

4. týden — limita posloupnosti

Příklad 1. Uveďte příklad posloupnosti (a_n) (napište předpis pro n -tý člen a načrtněte graf), pro kterou platí

- 1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$ a $a_3 = 2$,
- 2) (a_n) není monotónní a $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n < \sup(a_n)$,
- 3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n^2$,
- 4) $\sup(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$, $\inf(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$, $a_4 < a_5$.

Příklad 2. Vypočtěte limitu

- 1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{5^n + 2^n}$,
- 2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[n]{n} + \sqrt[n]{3}}{\sqrt[n]{0.1} + 3}$,
- 3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}$,
- 4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{2^n}$,
- 5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1) \cos n}{n^3}$,
- 6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + n^n}{3^n + n!}$.

Příklad 3. Vypočtěte limitu

- 1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{n+3}$,
- 2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{3n-5}$,
- 3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 - n - 1}{n^2 + 1}\right)^n$,
- 4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+3}{1+2n}\right)^{1-n^2}$,
- 5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n+1}{n+2}\right)^{2n+3}$,
- 6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{n}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n-3}{n+1}}$.