

Příklad 1. (řízený chov kaprů) Jednoduchý matematický model chovu kaprů v rybníce má tvar počáteční úlohy

$$\begin{cases} y'(t) = ry(t) \left(1 - \frac{y(t)}{k}\right) - b, & t > t_0, \\ y(t_0) = y_0, \end{cases}$$

kde $y(t)$ je celková hmotnost všech kaprů v čase t , $r = 1$ je koeficient jejich růstu, b je hmotnost všech vylovených kaprů za jednotku času a $k = 100$ je celková kapacita rybníka.

1. Uvažujme $b = 0$ (rybník bez odlovu) a $y(0) = 10$ (v čase $t = 0$ je rybník zaplněn z 10%).
Za jak dlouho bude rybník zaplněn z 80%?
2. Uvažujme $b = 5.64$ (rybník s odlovem) a $y(0) = 10$ (v čase $t = 0$ je rybník zaplněn z 10%). Za jak dlouho bude rybník zaplněn z 80%?
3. Uvažujme $b = 21$ (rybník s odlovem) a $y(0) = 100$ (v čase $t = 0$ je rybník zcela zaplněn).
Na jaké hodnotě se ustálí celková hmotnost všech kaprů v rybníce v dlouhodobém horizontu, tj. pro $t \rightarrow +\infty$?
4. Uvažujme $b = 34$ (rybník s odlovem) a $y(0) = 100$ (v čase $t = 0$ je rybník zcela zaplněn).
Za jak dlouho bude rybník zcela prázdný?
5. Uvažujme $y(0) = 100$ (v čase $t = 0$ je rybník zcela zaplněn).
Určete maximální hodnotu koeficientu odlovu b tak, aby nikdy nedošlo k úplnému vylovení rybníka.