Lineární funkce

$$f : w = az + b, \quad a, b \in \mathbb{C},\ a \neq 0, \qquad D(f) = \mathbb{C}^*.$$

Vlastnosti:

i) $H(f) = \mathbb{C}^*$,

ii) $f(\infty) = \infty$,

iii) lineární funkce f je jednoznačná, prostá a spojitá funkce na $\mathbb{C}^*$,

iv) geometrická interpretace lineární funkce:
lineární funkce $f : w = z + b$, $z \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, představuje geometricky v Gaussově rovině z posunutí o vektor $(\operatorname{Re} b, \operatorname{Im} b)$,
lineární funkce $f : w = az$, $z \in \mathbb{C}^*$, $a \in \mathbb{C}$, $a \neq 0$, představuje v Gaussově rovině z tato geometrická zobrazení:

(a) pro $a = 1$ identické zobrazení,

(b) pro $a = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\alpha}$ otočení se středem v počátku o orientovaný úhel velikosti α,

(c) pro $a = -1$ středovou souměrnost (otočení o úhel π),

(d) pro $a \in \mathbb{R}^+$ stejnolehlost se středem v počátku a kvocientem a,

(e) pro $a \in \mathbb{C}$, $a \neq 0$, obecně geometrické zobrazení složené z otočení a stejnolehlosti,

lineární funkce $f : w = az + b$, $z \in \mathbb{C}^*$, $a, b \in \mathbb{C}$, $a \neq 0$, po vyjádření koeficientu a v exponenciálním tvaru $a = |a|\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\alpha}$ se dá geometricky interpretovat v Gaussově rovině z jako geometrické zobrazení složené ze tří složek:

(a) otočení se středem v počátku o orientovaný úhel velikosti α,

(b) stejnolehlosti se středem v počátku a koeficientem $|a|$,

(c) posunutí o vektor $(\operatorname{Re} b, \operatorname{Im} b)$,

v) lineární funkce f je konformní zobrazení na množině $D(f) = \mathbb{C}^*$ (konformní zobrazení množiny $\mathbb{C}^*$ na sebe),

vi) lineární funkce f zobrazuje každý geometrický útvar na útvar s ním podobný (tj. téhož typu: přímku na přímku, kružnici na kružnici, vnitřek kruhu na vnitřek kruhu, polorovinu na polorovinu apod.) a při zobrazení orientovaného úhlu se zachovává nejen jeho velikost, ale také jeho orientace.