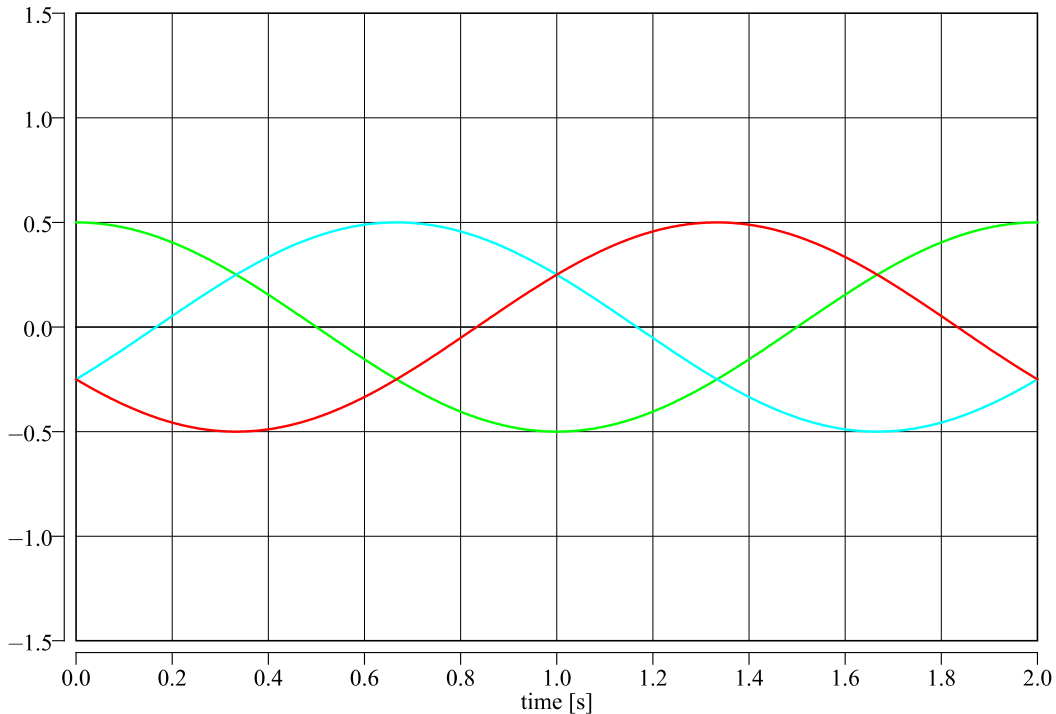
Indukčnosti náhradního schématu

Průběh indukčností při změně polohy rotoru

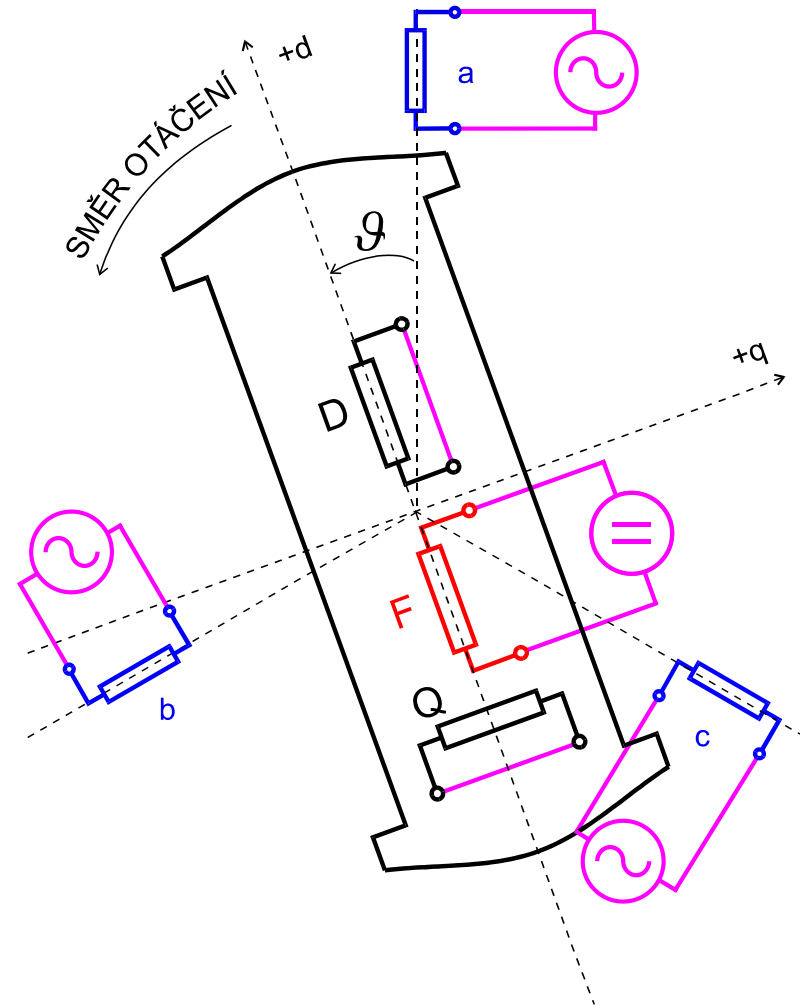
$$L_{aD} = L_{Da} = L_{aDm} \cos \vartheta$$

$$L_{bD} = L_{Db} = L_{aDm} \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \pi \right)$$

$$L_{cD} = L_{Dc} = L_{aDm} \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \pi \right)$$



