poslední změna: 16.10.2020

$$\emptyset \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{R}^* \qquad \mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

Definice 1.1. Mějme dánu neprázdnou množinu $A \subset \mathbb{R}$. Řekneme, že

a) množina A je **omezená zdola**, pokud $\exists\, d \in \mathbb{R}\ \ \forall\, x \in A:\ d \le x$,

b) množina A je **omezená shora**, pokud $\exists\, h \in \mathbb{R}\ \ \forall\, x \in A:\ x \le h$,

c) množina A je **omezená**, pokud je omezená zdola a zároveň shora.

Definice 1.2. Mějme dánu neprázdnou množinu $A \subset \mathbb{R}$. Řekneme, že

a) množina A má **minimum**, pokud $\exists\, a \in A\ \ \forall\, x \in A:\ a \le x$ (píšeme $a = \min A$),

b) množina A má **maximum**, pokud $\exists\, b \in A\ \ \forall\, x \in A:\ x \le b$ (píšeme $b = \max A$).

Definice 1.3. Mějme dánu neprázdnou množinu $A \subset \mathbb{R}$. Řekneme, že

a) množina A má **infimum**, pokud existuje $i \in \mathbb{R}^*$ takové, že platí

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & \forall\, x \in A:\ i \le x, \\ 2) & \forall\, x_1 \in \mathbb{R}:\ i < x_1 \ \Rightarrow\ (\ \exists\, x_2 \in A:\ x_2 < x_1\ ), \end{array}\right\} \qquad (\text{ píšeme } i = \inf A\ ).$$

b) množina A má **supremum**, pokud existuje $s \in \mathbb{R}^*$ takové, že platí

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & \forall\, x \in A:\ x \le s, \\ 2) & \forall\, x_1 \in \mathbb{R}:\ x_1 < s \ \Rightarrow\ (\ \exists\, x_2 \in A:\ x_1 < x_2\ ), \end{array}\right\} \qquad (\text{ píšeme } s = \sup A\ ).$$

Věta 1.1. Pro každou neprázdnou množinu $A \subset \mathbb{R}$ platí

a) $\exists!\, \inf A, \quad \exists!\, \sup A$,

b) $\inf A \le \sup A$,

c) $\exists\, \min A \ \Rightarrow\ \inf A = \min A$,

d) $\exists\, \max A \ \Rightarrow\ \sup A = \max A$,

e) A není omezená zdola $\Leftrightarrow$ $\inf A = -\infty$,

f) A není omezená shora $\Leftrightarrow$ $\sup A = +\infty$.