

Příklad 1. Rozhodněte, zda je funkce f spojitá v bodě x_0 .

$$\text{a) } x_0 = 2, \quad f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{pro } x \leq 2, \\ 2x - 1 & \text{pro } x > 2. \end{cases}$$

$$\text{d) } x_0 = -3, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 27}{x^2 - 9} & \text{pro } x < -3, \\ \frac{x^2 + 9}{x^3 + 21} & \text{pro } x \geq -3. \end{cases}$$

$$\text{b) } x_0 = -1, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{pro } x < -1, \\ 2x^3 + 3 & \text{pro } x \geq -1. \end{cases}$$

$$\text{e) } x_0 = -2, \\ f(x) = \begin{cases} \arctg \frac{1}{x+2} & \text{pro } x < -2, \\ \arccos(x+2) & \text{pro } x \geq -2. \end{cases}$$

$$\text{c) } x_0 = 3, \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 16} & \text{pro } x \leq 3, \\ \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 5x + 6} & \text{pro } x > 3. \end{cases}$$

$$\text{f) } x_0 = 1, \quad f(x) = \begin{cases} 2 \arcsin x & \text{pro } x \leq 1, \\ \operatorname{arccotg} \frac{1}{1-x} & \text{pro } x > 1. \end{cases}$$

Příklad 2. Rozhodněte, zda je funkce f spojitá v bodě x_0 .

$$\text{a) } x_0 = \pi, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin(2x)} & \text{pro } x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, \\ \frac{1}{2} & \text{pro } x = \pi. \end{cases}$$

$$\text{c) } x_0 = 0, \quad f(x) = \begin{cases} \arctg \frac{1}{x} & \text{pro } x \neq 0, \\ \frac{\pi}{2} & \text{pro } x = 0. \end{cases}$$

$$\text{b) } x_0 = \frac{\pi}{4}, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - \cos x}{\cos(2x)} & \text{pro } x \neq \frac{(2k+1)\pi}{4}, \\ & k \in \mathbb{Z}, \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{pro } x = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$\text{d) } x_0 = 0, \quad f(x) = \begin{cases} x \arctg \frac{1}{x} & \text{pro } x \neq 0, \\ 0 & \text{pro } x = 0. \end{cases}$$

$$\text{e) } x_0 = 0, \quad f(x) = \begin{cases} x \left[\frac{1}{x} \right] & \text{pro } x \neq 0, \\ 1 & \text{pro } x = 0. \end{cases}$$

Příklad 3. Načrtněte graf funkce f .

Dále určete všechny body nespojitosti funkce f a určete jejich typ.

$$\text{a) } f(x) = \operatorname{sgn}(\operatorname{tg} x)$$

$$\text{d) } f(x) = \sin(2x) - \lceil \sin(2x) \rceil$$

$$\text{b) } f(x) = \operatorname{sgn}(\operatorname{cotg}(2x))$$

$$\text{e) } f(x) = \cos x - \lceil \cos x \rceil$$

$$\text{c) } f(x) = \sin x - \lfloor \sin x \rfloor$$

$$\text{f) } f(x) = \cos(3x) - \lfloor \cos(3x) \rfloor$$