■ L_{aD} ■ L_{bD} ■ L_{cD}



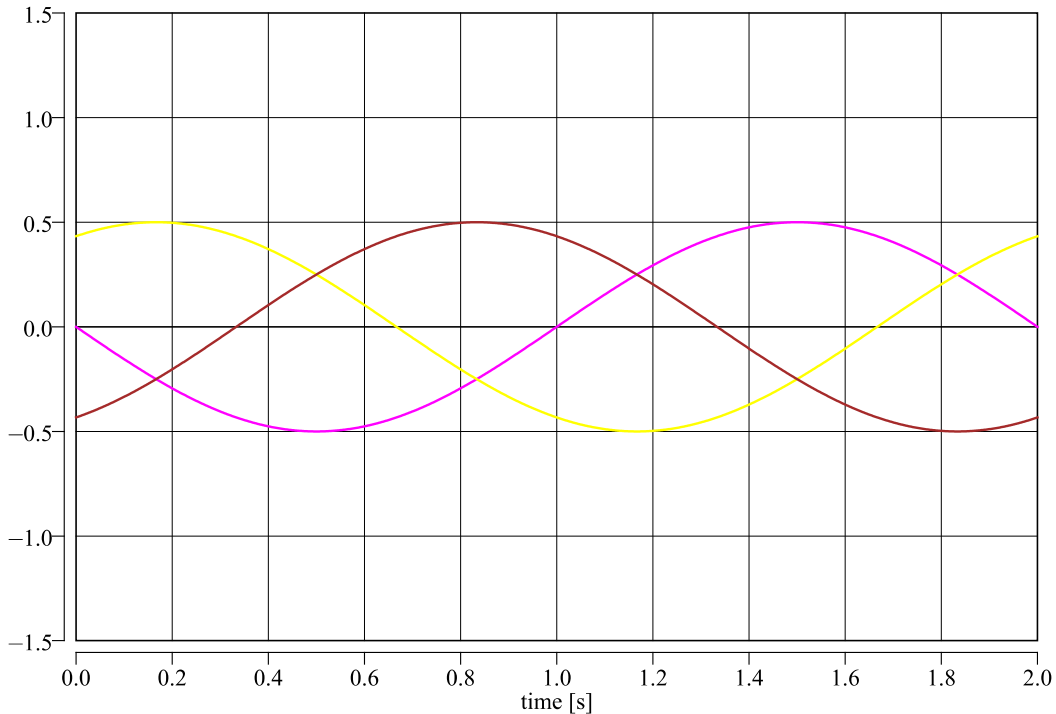
Indukčnosti náhradního schématu

Průběh indukčností při změně polohy rotoru

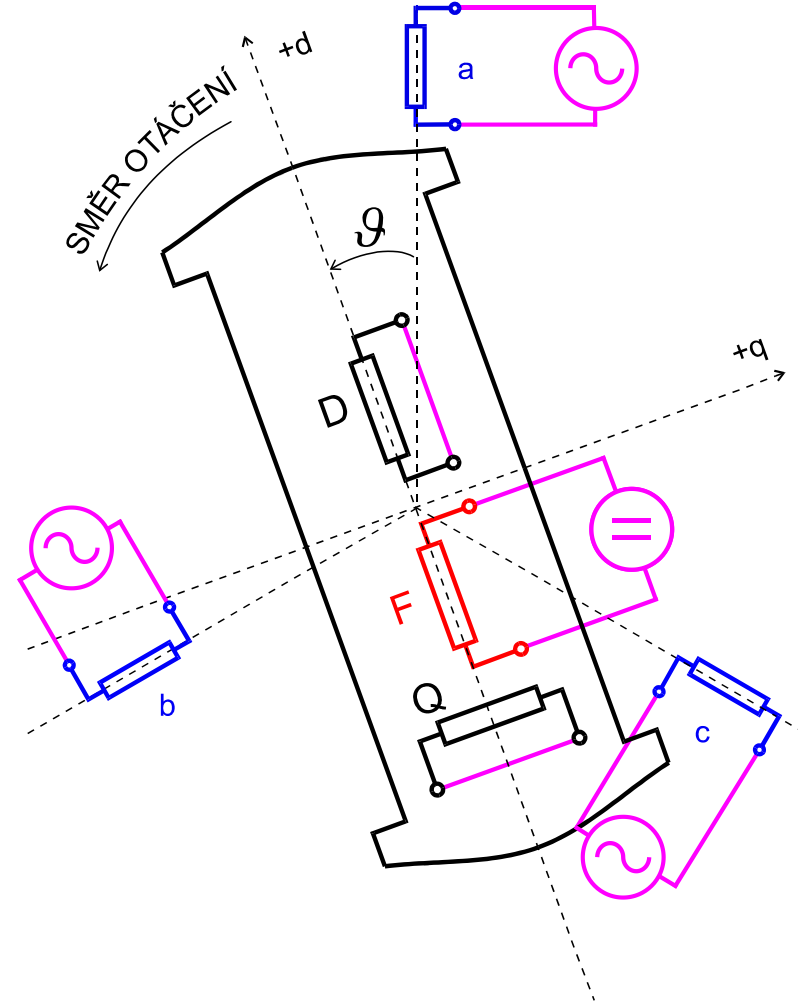
$$L_{aQ} = L_{Qa} = L_{aQm} \cos\left(\vartheta + \frac{1}{2}\pi\right)$$

$$L_{bQ} = L_{Qb} = L_{aQm} \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3}\pi + \frac{1}{2}\pi\right)$$

$$L_{cQ} = L_{Qc} = L_{aQm} \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3}\pi + \frac{1}{2}\pi\right)$$



■ L_{aQ} ■ L_{bQ} ■ L_{cQ}



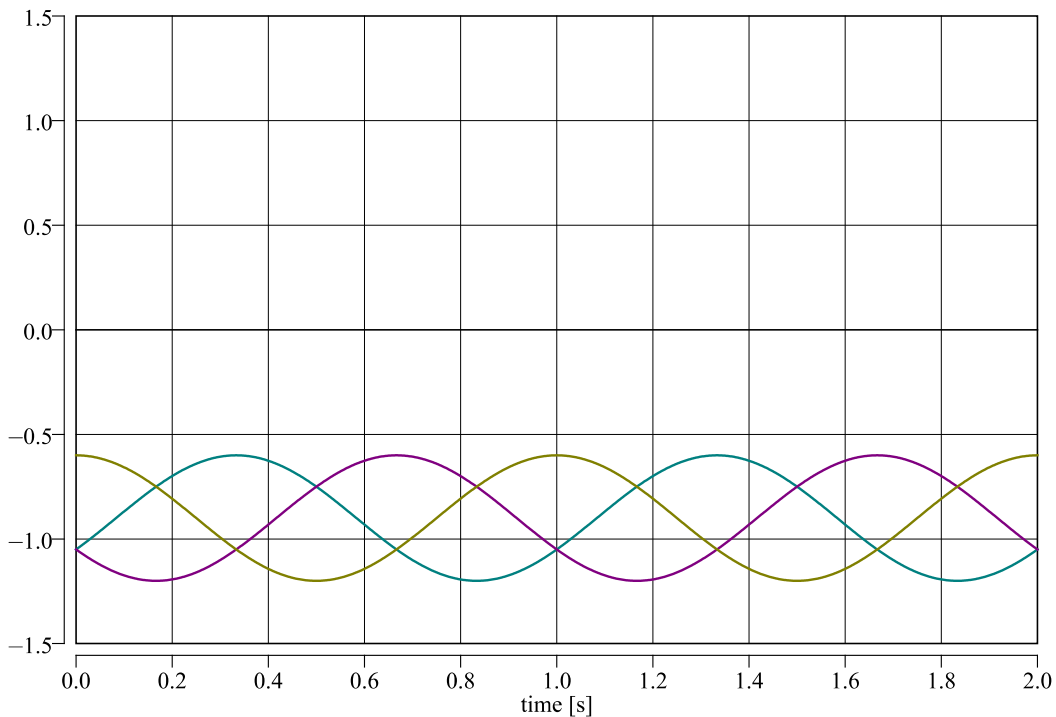
Indukčnosti náhradního schématu

Průběh indukčností při změně polohy rotoru

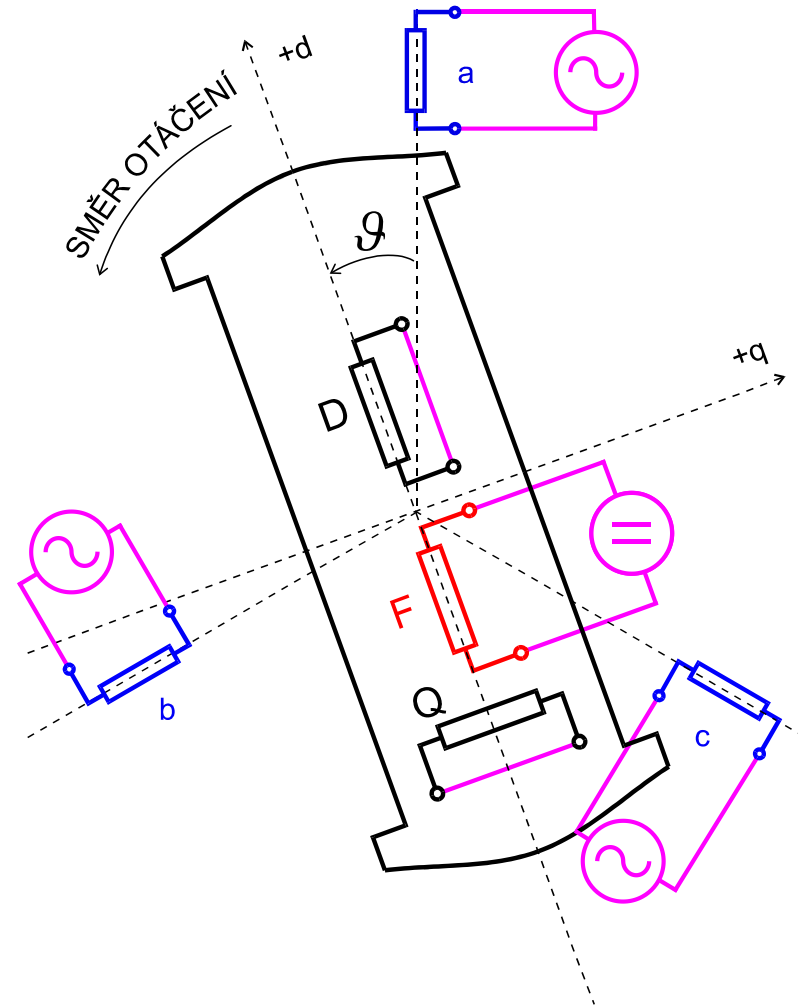
$$L_{bc} = -L_{ab0} + L_2 \cos 2\vartheta$$

$$L_{ca} = -L_{ab0} + L_2 \cos \left[2 \left(\vartheta - \frac{2}{3} \pi \right) \right]$$

$$L_{ab} = -L_{ab0} + L_2 \cos \left[2 \left(\vartheta + \frac{2}{3} \pi \right) \right]$$



