

## 11. týden – l'Hospitalovo pravidlo, řešitelnost nelineárních rovnic

**Příklad 1.** Vypočtete

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 3^x + 1}{e^{3x} - x - 1},$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right),$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(3x) - 8x}{\ln(3x + 1) - x},$

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sinh x} \right).$

**Příklad 2.** Rozhodněte, kolik řešení má v oboru reálných čísel nelineární rovnice. Své rozhodnutí zdůvodněte a definujte intervaly  $I_k \subset \mathbb{R}$  tak, aby každý z nich obsahoval právě jedno řešení.

1)  $x \ln(3x) = -\frac{1}{3e},$

4)  $\ln(1 + x^4) - 6 \operatorname{arctg} x^2 = -2.7,$

2)  $x \ln |7x| = -\frac{1}{7e},$

5)  $\frac{5}{61}x + \operatorname{arctg} \frac{5}{x} = \frac{\pi}{2}.$

3)  $\frac{x}{e^{5x}} = \frac{1}{5e},$

6)  $\left| \frac{4}{25}x \right| + \operatorname{arctg} \frac{4}{x} = \frac{\pi}{2}.$

**Příklad 3.** Uveďte příklad funkce  $f = f(x)$  (napište její předpis a načrtněte graf), pro kterou platí

1)  $D(f) = (-1, 1) \quad \wedge \quad f \text{ má v bodě } 0 \text{ skok } 2 \quad \wedge \quad f \text{ nemá globální extrém},$

2)  $D(f) = \mathbb{R} \quad \wedge \quad f \text{ má v bodě } 0 \text{ bod nespojitosti 2. druhu} \quad \wedge \quad f \text{ je omezená},$

3)  $D(f) = \mathbb{R} \quad \wedge \quad f \text{ je lipschitzovsky spojitá} \quad \wedge \quad f \text{ nemá derivaci v bodě } 0.$