

## 13. týden – určitý integrál, nevlastní integrál a Taylorův polynom

**Příklad 1.** Vypočtěte

$$1) \int_0^{\pi} x \sin x \, dx, \quad 2) \int_0^1 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} \, dx, \quad 3) \int_0^{\pi} e^{\sin^2 x} \cos x \, dx.$$

**Příklad 2.** Vypočtěte

$$1) \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + x^2} \, dx, \quad 4) \int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{(x-1)(x^2+1)} \, dx, \quad 7) \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} \, dx,$$

$$2) \int_1^{+\infty} \frac{2}{x^3} \, dx, \quad 5) \int_{-\infty}^0 e^x \, dx, \quad 8) \int_1^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x^2} \, dx,$$

$$3) \int_0^{+\infty} \frac{2x}{x^2+1} \, dx, \quad 6) \int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} \, dx, \quad 9) \int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} \, dx.$$

**Příklad 3.** Vypočtěte

$$1) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx, \quad 3) \int_1^2 \frac{3x}{\sqrt{x-1}} \, dx, \quad 5) \int_0^1 x \ln x \, dx,$$

$$2) \int_0^1 \frac{1}{x^2-4x+3} \, dx, \quad 4) \int_0^1 \ln x \, dx, \quad 6) \int_1^2 \frac{1}{x \ln x} \, dx.$$

**Příklad 4.** Vypočtěte

$$1) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{x^6+1} \, dx, \quad 3) \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)} \, dx, \quad 5) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+2} \, dx,$$

$$2) \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx, \quad 4) \int_0^2 \frac{x^2-x+1}{x-1} \, dx, \quad 6) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|x|}{1+x^4} \, dx.$$

**Příklad 5.** Určete obsah plochy, která je vymezená

- 1) grafy funkcí  $f(x) = \operatorname{arctg} x$  a  $g(x) = \operatorname{arccotg} x$  a přímkami  $x = 0$  a  $x = 2$ ,
- 2) grafem funkce  $f(x) = \operatorname{tg} x$  a přímkami  $y = 1$  a  $x = 0$ ,
- 3) grafy funkcí  $f(x) = \operatorname{arcsin} x$  a  $g(x) = \operatorname{arcsin}(-x)$  a přímkou  $y = \frac{\pi}{2}$ .

**Příklad 6.** Určete Taylorovy polynomy 1., 2. a 3. stupně funkce  $f$  se středem v bodě  $x_0$ :

- 1)  $f(x) = \ln x, \quad x_0 = 1,$
- 2)  $f(x) = x \ln x, \quad x_0 = 1,$
- 3)  $f(x) = x^3 - 2x + 5, \quad x_0 = 0,$
- 4)  $f(x) = \frac{1}{1-x}, \quad x_0 = 2.$