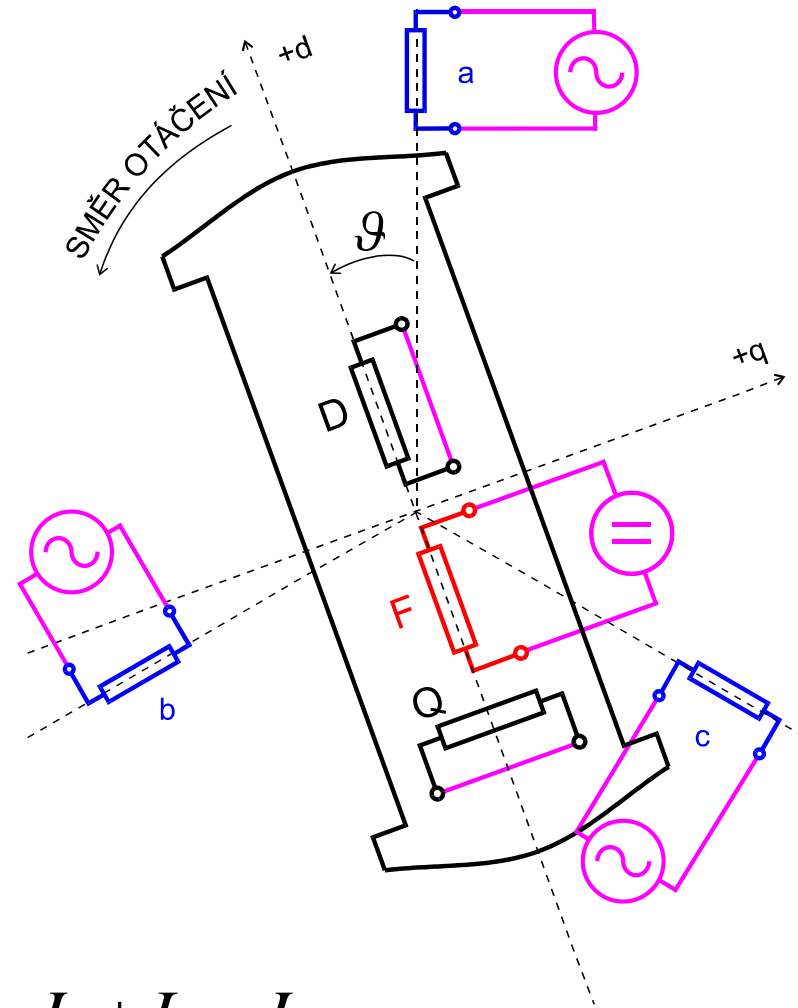
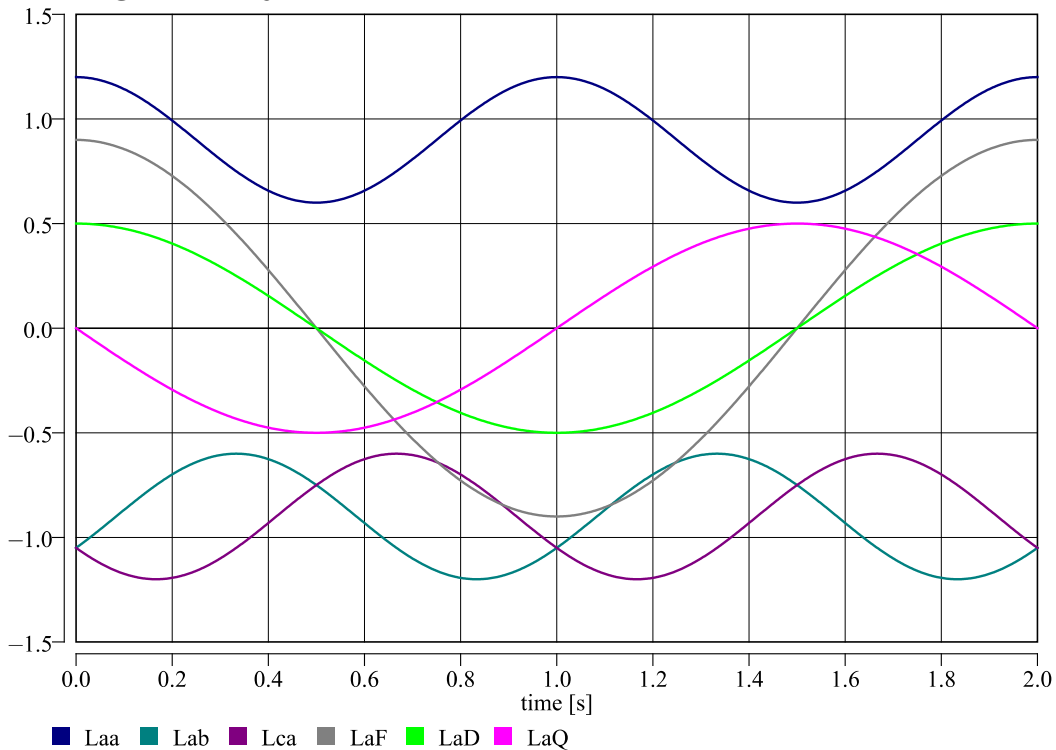
■ Lab ■ Lca ■ Lbc



Indukčnosti náhradního schématu

Průběh indukčností při změně polohy rotoru

Souhrn průběhů indukčností ovlivňujících magnetický tok fáze *a*



$$\Psi_a = \underbrace{L_{aa}} \cdot I_a + \underbrace{L_{ab}} \cdot I_b + \underbrace{L_{ac}} \cdot I_c + \underbrace{L_{aF}} \cdot I_F + \underbrace{L_{aD}} \cdot I_D + \underbrace{L_{aQ}} \cdot I_Q$$

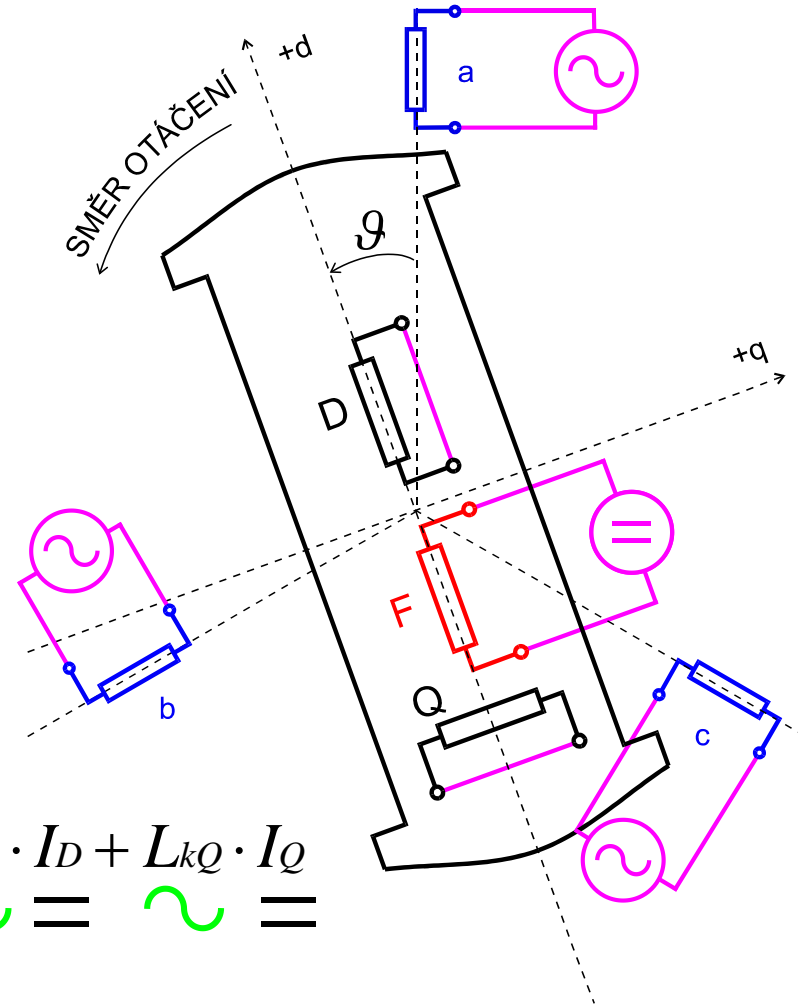
Statorové magnetické toky

Matematický model synchronního stroje v souřadném systému $a-b-c$

$$U_k = -R_k I_k - \frac{d\Psi_k}{dt}$$

$$\Psi_k = \underbrace{L_{ka}}_{\sim} \cdot I_a + \underbrace{L_{kb}}_{\sim} \cdot I_b + \underbrace{L_{kc}}_{\sim} \cdot I_c + \underbrace{L_{kF}}_{\sim} \cdot I_F + \underbrace{L_{kD}}_{\sim} \cdot I_D + \underbrace{L_{kQ}}_{\sim} \cdot I_Q$$

