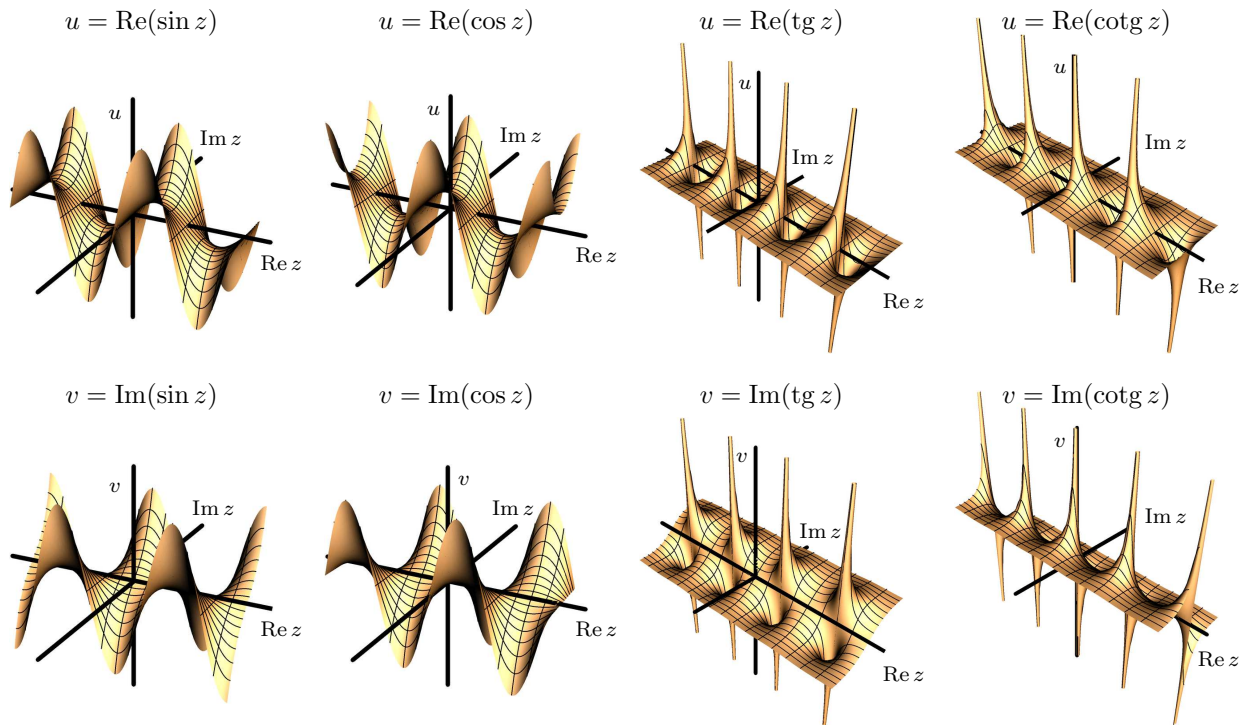


## Goniometrické funkce

$$\begin{aligned} \sin z &= \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}, & \operatorname{tg} z &= \frac{\sin z}{\cos z}, & D(\sin) &= \mathbb{C}, & H(\sin) &= \mathbb{C}, \\ \cos z &= \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, & \operatorname{cotg} z &= \frac{\cos z}{\sin z}, & D(\cos) &= \mathbb{C}, & H(\cos) &= \mathbb{C}, \\ & & & & D(\operatorname{tg}) &= \mathbb{C}, & H(\operatorname{tg}) &= \mathbb{C}^* \setminus \{\pm i\}, \\ & & & & D(\operatorname{cotg}) &= \mathbb{C}, & H(\operatorname{cotg}) &= \mathbb{C}^* \setminus \{\pm i\}. \end{aligned}$$



Obr. 6.11: Grafy reálných a imaginárních částí goniometrických funkcí.

Vlastnosti:

- i)  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\operatorname{tg} z$  a  $\operatorname{cotg} z$  jsou jednoznačné funkce,
- ii)  $\sin z$  a  $\cos z$  jsou periodické funkce v  $\operatorname{Re} z$  s periodou  $2\pi$ ,
- iii)  $\operatorname{tg} z$  a  $\operatorname{cotg} z$  jsou periodické funkce v  $\operatorname{Re} z$  s periodou  $\pi$ ,
- iv) platí

$$\begin{aligned} \sin(z_1 \pm z_2) &= \sin z_1 \cos z_2 \pm \cos z_1 \sin z_2, \\ \cos(z_1 \pm z_2) &= \cos z_1 \cos z_2 \mp \sin z_1 \sin z_2, \\ \sinh(z_1 \pm z_2) &= \sinh z_1 \cosh z_2 \pm \cosh z_1 \sinh z_2, \\ \cosh(z_1 \pm z_2) &= \cosh z_1 \cosh z_2 \pm \sinh z_1 \sinh z_2. \end{aligned}$$