

M1/MA1 - ZKOUŠKOVÁ PÍSEMNÁ PRÁCE

UKÁZKA 2021/2022, 90 min.

Jméno a příjmení:

	semestr	1.část	2.část	ústní část	CELKEM
Hodnocení:	max 30	20	30	20	100

A1. Vypočítejte $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2n}\right)^{3n}$. [2b.]

A2. Uveďte předpis a načrtněte graf alespoň 3 různých posloupností, které splňují $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -e$. [2b.]

A3. Najděte inverzní funkci $f^{-1}(x)$ k funkci $f(x) = \sqrt{1-x}$. Načrtněte graf obou funkcí. [2b.]

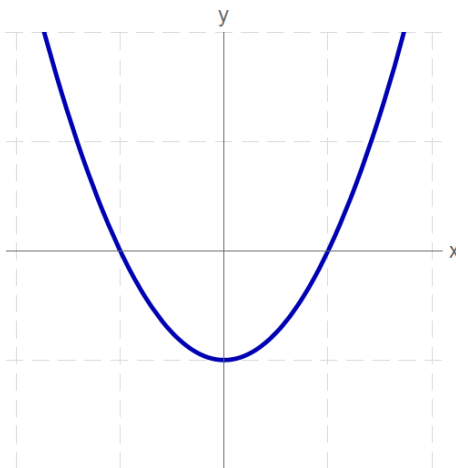
A4. Načrtněte graf libovolné funkce s $D(f) = \mathbb{R}$, která je sudá a není spojitá v $x_0 = 1$. [2b.]

A5. Vypočítejte derivaci funkce $f(x) = \sin(\sqrt{x}) \cdot \cos(6x)$ a určete $D(f')$. [2b.]

A6. Vypočítejte derivaci funkce $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3}}$. [2b.]

A7. Najděte tečnu ke grafu funkce $f(x) = -x^4$ v bodě $x_0 = 1$. Tečnu i graf funkce načrtněte. [2b.]

A8. Načrtněte primitivní funkci $F(x)$ k funkci $f(x)$, která je načrtnutá na obrázku



[2b.]

A9. Určete:

$$\int x \sin(2x) dx.$$

[2b.]

A10. Určete:

$$\int_{-2}^2 (4x^3 - x) dx.$$

[2b.]

B1. Vypočítejte následující integrály:

(a) $\int \operatorname{tg}(2x) dx,$

(b) $\int e^{4x} \sin(5x) dx,$

(c) $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{x^2+9} + \frac{1}{9x^2+1} + \frac{9}{x^2+1} \right) dx,$

(d) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2+x} dx.$

[15 b.]

B4. Pro $a > 0$ je dána funkce

$$f_a(x) = x - \ln(ax).$$

(a) Vyšetřete průběh funkce pro obecné $a > 0$ (nebo alespoň pro $a = 1$).

(b) Načrtněte grafy funkcí $f_a(x)$ pro $a = 1$, $a = 2$ a $a = 10$ (jeden obrázek).

(c) Je-li $x_{\min}(a)$ bod, kde funkce $f_a(x)$ nabývá svého globálního minima, načrtněte závislost $x_{\min}(a)$ na parametru a .

[15 b.]