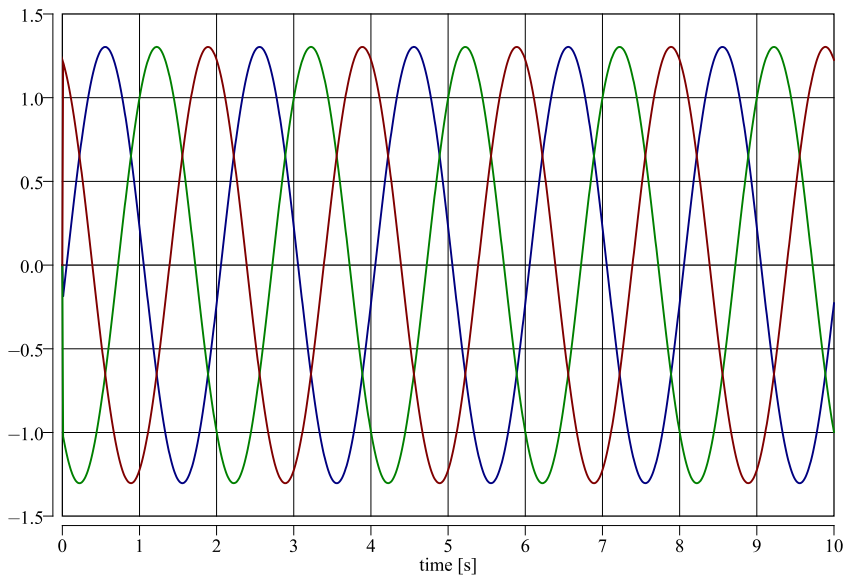
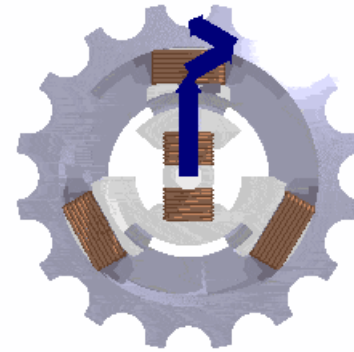
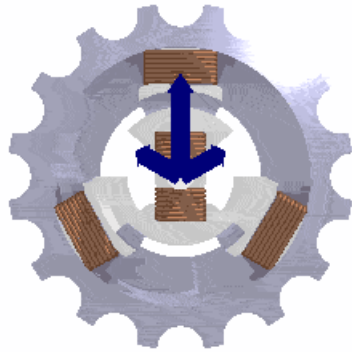
kde k je a, b, c, F, D, Q



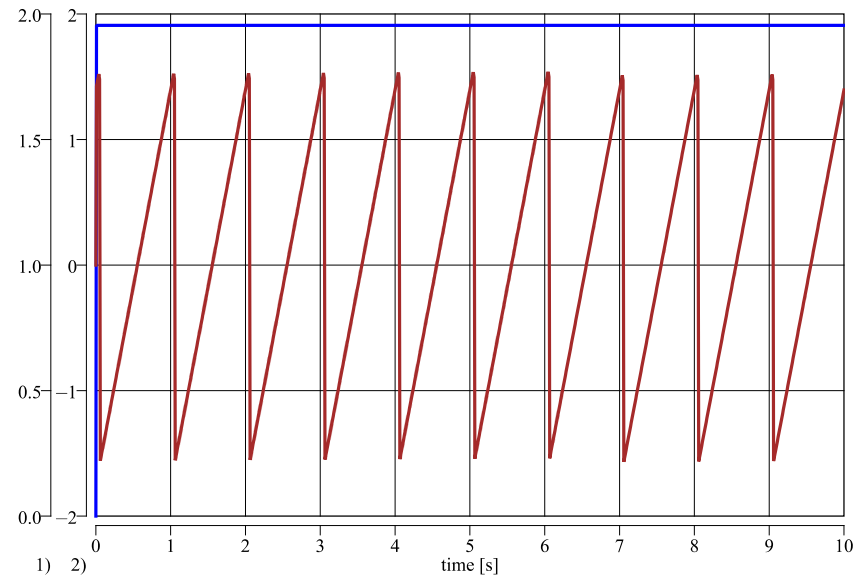
Statorové magnetické toky v jednotlivých vinutích a jejich vektorový součet

Statorové magnetické toky okamžité

Statorový magnetický tok součtový



■ FiaS ■ FibS ■ FicS

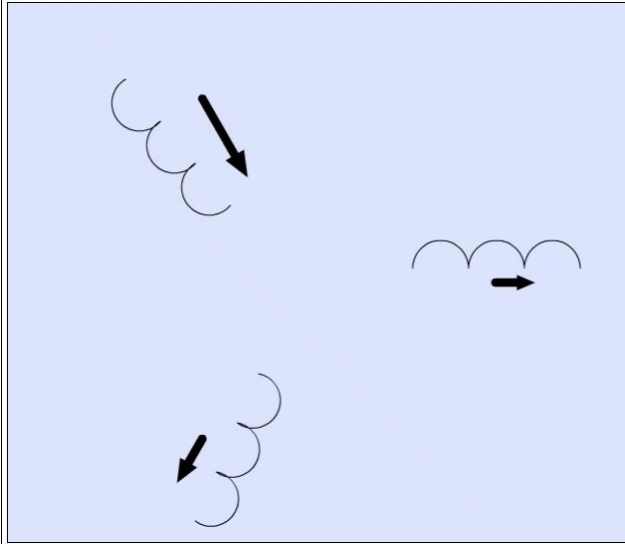


1) 2) TokStator TokStatorUhel

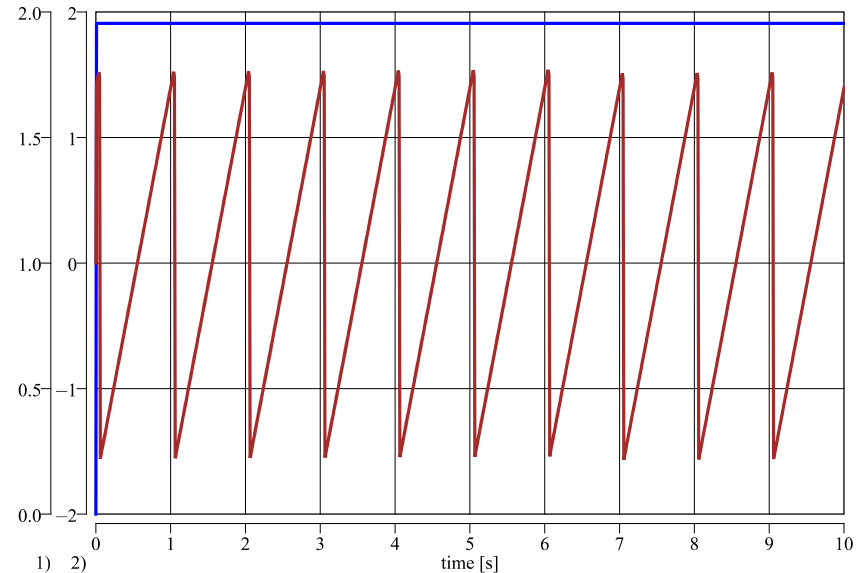
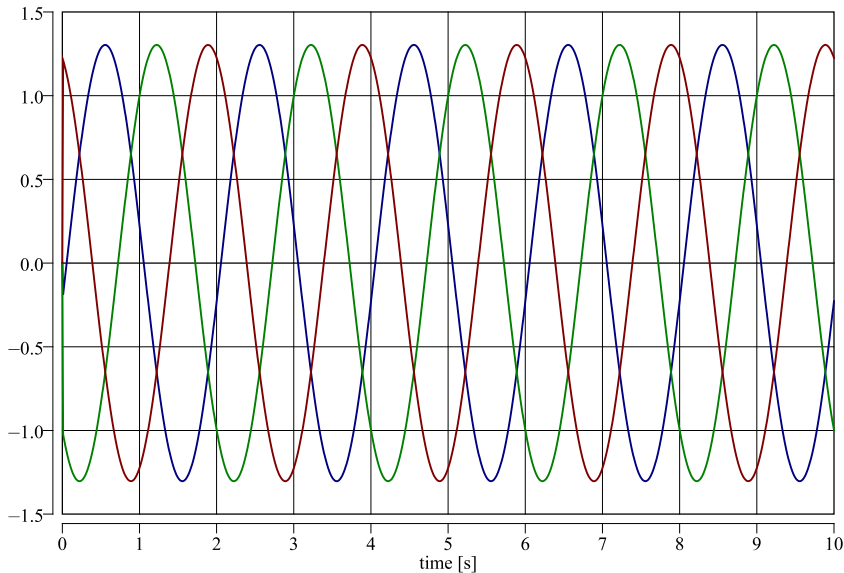
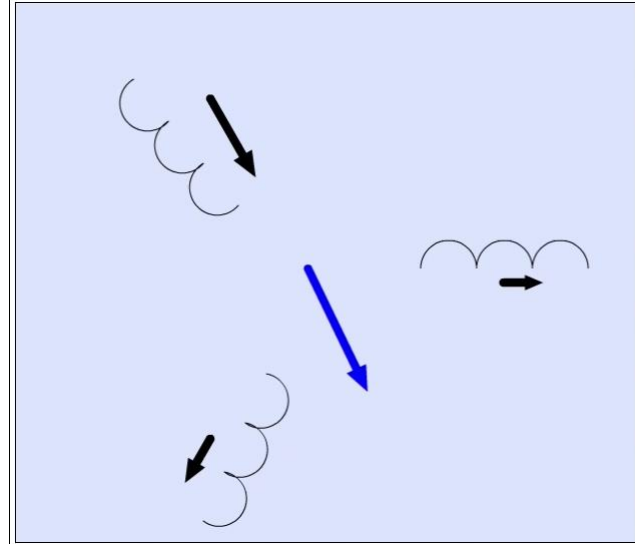
■ TokStator ■ TokStatorUhel

