

Příklad 1. Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce f v bodě x_0 .

Do jednoho obrázku načrtněte graf funkce f , nalezenou tečnu a normálu.

1) $f(x) = 1 - x^2, \quad x_0 = 1,$

2) $f(x) = 1 - \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{2},$

3) $f(x) = \operatorname{arctg}(x - 1) + 1, \quad x_0 = 0,$

4) $f(x) = \sqrt[3]{x}, \quad x_0 = 0.$

Příklad 2. Vypočtěte

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 3^x + 1}{e^{3x} - x - 1},$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(3x) - 8x}{\ln(3x + 1) - x},$

3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x,$

4) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln(x) \cdot \ln(1 - x),$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right),$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sinh x} \right).$

Příklad 3. Rozhodněte, kolik řešení má v oboru reálných čísel nelineární rovnice.

Své rozhodnutí zdůvodněte a definujte intervaly $I_k \subset \mathbb{R}$ tak, aby každý z nich obsahoval právě jedno řešení.

1) $x \ln(3x) = -\frac{1}{3e},$

2) $\frac{x}{e^{5x}} = \frac{1}{5e},$

3) $\ln(1 + x^4) - 6 \operatorname{arctg} x^2 = -1,$

4) $\frac{x}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}.$