

**Příklad 1.** Z definice limity funkce ukažte, že platí:

1)  $\lim_{x \rightarrow 1} e^x = e,$

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x = 0,$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty,$

4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (0.1)^x = +\infty.$

**Příklad 2.** Vypočtěte

1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x},$

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x},$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2},$

4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{\sinh x},$

5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 7}{1 - e^{2x}},$

6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{\sqrt{x^2 - 4}},$

7)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{x^2 - 4}},$

8)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x + 2}}{x^2 - 4},$

9)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{4x - 3}}{x - 1}.$

**Příklad 3.** Vypočtěte

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(2x)},$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\ln(1 + 5x)},$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \operatorname{argsinh} x}{\sinh x + \operatorname{arcsin} x},$

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2},$

5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2},$

6)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{x^2},$

7)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}},$

8)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 4}{\ln(x - 1)},$

9)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{2x-2} - 1}{\ln x}.$

**Příklad 4.** Najděte všechny body nespojitosti funkce  $f$  a určete jejich typ:

1)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1},$

2)  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 8x + 15},$

3)  $f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x},$

4)  $f(x) = \operatorname{arctg} \left( \frac{x - 6}{x^2 - 9} \right),$

5)  $f(x) = \frac{1}{1 - e^x},$

6)  $f(x) = \frac{2}{e^{\frac{x}{x+5}} - 1},$

7)  $f(x) = \frac{2 \sin x}{\operatorname{arctg} (|x - \pi|)},$

8)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - \operatorname{sgn} x}.$