Statorové magnetické toky v jednotlivých vinutích a jejich vektorový součet

Statorové magnetické toky okamžité



Statorový magnetický tok součtový

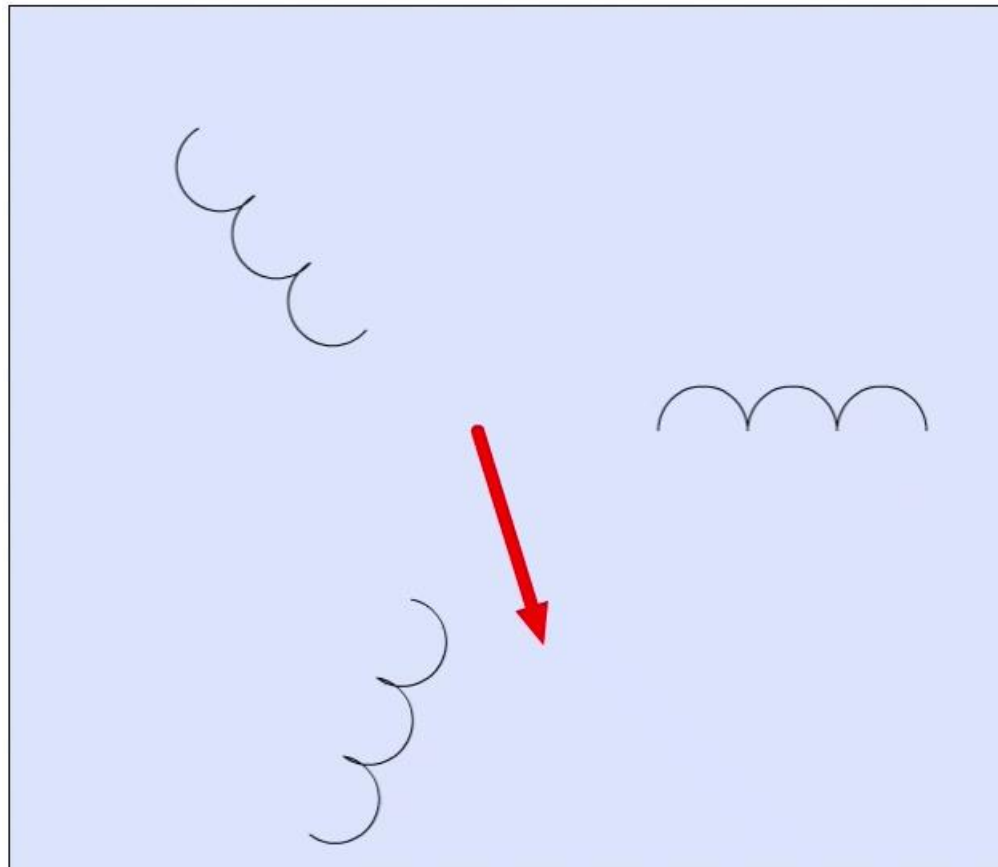
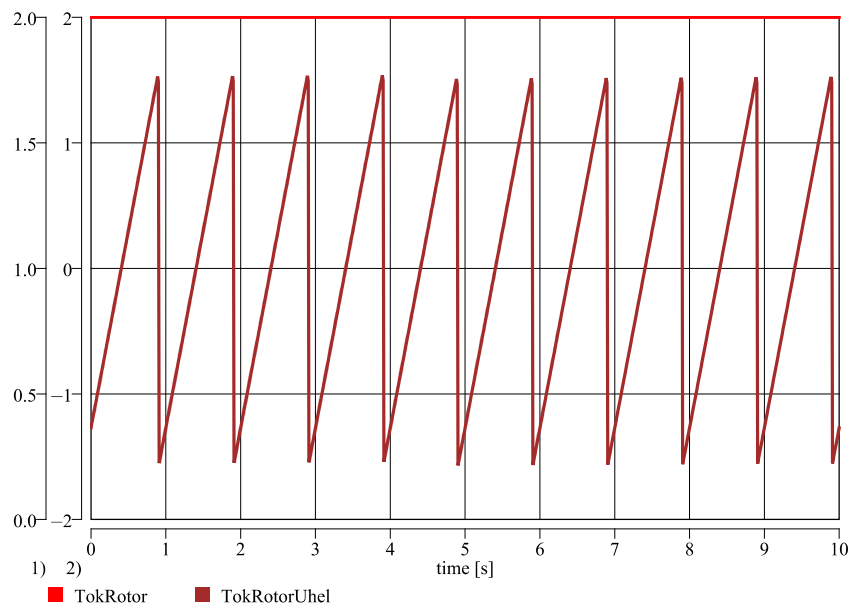


■ FiaS ■ FibS ■ FicS

■ TokStator ■ TokStatorUhel

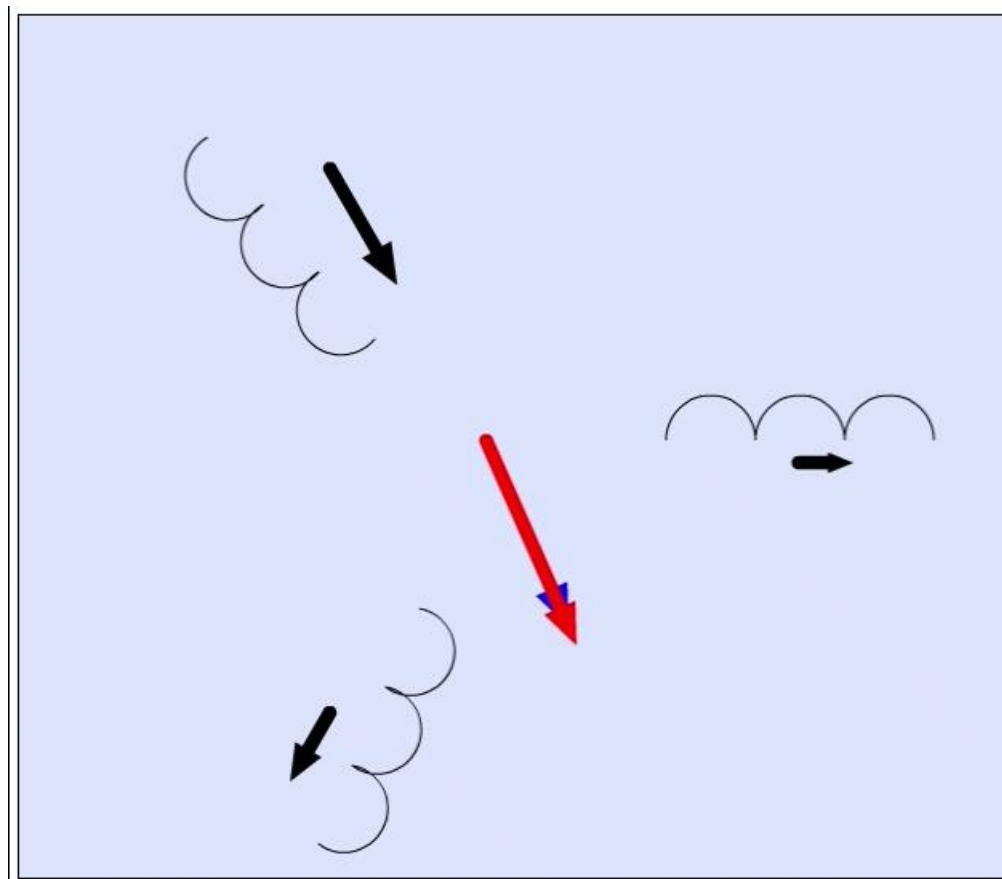
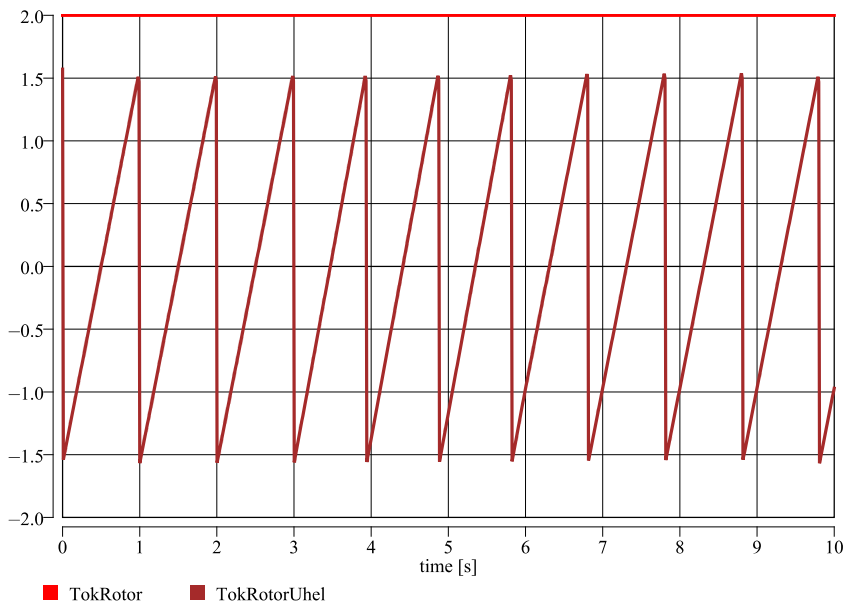
Magnetické toky v jednotlivých vinutích

