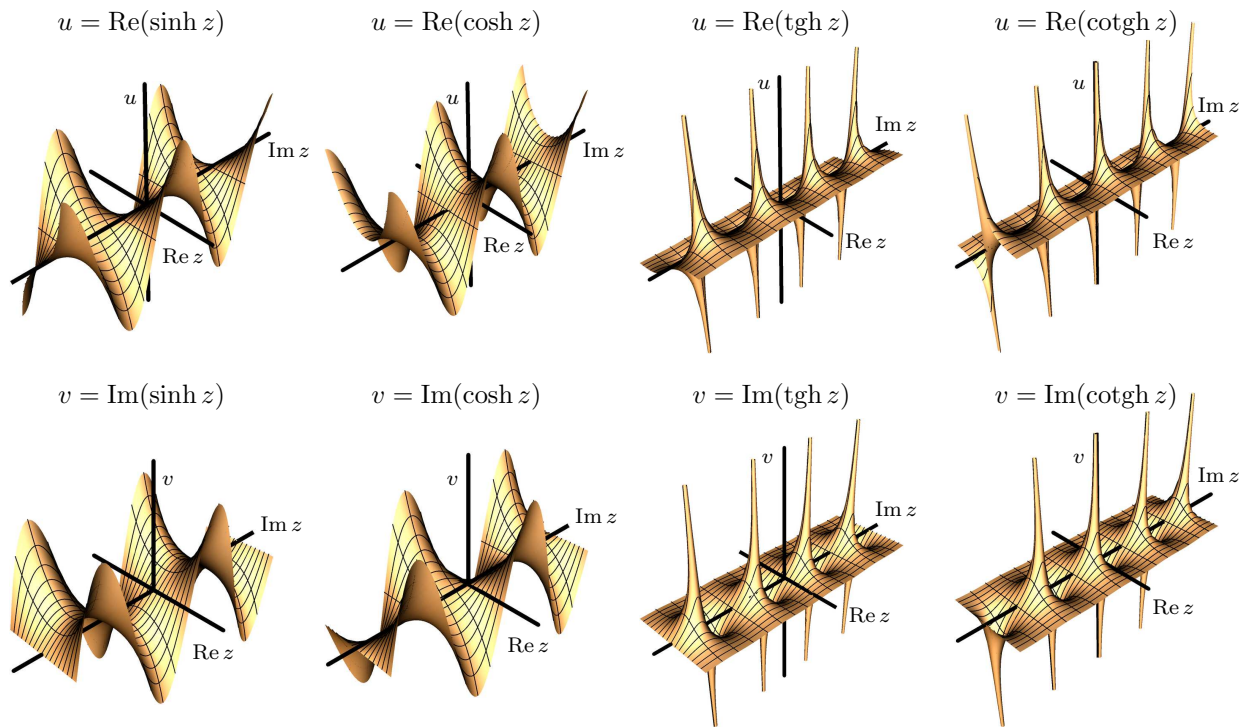


## Hyperbolické funkce

$$\begin{aligned} \sinh z &= \frac{e^z - e^{-z}}{2}, & \operatorname{tgh} z &= \frac{\sinh z}{\cosh z}, & D(\sinh) &= \mathbb{C}, & H(\sinh) &= \mathbb{C}, \\ \cosh z &= \frac{e^z + e^{-z}}{2}, & \operatorname{cotgh} z &= \frac{\cosh z}{\sinh z}, & D(\cosh) &= \mathbb{C}, & H(\cosh) &= \mathbb{C}, \\ & & & & D(\operatorname{tgh}) &= \mathbb{C}, & H(\operatorname{tgh}) &= \mathbb{C}^* \setminus \{\pm 1\}, \\ & & & & D(\operatorname{cotgh}) &= \mathbb{C}, & H(\operatorname{cotgh}) &= \mathbb{C}^* \setminus \{\pm 1\}. \end{aligned}$$



Obr. 6.13: Grafy reálných a imaginárních částí hyperbolických funkcí.

Vlastnosti:

- i)  $\sinh z$ ,  $\cosh z$ ,  $\operatorname{tgh} z$  a  $\operatorname{cotgh} z$  jsou jednoznačné funkce,
- ii)  $\sinh z$  a  $\cosh z$  jsou periodické funkce v  $\operatorname{Im} z$  s periodou  $2\pi$ ,
- iii)  $\operatorname{tgh} z$  a  $\operatorname{cotgh} z$  jsou periodické funkce v  $\operatorname{Im} z$  s periodou  $\pi$ ,
- iv) platí

$$\begin{aligned} \sin z &= \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y, & \cosh z &= \cos iz, \\ \cos z &= \cos x \cosh y - i \sin x \sinh y, & \cosh iz &= \cos z, \\ \sinh z &= \sinh x \cos y + i \cosh x \sin y, & \sinh z &= -i \sin iz, \\ \cosh z &= \cosh x \cos y + i \sinh x \sin y, & \sinh iz &= i \sin z. \end{aligned}$$