

Příklad 1. Mějme funkci f . Určete inverzní funkci f^{-1} a načrtněte grafy obou funkcí do jednoho obrázku.

1) $f(x) = e^{-x}$,

3) $f(x) = x^2, x \in (-\infty; 0)$,

5) $f(x) = \sqrt{-x} - 3$,

2) $f(x) = \frac{1}{1-x}$,

4) $f(x) = x^2 - 2x - 3, x \in (1; +\infty)$,

6) $f(x) = \sin x, x \in \langle \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \rangle$.

Příklad 2. Mějme funkce $f(x) = x^2$, $g(x) = \cos x$ a $h(x) = e^x$. Najděte předpisy pro následující složené funkce:

1) $h \circ g \circ f$,

2) $f \circ g \circ h$,

3) $g \circ h \circ f$,

4) $h \circ f \circ f$.

Příklad 3. Vyjádřete následující funkce jako funkce složené z funkcí elementárních:

1) $f(x) = e^{x^2}$,

3) $f(x) = \sin^2\left(\frac{1}{x}\right)$,

2) $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)}$,

4) $f(x) = \sqrt{\cosh(x^2 + 1)}$.

Příklad 4. Mějme funkce f a g . Zjednodušte funkční předpis pro funkci g a načrtněte grafy obou funkcí f a g .

1) $f(x) = 1 - x, g(x) = f(1 + f(1 + x))$,

3) $f(x) = \frac{1}{1+x}, g(x) = f(f^{-1}(x))$,

2) $f(x) = -\frac{1}{x} - 1, g(x) = f\left(\frac{1}{f(x)}\right)$,

4) $f(x) = x^2, g(x) = \frac{1}{f(f(x-1))}$.

Příklad 5. Uveďte příklad funkce f , pro kterou platí (napíšte předpis a načrtněte graf):

1) f je prostá na $D(f)$ a $\sup H(f) = -1$,

4) f je ostře rostoucí a není prostá na $D(f)$,

2) f je ostře klesající a omezená na \mathbb{R} ,

5) f je periodická na $D(f)$ a $\inf H(f) = 0$,

3) $D(f) = \langle 0; \pi \rangle$ a f není omezená na $D(f)$,

6) f je monotónní na $M = \langle 0; 2 \rangle$ a $f(1) = -1$.

Příklad 6. Rozhodněte o řešitelnosti nelineární rovnice:

1) $x^2 + \cosh x = 5$,

3) $\arctg x + 2 \cos x = -4$,

2) $\operatorname{tg} x = 8$,

4) $\arccos x - 2x^3 = \pi$.