Statorové magnetické toky, výsledný součtový tok a tok rotorový při konstantním zátěžném úhlu



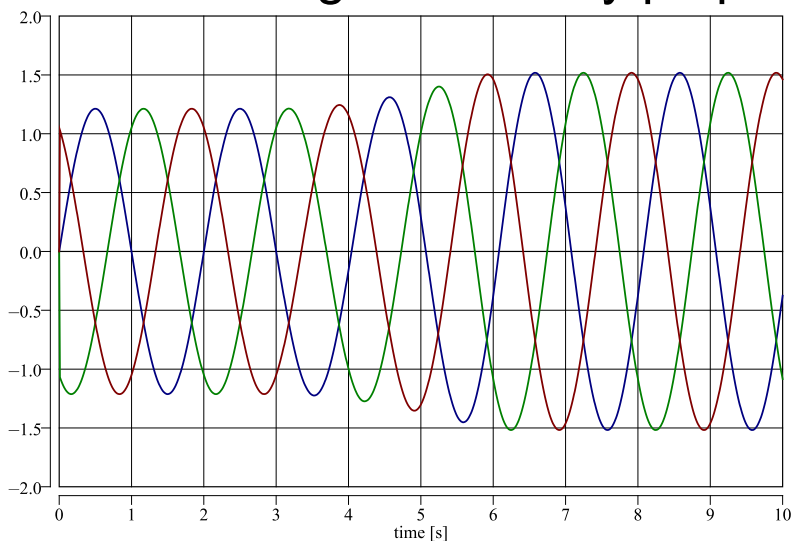
Magnetické toky v jednotlivých vinutích

Magnetické toky při postupně se zvětšujícím zátěžném úhlu

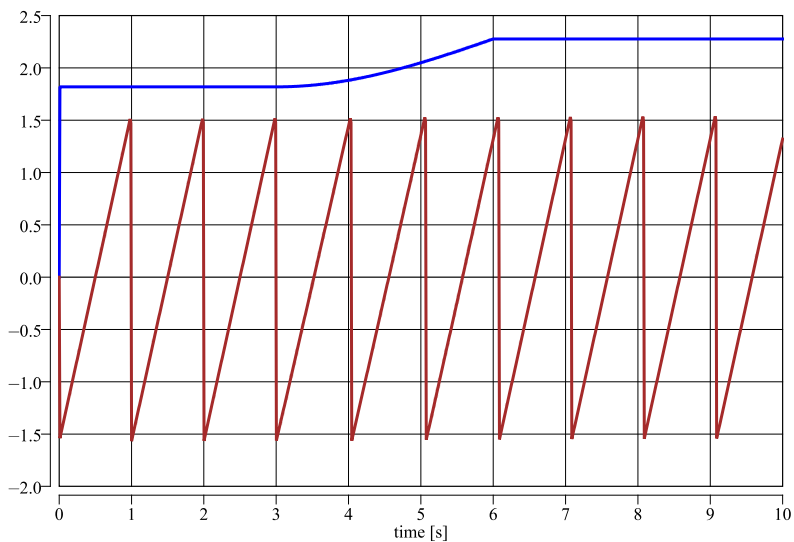


Magnetické toky v jednotlivých vinutích

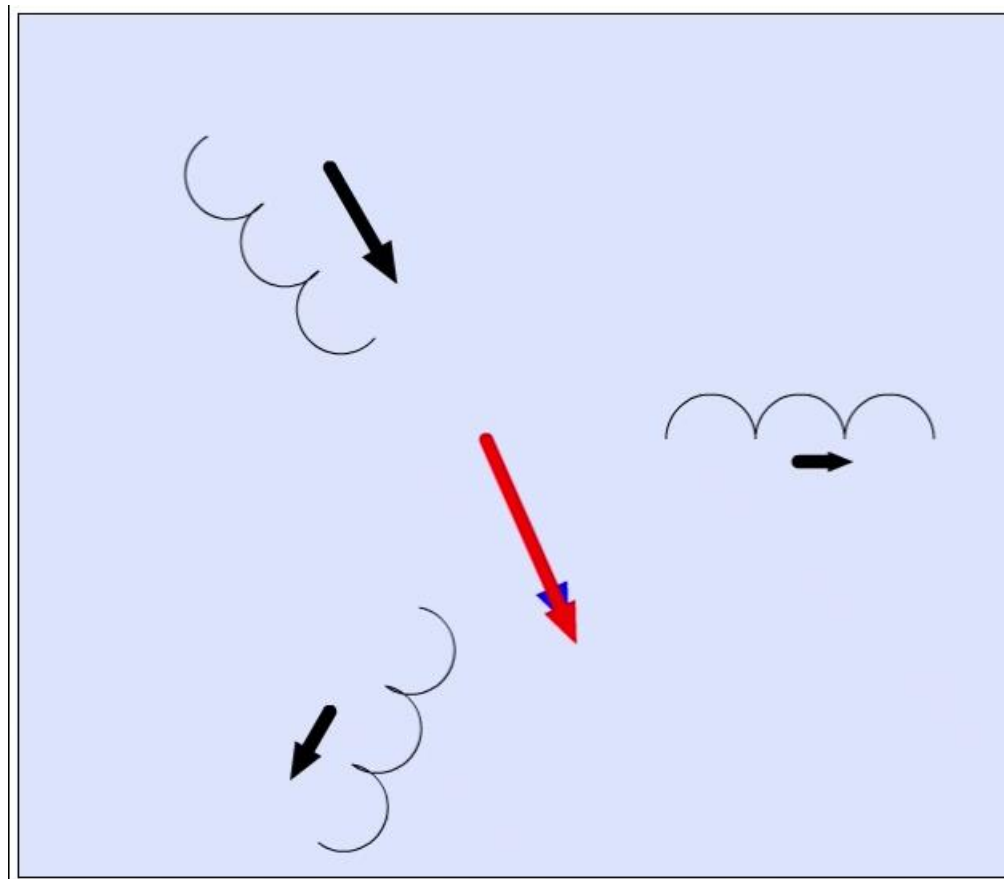
Magnetické toky při postupně se zvětšujícím zátěžném úhlu



