Příklad 1.1. **[2 body]**

Mějme množinu $X = \mathbb{R}$. Rozhodněte, zda ϱ je metrika na X:

$$\varrho(x, y) = |\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y|$$

Příklad 1.2. **[2 body]**

Mějme množinu $X = \mathbb{R}$. Rozhodněte, zda ϱ je metrika na X:

$$\varrho(x, y) = (x - y)^2$$

Příklad 1.3. **[2 body]**

Mějme metrický prostor (X, ϱ).
Určete všechny hodnoty $s \in \mathbb{R}$ tak, aby d_s byla metrika na X:

$$d_s(x, y) = s \cdot \varrho(x, y)$$

Příklad 1.4. **[2 body]**

Mějme metrický prostor (X, ϱ).
Určete všechny hodnoty $s \in \mathbb{R}$ tak, aby d_s byla metrika na X:

$$d_s(x, y) = s + \varrho(x, y)$$

Příklad 1.5. **[2 body]**

Mějme metrický prostor (X, ϱ). Ukažte, že d je metrika na X:

$$d(x, y) = \min\left\{\varrho(x, y), 1\right\}$$

Příklad 1.6. **[2 body]**

Mějme metrický prostor (X, ϱ). Ukažte, že d je metrika na X:

$$d(x, y) = \frac{\varrho(x, y)}{1 + \varrho(x, y)}$$