Příklad 1. Rozhodněte, zda je posloupnost (a_n) omezená. Své rozhodnutí zdůvodněte.

1) $a_n = \dfrac{18n}{2n+5}$,
2) $a_n = \dfrac{n^2-n}{2n^2-1}$,
3) $a_n = \dfrac{\sin n}{n}$,
4) $a_n = \sqrt{n+100} - \sqrt{n}$,
5) $a_n = (n+1)!$,
6) $a_n = 1 - n^2$.

Příklad 2. Rozhodněte, zda je posloupnost (a_n) monotónní. Své rozhodnutí zdůvodněte.

1) $a_n = \sqrt{n+3}$,
2) $a_n = \dfrac{1-n}{n+1}$,
3) $a_n = n^2 + 6n - 1$,
4) $a_n = 2 - 2^n$,
5) $a_n = \dfrac{3^n}{20n}$,
6) $a_n = \dfrac{(n+2)!}{(n+3)!}$.

Příklad 3. Uveďte příklad posloupnosti (a_n) (napište předpis pro n-tý člen a načrtněte graf), pro kterou platí:

1) (a_n) je rostoucí a $\sup(a_n) = +\infty$,
2) (a_n) je ostře klesající a (a_n) je omezená zdola,
3) (a_n) není monotónní a $\sup(a_n) = 2$,
4) (a_n) je monotónní a $\min(a_n) < \max(a_n)$,
5) (a_n) není omezená shora a $\inf(a_n) = -\infty$,
6) $a_1 + a_2 = -1$ a $\max(a_n)$ neexistuje.

Příklad 4. Z definice limity posloupnosti ukažte, že platí:

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(-\frac{1}{n}\right) = 0$,
2) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{6n}{3n+1} = 2$,
3) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$,
4) $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n = +\infty$,
5) $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$,
6) $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln\frac{1}{n} = -\infty$.