■ FiaS ■ FibS ■ FicS

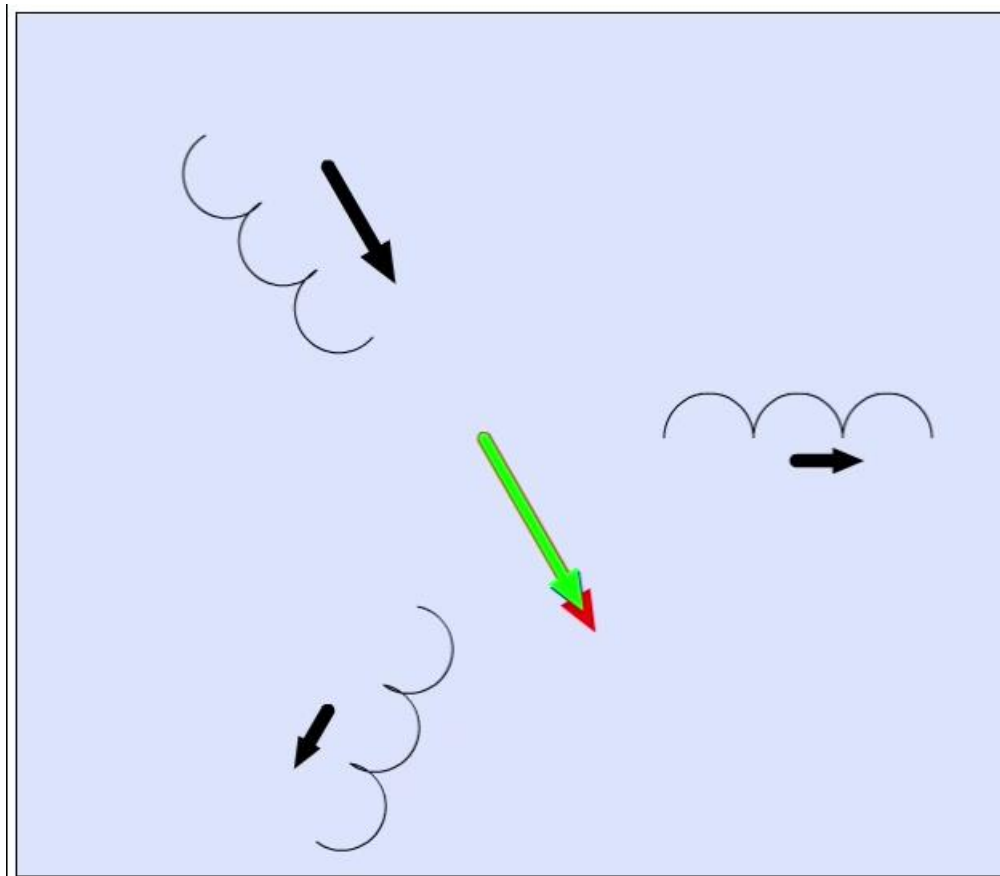
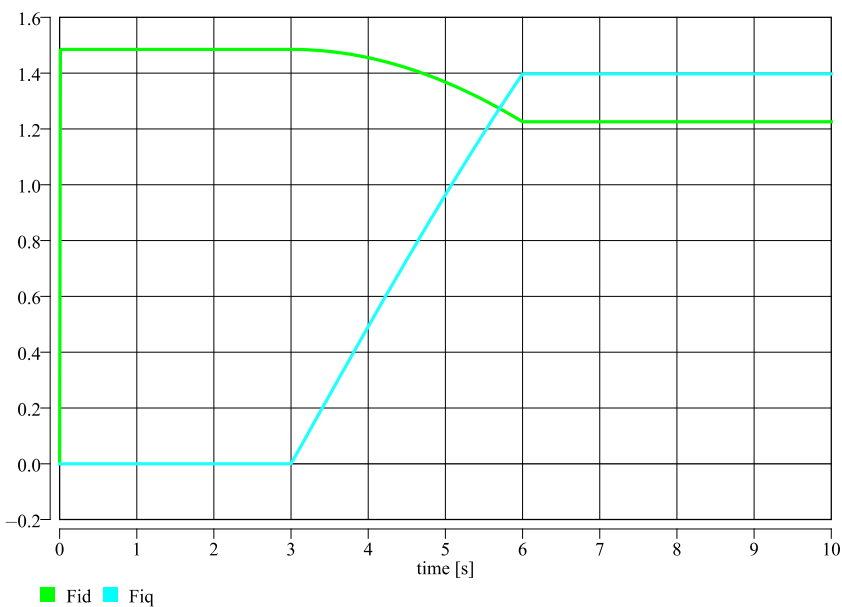


■ TokStator ■ TokStatorUhel



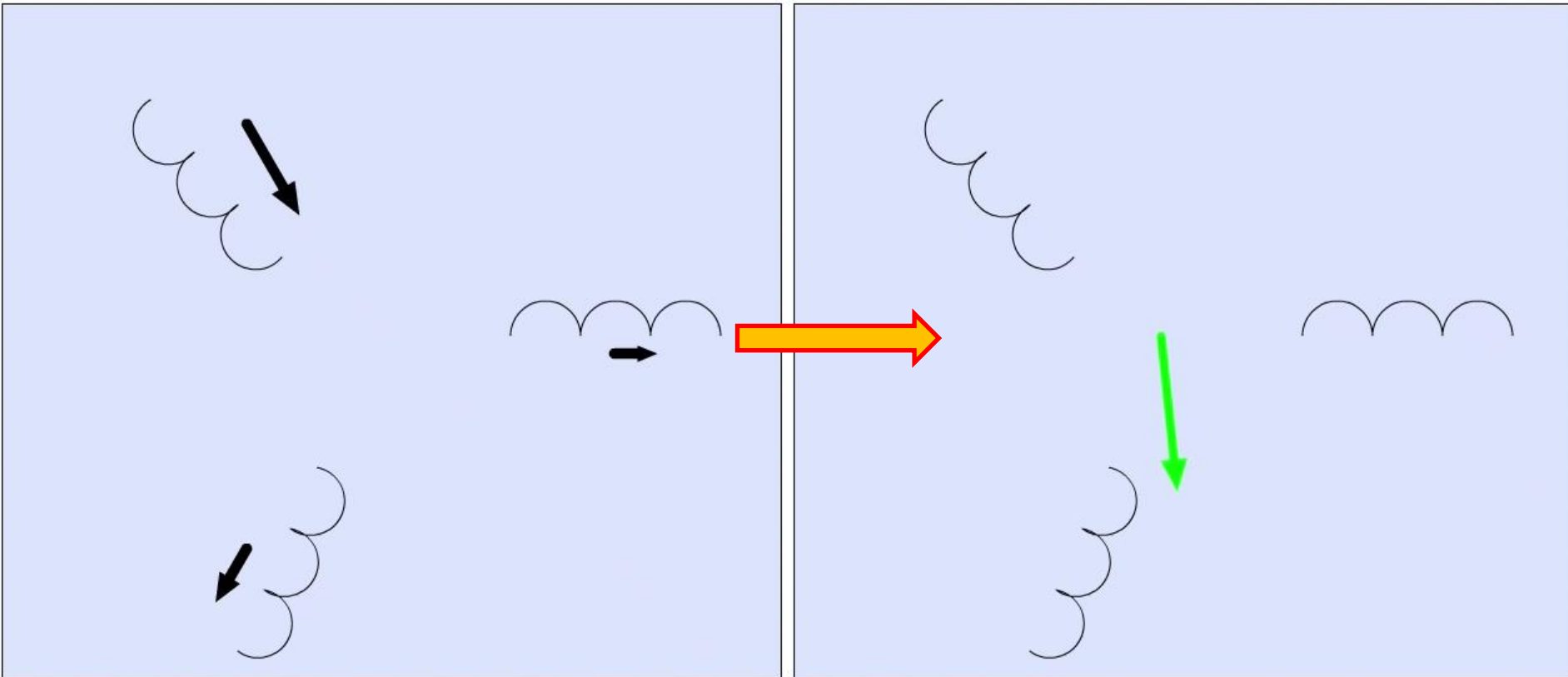
Magnetické toky v jednotlivých vinutích

Statorové magnetické toky, výsledný součtový tok a tok rotorový při postupně se zvětšujícím zátěžném úhlu a rozklad statorového toku do os d a q



Parkova transformace

Parkova transformace je převedení statorových veličin do souřadného systému pevně spojeného s rotorem, přičemž osa d je ve směru budícího toku a osa q v pozici mezipólové.



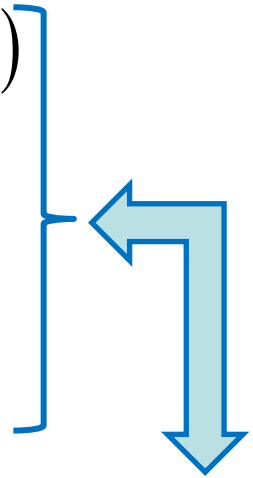
Parkova transformace

Matematický model rozkladu statorových veličin do os d a q

$$u_d = \frac{2}{3} \left(u_a \cos \vartheta + u_b \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \pi \right) + u_c \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \pi \right) \right)$$

$$u_q = \frac{2}{3} \left(u_a \sin \vartheta + u_b \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \pi \right) + u_c \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \pi \right) \right)$$

$$u_0 = \frac{1}{3} (u_a + u_b + u_c)$$



$$[P] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \pi \right) & \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \pi \right) \\ \sin \vartheta & \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \pi \right) & \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \pi \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$[u_{d,q,0}] = [P] \cdot [u_{a,b,c}]$$

