Příklad 2.1. **[2 body]**

Mějme metrický prostor $(X, \varrho_\star)$, kde $X = \mathbb{R}^2$ a metrika $\varrho_\star$ je dána jako

$$\varrho_\star(x,y) = \begin{cases} \varrho_2(x,y), & \text{pokud } \exists\, k > 0:\ y = kx, \\ \varrho_2(x,0) + \varrho_2(0,y) & \text{v ostatních případech,} \end{cases}$$

kde ρ_2 je euklidovská metrika. V prostoru $(X, \varrho_\star)$ načrtněte následující množiny

$$S((0,0);1), \quad S((1,1);1), \quad S((1,1);2), \quad K((1,1);2).$$

Příklad 2.2. **[2 body]**

Mějme množiny $X = (1;3\rangle$ a $M = (1;2)$. V následujících metrických prostorech

1. (X, ϱ), kde $\varrho(x,y) = |x-y|$,
2. (X, τ), kde τ je triviální metrika,

postupně určete

$$\operatorname{Int} M, \quad \partial\, M, \quad \operatorname{Ext} M, \quad \overline{M}, \quad \operatorname{Int} M^{\mathsf{c}}, \quad \partial\, M^{\mathsf{c}}, \quad \operatorname{Ext} M^{\mathsf{c}}, \quad \overline{M^{\mathsf{c}}}$$

a dále všechny hromadné body množiny M.

Příklad 2.3. **[2 body]**

Mějme metrický prostor (X, ϱ), kde $X = \mathbb{R}$ a $\varrho(x,y) = |x-y|$.

Pro následující množiny A a B

1. $A = (1;3)$ a $B = (2;4)$,
2. $A = \mathbb{Q}$ a $B = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$,

postupně rozhodněte, zda platí

$$\partial\, A \cup \partial\, B = \partial(A \cup B) \cup \partial(A \cap B).$$

Příklad 2.4. **[2 body]**

Mějme metrický prostor (X, ϱ) a množiny $A, B \subset X$.

Ukažte, že platí

$$A \subset B \quad \Longrightarrow \quad \operatorname{Int} A \subset \operatorname{Int} B.$$

Příklad 2.5. **[2 body]**

Mějme metrický prostor (X, ϱ), $x_0 \in X$ a $r > 0$.

Ukažte, že uzavřená koule $\tilde{K}(x_0; r)$ je uzavřená množina.