$$[i_{d,q,0}] = [P] \cdot [i_{a,b,c}]$$

$$[\Psi_{d,q,0}] = [P] \cdot [\Psi_{a,b,c}]$$

Parkova transformace

Soustava rovnic po Parkově transformaci

$$U_d = -RI_d - \frac{d\Psi_d}{dt} + \omega\Psi_q$$

$$U_q = -RI_q - \frac{d\Psi_q}{dt} - \omega\Psi_d$$

$$U_0 = -RI_0 - \frac{d\Psi_0}{dt}$$

$$\Psi_F = L_{Fd}I_d + L_{FF}I_F + L_{FD}I_D$$

$$\Psi_D = L_{Dd}I_d + L_{DF}I_F + L_{DD}I_D$$

$$\Psi_Q = L_{Qq}I_q + L_{QQ}I_Q$$

$$\Psi_d = L_dI_d + L_{dF}I_F + L_{dD}I_D$$

$$\Psi_q = L_qI_q + L_{qQ}I_Q$$

$$\Psi_0 = L_0I_0$$

Zavádíme podélnou synchronní indukčnost L_d ,

příčnou synchronní indukčnost L_q ,

a netočivou synchronní indukčnost L_0

$$L_d = L_{a0} + L_{ab0} + \frac{3}{2}L_2$$

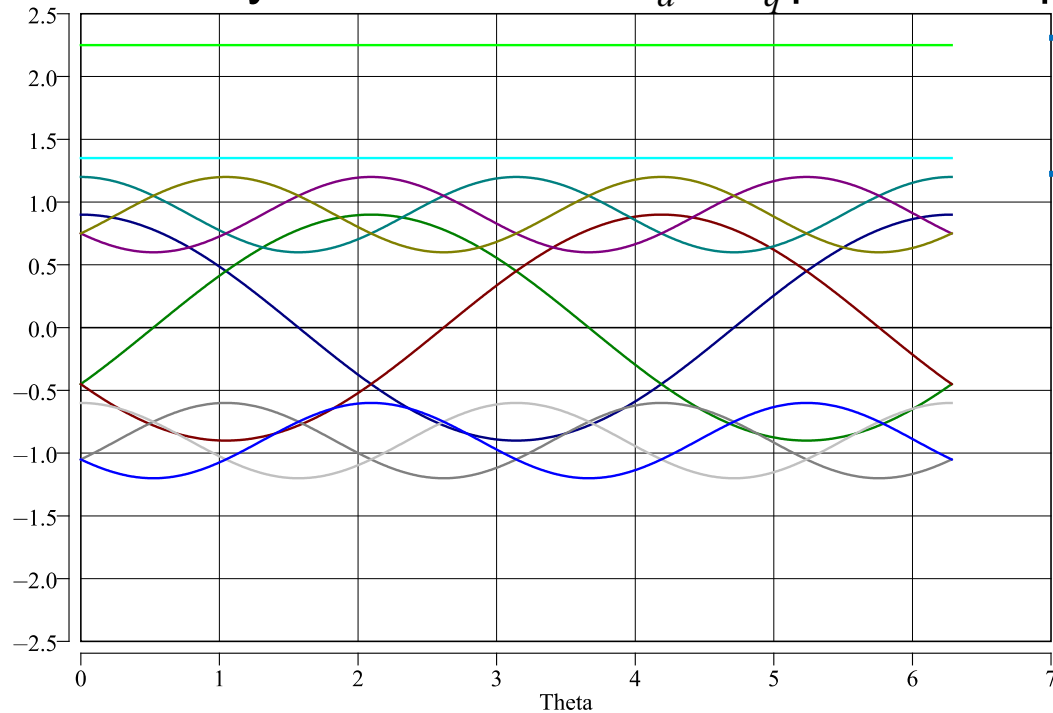
$$L_q = L_{a0} + L_{ab0} - \frac{3}{2}L_2$$

$$L_0 = L_{a0} + 2L_{ab0}$$



Parkova transformace

Průběh transformovaných indukčností L_d a L_q při změně polohy rotoru



■ LaF ■ LbF ■ LcF ■ Laa ■ Lbb ■ Lcc ■ Lab ■ Lbc ■ Lca ■ Ld ■ Lq

Zavádíme podélnou synchronní indukčnost L_d ,

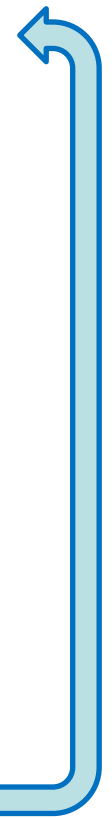
příčnou synchronní indukčnost L_q ,

a netočivou synchronní indukčnost L_0

$$\underline{L_d} = L_{a0} + L_{ab0} + \frac{3}{2} L_2$$

$$\underline{L_q} = L_{a0} + L_{ab0} - \frac{3}{2} L_2$$

$$\underline{L_0} = L_{a0} + 2L_{ab0}$$



Parkova transformace

Soustava rovnic po Parkově transformaci

$$\underline{U}_d = -R\underline{I}_d - \frac{d\underline{\Psi}_d}{dt} + \omega\underline{\Psi}_q$$

$$\underline{U}_q = -R\underline{I}_q - \frac{d\underline{\Psi}_q}{dt} - \omega\underline{\Psi}_d$$

$$\left(\underline{U}_0 = -R\underline{I}_0 - \frac{d\underline{\Psi}_0}{dt} \right)$$

$$\underline{\Psi}_F = \underline{L}_{Fd}\underline{I}_d + \underline{L}_{FF}\underline{I}_F + \underline{L}_{FD}\underline{I}_D$$

$$\underline{\Psi}_D = \underline{L}_{Dd}\underline{I}_d + \underline{L}_{DF}\underline{I}_F + \underline{L}_{DD}\underline{I}_D$$

$$\underline{\Psi}_Q = \underline{L}_{Qq}\underline{I}_q + \underline{L}_{QQ}\underline{I}_Q$$

$$\underline{\Psi}_d = \underline{L}_d\underline{I}_d + \underline{L}_{dF}\underline{I}_F + \underline{L}_{dD}\underline{I}_D$$

$$\underline{\Psi}_q = \underline{L}_q\underline{I}_q + \underline{L}_{qQ}\underline{I}_Q$$

$$\left(\underline{\Psi}_0 = \underline{L}_0\underline{I}_0 \right)$$

Pro bezporuchový stav alternátoru je pro zapojení statoru do neuzemněné hvězdy:

$$I_0 = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = 0$$

Parkova transformace

Po Parkově transformaci jsou transformované veličiny buď konstanty, nebo stejnosměrné veličiny, které se mění pouze v přechodných dějích.

$$U_k = -R_k I_k - \frac{d\Psi_k}{dt}$$

$$\Psi_k = \underbrace{L_{ka}}_{\text{green}} \cdot \underbrace{I_a}_{\text{blue}} + \underbrace{L_{kb}}_{\text{green}} \cdot \underbrace{I_b}_{\text{blue}} + \underbrace{L_{kc}}_{\text{green}} \cdot \underbrace{I_c}_{\text{blue}} +$$

$$+ \underbrace{L_{kF}}_{\text{green}} \cdot \underline{\underline{I_F}} + \underbrace{L_{kD}}_{\text{green}} \cdot \underline{\underline{I_D}} + \underbrace{L_{kQ}}_{\text{green}} \cdot \underline{\underline{I_Q}}$$

kde k je a, b, c, F, D, Q



$$\underline{\underline{U_d}} = -\underline{\underline{R}} \underline{\underline{I_d}} - \frac{d\underline{\underline{\Psi_d}}}{dt} + \omega \underline{\underline{\Psi_q}}$$

$$\underline{\underline{U_q}} = -\underline{\underline{R}} \underline{\underline{I_q}} - \frac{d\underline{\underline{\Psi_q}}}{dt} - \omega \underline{\underline{\Psi_d}}$$

$$\Psi_F = \underline{\underline{L_{Fd}}} \underline{\underline{I_d}} + \underline{\underline{L_{FF}}} \underline{\underline{I_F}} + \underline{\underline{L_{FD}}} \underline{\underline{I_D}}$$

$$\Psi_D = \underline{\underline{L_{Dd}}} \underline{\underline{I_d}} + \underline{\underline{L_{DF}}} \underline{\underline{I_F}} + \underline{\underline{L_{DD}}} \underline{\underline{I_D}}$$

$$\Psi_Q = \underline{\underline{L_{Qq}}} \underline{\underline{I_q}} + \underline{\underline{L_{QQ}}} \underline{\underline{I_Q}}$$

$$\Psi_d = \underline{\underline{L_d}} \underline{\underline{I_d}} + \underline{\underline{L_{dF}}} \underline{\underline{I_F}} + \underline{\underline{L_{dD}}} \underline{\underline{I_D}}$$

$$\Psi_q = \underline{\underline{L_q}} \underline{\underline{I_q}} + \underline{\underline{L_{qQ}}} \underline{\underline{I_Q}}$$